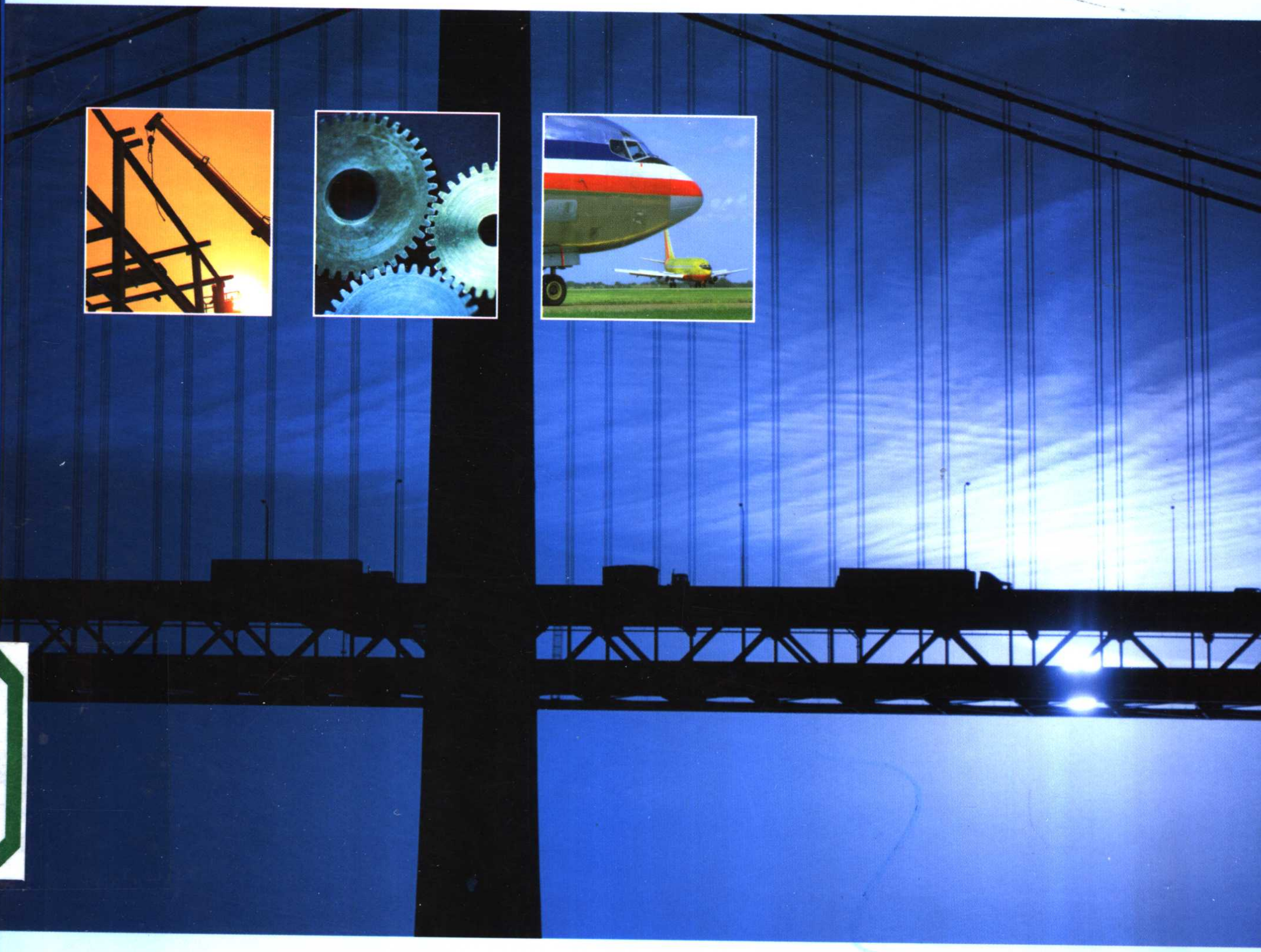
高等学校理工科规划教材

材料力学

CAILIAO LIXUE

（第三版）

王守新/主编



大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

高等学校理工科规划教材

材料力学

（第三版）

主编　王守新
编著　王守新　关东媛　李　锋　马红艳

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

材料力学 / 王守新主编．—3版．—大连：大连理工大学出版社，2005.3
ISBN 7-5611-0948-2

Ⅰ．材…　Ⅱ．王…　Ⅲ．材料力学　Ⅳ．TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 09648 号

