双博士系列

高等学校数学教材配套辅导用书

高等数学
习题精解精析

同济五版《高等数学》配套习题解析

主　编　北京大学数学科学学院

田勇　章昕　马杰

编　写　双博士数学课题组

支　持　双博士网校 www.bbdd.cc

总策划　胡东华

科学技术文献出版社

双博士精品系列

高等数学习题精解精析

同济五版《高等数学》配套习题解析

主　编　北京大学数学科学学院

田勇　章昕　马杰

编　写　双博士数学课题组

支　持　双博士网校　www.bbdd.cc

总策划　胡东华

科学技术文献出版社

Scientific and Technical Documents Publishing House

北　京

出　　版　　者：科学技术文献出版社
邮购部电话：(010) 82608021
门市部电话：(010) 62543201
发行部电话：(010) 82608022/82608013
发行部传真：(010) 82608039
E-mail：sbs@bbdd. cc
策　划　编　辑：胡东华
责　任　编　辑：何卫峰　徐盼欣
责　任　校　对：徐盼欣　何卫峰
版　式　统　筹：张　诚
发　　行　　者：科学技术文献出版社发行　全国各地新华书店经销
印　　刷　　者：北京拓瑞斯印务有限公司
版（印）次：2005年5月第2版　第1次印刷
开　　　　本：850mm×1168mm　16开
字　　　　数：693千字
印　　　　张：20.00
定　　　　价：22.00元

前　言

本书是同济五版《高等数学》经典教材完全配套的习题解析，对教材中每章的习题都作了详细解析，以便高校学生在学习过程中参考和为自学高数者打开方便之门。

双博士高等数学辅导系列以其卓越的品质、务实求精的态度在众多的高数参考书中一枝独秀！在广大学子中赢得较好的口碑和广泛的影响。

本书是双博士高数系列经典代表作之一。

欢迎广大学子在使用过程中给我们提出更多宝贵的建议（**sbs@bbdd.cc**），以便我们以后更加完善本书。

双博士奉献：

1. 本书均贴有数码防伪标识（由10位**ID**和6位**PW**组成），凭此**ID**和**PW**可登录双博士网校（**www.bbdd.cc**），免费获得30积分。

2. 购书可获幸运奖：具体方法为：刮开本书的数码防伪标识，如果您所购本书的**ID**数字最末4位幸运数字为6688，可将该防伪标识及购书小票一并邮至：北京市海淀区（北京大学西南门外）苏州街18号长远天地大厦**B1**座十二层双博士图书邮购部（1206）（邮编100080），可获200元现金回赠。来信请注明您的太平洋卡或农行卡号及姓名。截至目前为止，已产生一名一千元幸运奖。详情请登录**www.bbdd.cc**。

3. 考生在使用本书过程中遇到问题可登录双博士网校**www.bbdd.cc/bbs/**我爱双博士下面留言提问，有问必答。在准备考研公共课和专业课中遇到的问题可登录双博士网校**www.bbdd.cc**在线咨询。另外双博士网校在全国举办考研专业课辅导（西医、法律硕士、电子类、经济类、计算机）远程教育网络班及面授班。欲知详情请登录**www.bbdd.cc**。

4. 全国有三分之一的大学生和考研考生正在使用双博士图书，本品牌图书已成为全国最大的大学教辅图书品牌及知名考研图书品牌。以上举措为双博士对全国大学生和考研学生的真情奉献！

目　　录

第十二章　微分方程

第一章　函数与极限

习题 1-1

1.设 $A=(-\infty,-5)\cup(5,+\infty)$, $B=[-10,3)$,写出 $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$ 及 $A\setminus(A\setminus B)$ 的表达式.

2.设 A、B、C 是任意三个集合,证明对偶律:$(A\cap B)^C=A^C\cup B^C$.

3.设映射 $f:X\to Y$, $A\subset X$, $B\subset X$,证明:

(1)$f(A\cup B)=f(A)\cup f(B)$

(2)$f(A\cap B)\subset f(A)\cap f(B)$

4.设映射 $f:X\to Y$,若存在一个映射,$g:Y\to X$,使 $g\circ f=I_X$, $f\circ g=I_Y$,其中 I_X、I_Y 分别是 X、Y 上的恒等映射,即对于每一个 $x\in X$,有 $I_Xx=x$;对于每一个 $y\in Y$,有 $I_Yy=y$.证明:f 是双射,且 g 是 f 的逆映射,$g=f^{-1}$.

5.设映射 $f:X\to Y$, $A\subset X$,证明:

(1)$f^{-1}(f(A))\supset A$

(2) 当 f 是单射时,有 $f^{-1}(f(A))=A$

6.求下列函数的自然定义域:

(1)$y=\sqrt{3x+2}$　　(2)$y=\dfrac{1}{1-x^2}$

(3)$y=\dfrac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}$

(4)$y=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$

(5)$y=\sin\sqrt{x}$　　(6)$y=\tan(x+1)$

(7)$y=\arcsin(x-3)$　　(8)$y=\sqrt{3-x}+\arctan\dfrac{1}{x}$

(9)$y=\ln(x+1)$　　(10)$y=e^{\frac{1}{x}}$

7. 下列各题中,函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同?为什么?

(1)$f(x)=\lg x^2$, $g(x)=2\lg x$

(2) $f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$

(3) $f(x)=\sqrt[3]{x^4-x^3}, g(x)=x\sqrt[3]{x-1}$

(4) $f(x)=1, g(x)=\sec^2 x-\tan^2 x$

8. 设 $y=\varphi(x)=\begin{cases}|\sin x|, & |x|<\dfrac{\pi}{3},\\ 0, & |x|\geqslant\dfrac{\pi}{3}\end{cases}$ 求 $\varphi\left(\dfrac{\pi}{6}\right),\varphi\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$, $\varphi\left(-\dfrac{\pi}{4}\right),\varphi(-2)$,并作出函数 $y=\varphi(x)$ 的图形.

9.试证下列函数在指定区间内的单调性:

(1) $y=\dfrac{x}{1-x},(-\infty,1)$

(2) $y=x+\ln x,(0,+\infty)$

10. 设 $f(x)$ 为定义在 $(-l,l)$ 内的奇函数,若 $f(x)$ 在 $(0,l)$ 内单调增加,证明 $f(x)$ 在 $(-l,0)$ 内也单调增加.

11. 设下面所考虑的函数都是定义域在对称区间 $(-l,l)$ 上的,证明:

(1) 两个偶函数的和是偶函数,两个奇函数的和是奇函数;

(2) 两个偶函数的积是偶函数,两个奇函数的积是偶函数,偶函数与奇函数的乘积是奇函数.

12. 下列函数中哪些是偶函数?哪些是奇函数?哪些既非奇函数又非偶函数?

(1) $y=x^2(1-x^2)$　　(2) $y=3x^2-x^3$

(3) $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$　　(4) $y=x(x-1)(x+1)$

(5) $y=\sin x-\cos x+1$　　(6) $y=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$

13. 下列各函数中哪些是周期函数?对于周期函数,指出其周期:

(1) $y=\cos(x-2)$　　(2) $y=\cos 4x$

(3) $y=1+\sin\pi x$　　(4) $y=x\cos x$

(5) $y=\sin^2 x$

14.求下列函数的反函数:

(1) $y=\sqrt[3]{x+1}$　　(2) $y=\dfrac{1-x}{1+x}$

(3) $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(ad-bc\neq 0)$　　(4) $y=2\sin 3x$

(5) $y = 1 + \ln(x+2)$　　　　(6) $y = \dfrac{2^x}{2^x + 1}$

15. 设函数 $f(x)$ 在数集 X 上有定义,试证:$f(x)$ 在 X 上有界的充分必要条件是它在 X 上既有上界又有下界.

16. 在下列各题中,求由所给函数复合而成的函数,并求这函数分别对应于给定自变量值 x_1 和 x_2 的函数值:

(1) $y = u^2$,　$u = \sin x$,　$x_1 = \dfrac{\pi}{6}$,　$x_2 = \dfrac{\pi}{3}$

(2) $y = \sin u$,　$u = 2x$,　$x_1 = \dfrac{\pi}{8}$,　$x_2 = \dfrac{\pi}{4}$

(3) $y = \sqrt{u}$,　$u = 1 + x^2$,　$x_1 = 1$,　$x_2 = 2$

(4) $y = e^u$,　$u = x^2$,　$x_1 = 0$,　$x_2 = 1$

(5) $y = u^2$,　$u = e^x$,　$x_1 = 1$,　$x_2 = -1$

17. 设 $f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$,问 (1) $f(x^2)$, (2) $f(\sin x)$, (3) $f(x+a)$, $(a>0)$, (4) $f(x+a)+f(x-a)$ $(a>0)$ 的定义域各是什么?