大连理工大学出版社出版
地址：大连市凌水河　邮政编码：116024
电话：0411-84708842　传真：0411-84701466　邮购：0411-84707961
E-mail：dutp@dutp.cn　URL：http://www.dutp.cn
大连理工印刷有限公司印刷　　大连理工大学出版社发行

幅面尺寸：185mm×260mm　印张：17.5　字数：423 千字
印数：5 001 ~7 000
1994 年 9 月第 1 版　　2005 年 3 月第 3 版
2005 年 3 月第 3 次印刷

责任编辑：范业婷　　责任校对：李西娜
封面设计：宋　蕾

定　价：24.00 元

目　录

第1章 材料力学基本概念

1.1 材料力学的任务

材料力学(mechanics of materials)是在不断地解决工程问题的过程中产生和发展起来的,因此材料力学的一个主要作用是解决工程问题。材料力学又是变形体固体力学(Solid mechanics)的入门课程,因此材料力学的又一个主要作用是奠定学习变形体固体力学课程的基础。应用性和基础性构成了材料力学课程的特点。

工程结构和机械是由若干单个部分或零部件组成的,这些单个组成部分或零部件统称构件(member)。只有每一个构件都正常工作,才能保证整个结构正常工作。材料力学课程着重研究单个构件正常工作的基本力学条件。

工程结构和机械设计的基本要求是安全可靠,经济合理。其中材料力学解决的问题主要是建立强度条件、刚度条件和稳定性条件。

强度(strength)是指构件抵抗破坏的能力。构件在外力的作用下可能断裂,也可能发生显著不可消失的变形,这两种情况都属于破坏。容易发生破坏的构件,我们说它的强度低;不容易发生破坏的构件,则说它的强度高。构件正常工作需具备足够的强度,这类条件称为强度条件。

刚度(stiffness)是指构件抵抗变形的能力。构件在外力作用下会发生尺寸改变和形状改变,这两种改变统称变形。构件容易发生变形,我们说它的刚度低;不容易发生变形,则说它的刚度高。

变形是构件的一种重要力学响应,解决力学问题经常需要计算变形,因此材料力学研究构件时将其视为变形体,不再看作刚体。那些在刚体上建立起来的原理和定理,例如力线平移定理,不可任意地用到变形体上。

构件受力发生变形,外力卸除后消失的那部分变形称为弹性变形,不能消失的那部分变形称为塑性变形或残余变形。多数构件在正常工作时只允许发生弹性变形。

很多构件工作时对变形有一定要求,如机床主轴变形过大会降低加工精度,桥面受载变形过大会影响车辆正常行驶,车辆弹簧变形过小起不到缓冲作用等。这类构件除了应满足强度条件外,还应具有适当的刚度,把变形控制在设计范围以内,这类条件称为刚度条件。

稳定性(stability)是指构件维持原有平衡形式的能力。材料力学研究的构件一般都处于平衡状态,但平衡状态是各不相同的,有些构件平衡状态比较好,抗干扰能力强,不会被破坏,称为稳定的平衡状态。有些构件平衡状态则不好,如某些受到较大轴向压力的直杆,抗干扰性差,微小的干扰就会破坏它的平衡状态,这类平衡状态称为不稳定平衡。不稳定平衡在工程中是不允许的。确定稳定平衡需要满足的条件,称为稳定性条件。