18. 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1 \\ 0, & |x| = 1 \\ -1, & |x| > 1 \end{cases}$, $g(x) = e^x$,求 $f[g(x)]$ 和 $g[f(x)]$,并作出这两个函数的图形.

19. 已知水渠的横断面为等腰梯形,斜角 $\varphi = 40°$(图 1-1),当过水断面 $ABCD$ 的面积为定值 S_0 时,求湿周 $L(L = AB + BC + CD)$ 与水深 h 之间的函数关系式,并说明定义域.

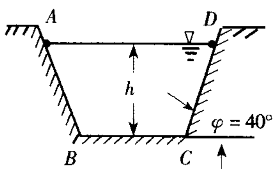

图 1-1

20. 收音机每台售价为 90 元,成本为 60 元.厂方为鼓励销售商大量采购,决定凡是订购量超过 100 台的,每多订购 1 台,售价就降低 1 分,但最低价为每台 75 元.

(1) 将每台的实际售价 p 表示为订购量 x 的函数;

(2) 将厂方所获的利润 P 表示成订购量 x 的函数；

(3) 某一商行订购了 1 000 台，厂方可获利润多少？

习题解析

1.解 $A \cup B = (-\infty, 3) \cup (5, +\infty)$，$A \cap B = [-10, -5)$，

$A \setminus B = (-\infty, -10) \cup (5, +\infty)$，$A \setminus (A \setminus B) = [-10, -5)$.

2.证明 因为 $x \in (A \cap B)^c \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow x \notin A$ 或 $x \notin B \Rightarrow x \in A^c$ 或 $x \in B^c \Rightarrow x \in A^c \cup B^c$

所以 $(A \cap B)^c \subset A^c \cup B^c$

反之 $x \in A^c \cup B^c \Rightarrow x \in A^c$ 或 $x \in B^c \Rightarrow x \notin A$ 或 $x \notin B \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow x \in (A \cap B)^c$

所以 $A^c \cup B^c \subset (A \cap B)^c$

于是 $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

3.证明 (1) $y = f(x_0) \in f(A \cup B) = \{f(x) \mid x \in A \cup B\}$

$\Leftrightarrow x_0 \in A$ 或 $x_0 \in B \Rightarrow f(x_0) \in f(A)$ 或 $f(x_0) \in f(B)$

$\Leftrightarrow f(x_0) \in f(A) \cup f(B)$

所以 $f(A \cup B) \subset f(A) \cup f(B)$ 且 $f(A) \cup f(B) \subset f(A \cup B)$

故 $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

(2) $f(A \cap B) = \{f(x) \mid x \in A \cap B\}$

$y \in f(A \cap B)$，则 $\exists x_0 \in A \cap B$，有 $y = f(x_0)$

则 $x_0 \in A$ 且 $x_0 \in B$，即 $f(x_0) \in f(A)$ 且 $f(x_0) \in f(B)$.

$y = f(x_0) \in f(A) \cap f(B)$.

故 $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$.

4.证明 首先证明 f 是双射

$\forall y \in Y, \exists x \in X$，使得 $x = g(y)$

$f(x) = f \circ g(y) = y$

对于 X 中任意两个元素 $x_1, x_2, x_1 \neq x_2$，要证明 $f(x_1) \neq f(x_2)$，用反证法. 如果 $f(x_1) = f(x_2)$，则 $g \circ f(x_1) = g \circ f(x_2)$，即 $x_1 = x_2$ 矛盾.

所以 f 是双射

根据定义 g 是 f 的逆映射.

5.证明 (1) $\forall x \in A$，则 $y = f(x) \in f(A)$，$f^{-1}(y) = x \in \{f^{-1}(y) \mid y \in f(A)\} = f^{-1}(f(A))$

即 $A \subset f^{-1}(f(A))$

(2) 如果 f 是单射

$\forall x \in f^{-1}(f(A)), \exists y \in f(A)$,有 $f^{-1}(y) = x$,即 $f(x) = y$

由 $x' \in A, f(x') = y$.由于是单射,则 $x = x' \in A$

$\therefore f^{-1}(f(A)) \subset A$. $\quad \therefore f^{-1}(f(A)) = A$

6. **解** (1) 要使函数有意义,须且只须 $3x + 2 \geqslant 0$,即 $x \geqslant \frac{-2}{3}$,所以函数 $y = \sqrt{3x+2}$ 的定义域为 $\left[-\frac{2}{3}, +\infty\right)$

(2) 要使函数有意义,须且只须 $1 - x^2 \neq 0$,即 $x \neq \pm 1$,所以函数 $y = \frac{1}{1-x^2}$ 的定义域为 $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$

(3) 要使函数有意义,须 $x \neq 0$ 且 $1 - x^2 \geqslant 0$,即 $-1 \leqslant x \leqslant 1$ 且 $x \neq 0$,所以函数 $y = \frac{1}{x} - \sqrt{1-x^2}$ 的定义域为:$[-1, 0) \cup (0, 1]$

(4) 要使函数有意义,须且只须 $4 - x^2 > 0$,即 $-2 < x < 2$,所以原函数的定义域为 $(-2, 2)$

(5) $[0, +\infty)$

(6) $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} - 1 \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$

(7) $2 \leqslant x \leqslant 4$,即 $[2, 4]$

(8) $(-\infty, 0) \cup (0, 3]$

(9) $(-1, +\infty)$

(10) $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

7. **解** (1) 不同.因为定义域不同,$f(x)$ 的定义域是 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$,而 $g(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$.

(2) 不同.因为对应法则不同,$f(x) = x$,而 $g(x) = |x|$.

(3) 相同.因为定义域、对应法则均相同.

(4) 不相同:定义域不同.

8. **解** $\varphi\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left|\sin\frac{\pi}{6}\right| = \frac{1}{2}, \varphi\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left|\sin\frac{\pi}{4}\right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\varphi\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \left|\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

因为 $|-2| > \frac{\pi}{3}$,所以 $\varphi(-2) = 0$

$y = \varphi(x)$ 的图形如图 1 - 2 所示.

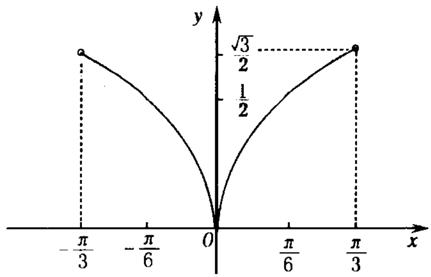

图 1-2

9. **证明** 设 $x_1, x_2 \in (-\infty, 1)$ 且 $x_1 \leqslant x_2$

$$y(x_2) - y(x_1) = \frac{x_2}{1 - x_2} - \frac{x_1}{1 - x_1}$$

$$= \frac{x_2 - x_1}{(1 - x_2)(1 - x_1)}$$

$\therefore y(x_2) - y(x_1) \geqslant 0$

$\therefore y = \frac{x}{1 - x}$ 在$(-\infty, 1)$ 内单调增加.

(2) 设 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ 且 $x_1 \leqslant x_2$

$$y(x_2) - y(x_1) = x_2 + \ln x_2 - (x_1 + \ln x_1)$$

$$= (x_2 - x_1) + \ln(\frac{x_2}{x_1})$$

$\because x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ 且 $x_1 \leqslant x_2$

$\therefore \frac{x_2}{x_1} \geqslant 1, \therefore \ln(\frac{x_2}{x_1}) \geqslant 0$

$\therefore y(x_2) - y(x_1) \geqslant 0$

$\therefore y = x + \ln x$ 在$(0, +\infty)$ 上单调增加.

10. **证明** 设 $x_1, x_2 \in (-l, 0)$ 且 $x_1 < x_2$,则

$$f(x_2) - f(x_1) = f[-(-x_2)] - f[-(-x_1)] \xlongequal{奇函数} -f(-x_2) + f(-x_1)$$

又 $-x_2, -x_1 \in (0, l)$ 且 $-x_1 > -x_2$,故由 $f(x)$ 在$(0, l)$ 内的单增性知:

$$f(x_2) - f(x_1) = f(-x_1) - f(-x_2) > 0$$

从而 $f(x)$ 在$(-l, 0)$ 内也是单调增加的.

11. **证明** (1) 设 $f_1(x), f_2(x)$ 为两个任意的偶函数,

令 $F(x) = f_1(x) + f_2(x)$

则 $F(-x)=f_1(-x_1)+f_2(-x)=f_1(x)+f_2(x)=F(x)$

故 $F(x)$ 为偶函数.

设 $g_1(x),g_2(x)$ 为两个任意的奇函数,令 $G(x)=g_1(x)+g_2(x)$

则 $G(-x)=g_1(-x)+g_2(-x)=-g_1(x)-g_2(x)=-G(x)$

故 $G(x)$ 为奇函数.

(2) 设 $f_1(x),f_2(x)$ 为任意两个偶函数,令 $F(x)=f_1(x)f_2(x)$

则 $F(-x)=f_1(-x)f_2(-x)=f_1(x)f_2(x)=F(x)$

故 $F(x)$ 为偶函数.

设 $g_1(x),g_2(x)$ 为任意两个奇函数,令 $G(x)=g_1(x)g_2(x)$

则
$$\begin{aligned}G(-x)&=g_1(-x)g_2(-x)=[-g_1(x)][-g_2(x)]\\&=g_1(x)g_2(x)=G(x)\end{aligned}$$

故 $G(x)$ 为偶函数.

设 $f(x)$ 为任一偶函数,而 $g(x)$ 为任一奇函数,令 $T(x)=f(x)g(x)$

则
$$\begin{aligned}T(-x)&=f(-x)g(-x)=f(x)[-g(x)]\\&=-f(x)g(x)=-T(x)\end{aligned}$$

故 $T(x)$ 为奇函数.

12. **解** (1) 因为 $f(-x)=(-x)^2[1-(-x)^2]=x^2(1-x^2)=f(x)$,所以 $y=x^2(1-x^2)$ 为偶函数.

(2) 因为 $f(-x)=3(-x)^2-(-x)^3=3x^2+x^3$,所以 $f(-x)\neq f(x)$ 且 $f(-x)\neq -f(x)$,即 $f(x)$ 既非奇函数又非偶函数.

(3) 因为 $f(-x)=\dfrac{1-(-x)^2}{1+(-x)^2}=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}=f(x)$,所以 $f(x)$ 为偶函数.

(4) 因为 $f(-x)=(-x)[-(x)-1][-(x)+1]=-x(x-1)(x+1)=-f(x)$,所以 $f(x)$ 为奇函数.

(5) 因为 $f(-x)=\sin(-x)-\cos(-x)+1=-\sin x-\cos x+1$,所以 $f(-x)\neq -f(x)$ 且 $f(-x)\neq f(x)$,即 $f(x)$ 既非奇函数又非偶函数.

(6) 因为 $f(-x)=\dfrac{a^{(-x)}+a^{-(-x)}}{2}=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}=f(x)$,所以 $f(x)$ 是偶函数.

13. **解** (1) 是周期函数,周期 $T=2\pi$

(2) 是周期函数,周期 $T=\dfrac{2\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$

(3) 是周期函数,周期 $T=\dfrac{2\pi}{\pi}=2$

(4) 不是周期函数

(5) 是周期函数.因为 $y = \sin^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$,所以周期为 $T = \dfrac{2\pi}{2} = \pi$

14.**解** (1) 因为 $y = \sqrt[3]{x+1}$,所以 $x = y^3 - 1$,从而 $y = \sqrt[3]{x+1}$ 的反函数为 $y = x^3 - 1$

(2) 因为 $y = \dfrac{1-x}{1+x}$,所以 $x = \dfrac{1-y}{1+y}$,从而 $y = \dfrac{1-x}{1+x}$ 的反函数为

$$y = \frac{1-x}{1+x}$$

(3) $\because y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $\quad \therefore x = \dfrac{-dy+b}{cy-a}$

$\therefore y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ 的反函数为:

$y = \dfrac{-dx+b}{cx-a}$.

(4) 由 $y = 2\sin 3x$ 得 $x = \dfrac{1}{3}\arcsin\dfrac{y}{2}$,所以 $y = 2\sin 3x$ 的反函数为 $y = \dfrac{1}{3}\arcsin\dfrac{x}{2}$

(5) 由 $y = 1 + \ln(x+2)$ 得 $x = \dfrac{e^y}{e} - 2$,所以,反函数为 $y = e^{x-1} - 2$

(6) 由 $y = \dfrac{2^x}{2^x+1}$ 得 $x = \log_2\dfrac{y}{1-y}$,所以,反函数为 $y = \log_2\dfrac{x}{1-x}$

15. **证明** 1) 必要性

设 $f(x)$ 在 X 上有界,即存在数 $M > 0$ 使得

$$|f(x)| \leqslant M, \quad x \in X$$

因而
$$-M \leqslant f(x) \leqslant M, \quad x \in X$$

亦即 $f(x)$ 在 X 上既有上界(M),又有下界($-M$).

2) 充分性

设 $f(x)$ 在 X 上有上界 M_1,下界 M_2,即

$$M_2 \leqslant f(x) \leqslant M_1, x \in X$$

令 $M = \max(|M_1|, |M_2|)$,则 $-M \leqslant M_2, M_1 \leqslant M$

因而 $\quad -M \leqslant f(x) \leqslant M, x \in X$

即 $\quad |f(x)| \leqslant M, x \in X$

故 $f(x)$ 在 X 上有界.

16. **解** (1) $y = \sin^2 x$, $\qquad y(x_1) = \dfrac{1}{4}$, $\qquad y(x_2) = \dfrac{3}{4}$

(2) $y = \sin 2x$, $y(x_1) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $y(x_2) = 1$

(3) $y = \sqrt{1 + x^2}$, $y(x_1) = \sqrt{2}$, $y(x_2) = \sqrt{5}$

(4) $y = e^{x^2}$, $y(x_1) = 1$, $y(x_2) = e$

(5) $y = e^{2x}$, $y(x_1) = e^2$, $y(x_2) = e^{-2}$

17. **解** (1) $f(x^2)$ 的定义域为 $[-1,1]$

(2) $f(\sin x)$ 的定义域为 $[2n\pi,(2n+1)\pi]$, $(n = 0, \pm 1, \cdots)$

(3) $f(x+a)$ 的定义域为 $[-a, 1-a]$

(4) 若 $0 < a \leqslant \frac{1}{2}$,定义域为 $[a, 1-a]$

若 $a > \frac{1}{2}$,则函数无定义

18. **解** $f[g(x)] = f(e^x) = \begin{cases} 1, & |e^x| < 1 \\ 0, & |e^x| = 1 \\ -1, & |e^x| > 1 \end{cases}$

即 $f[g(x)] = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \text{(见图 1-3)} \\ -1, & x > 0 \end{cases}$

$g[f(x)] = e^{f(x)} = \begin{cases} e^1 = e, & |x| < 1 \\ e^0 = 1, & |x| = 1 \text{(见图 1-4)} \\ e^{-1}, & |x| > 1 \end{cases}$

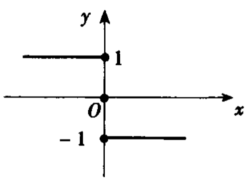

图 1-3

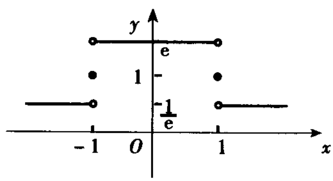

图 1-4

19. **解** $AB = DC = \frac{h}{\sin 40^\circ}$(见图 1-1)

又由 $\frac{1}{2}h[BC + (BC + 2\cot 40^\circ \cdot h)] = S$

可得　$BC = \frac{S_0}{h} - \cot 40^\circ \cdot h$

因此　$L = \frac{S_0}{h} + \frac{2 - \cos 40^\circ}{\sin 40^\circ} h$

自变量 h 的取值范围应由不等式组

$$\begin{cases} h > 0 \\ \frac{S_0}{h} - \cot 40^\circ \cdot h > 0 \end{cases}$$

确定,故定义域为$(0, \sqrt{S_0 \tan 40^\circ})$.

20.**解**　(1)$p = \begin{cases} 90 & 0 \leqslant x \leqslant 100 \\ 90 - (x - 100) \cdot 0.01 & 100 < x < 1\,600 \\ 75 & x \geqslant 1\,600 \end{cases}$

(2)$P = (p - 60)x = \begin{cases} 30x & 0 \leqslant x \leqslant 100 \\ 31x - 0.01x^2 & 100 < x < 1\,600 \\ 15x & x \geqslant 1\,600 \end{cases}$

(3) 当定购 1000 台时,按(2) 的结论

厂方可获利

$P = 31x - 0.01x^2$

$= [31 \times 1000 - 0.01 \times (1000)^2]$ 元

$= 21000$ 元

$\therefore$ 当定购 1000 台时,厂商获利 21000 元.