材料力学的任务，是研究建立构件的强度条件(strength condition)、刚度条件(stiffness condition)和稳定性条件(stability condition)，为经济合理地设计构件提供基本理论和方法。

材料力学中，实验方法占有重要地位。一些理论的建立和验证，材料性能的研究，以及某些理论尚未解决的问题等，都要通过实验方法研究解决。因此完成材料力学的任务不应轻视实验的地位和作用。

计算机技术的飞速发展为力学研究和工程计算提供了有力的工具，利用计算机在完成材料力学的任务过程中也是一个非常值得注意的方向。

1.2　材料力学的研究对象

工程构件中较多见的是杆件，梁、柱、传动轴、支撑杆等都可以抽象为杆件。一个方向的尺寸远大于另两个方向尺寸的构件，一般称为杆(bar)。

描述杆的几何特征通常用横截面和轴线。垂直于杆的长度方向的平切面称为横截面(cross section)。所有横截面形心的连线称为杆的轴线(axis)。一般地，杆的横截面与杆的轴线是垂直的。横截面的大小和形状都相同的杆称为等截面杆(图 1-1(a)、图 1-1(b))，不相同的称为变截面杆(图 1-1(c))。轴线为直线的杆称为直杆(图 1-1(a)、图 1-1(c))，轴线为曲线的杆称为曲杆(图 1-1(b))。

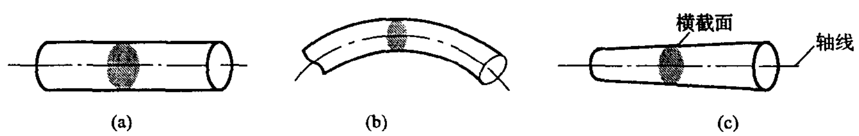


图 1-1

材料力学的研究对象主要是等截面直杆，简称等直杆，其模型如图 1-1(a)所示，分析计算时可以用其轴线表示。

材料力学中等直杆的计算原理一般可以近似用于曲率很小的曲杆和横截面变化不大的变截面杆。

1.3　材料力学的基本假设

由于工程材料的多种多样性，造成了具体的杆件也各不相同，完全精确地按照实际杆件进行力学计算，既不可能，也无必要。为简化计算，又能得到满足工程精度要求的结果，材料力学课程中对材料和构件作以下假设。

1. 连续性假设(continuity assumption)

认为物体在整个体积内毫无间隙地充满了固体物质，固体在其占有的几何空间内是密实的和连续的。这一假设意味着构件变形时材料既不相互离开，也不互相挤入，时刻满足变形协调条件，而且，无论取多么小的一个体积研究都是可能的，固体的力学变量就可以表示为坐标的连续函数，便于应用数学分析的方法。

2. 均匀性假设(homogenization assumption)

认为固体材料内任一部分的力学性能都完全相同。由于固体材料的力学性能反映的是其所有组成部分的性能的统计平均量,所以可以认为是均匀的。

3. 各向同性假设(isotropy assumption)

认为固体材料沿各个方向上的力学性能完全相同。工程上常用的金属材料,其各个单晶并非各向同性的,但是构件中包含着许许多多无序排列的晶粒,综合起来并不显示出方向性的差异,而是呈现出各向同性的性质。在材料力学中主要研究各向同性的材料。

4. 小变形假设

构件因外力作用而产生的变形量远远小于其原始尺寸时,就属于微小变形的情况。材料力学所研究的问题大部分只限于这种情况。这样,在研究平衡问题时,就可忽略构件的变形,按其原始尺寸进行分析,使计算得以简化。必须指出,对构件作强度、刚度和稳定性研究以及对大变形平衡问题分析时,就不能忽略构件的变形。

1.4　外力及其表示

作用在构件上的外力如果作用面面积远小于构件尺寸,可以简化为集中力(concentrated force),如图 1-2(a)所示,单位为牛(N)或千牛(kN)。力的作用范围较大时则应简化为分布力(distributed load),简化为一条线上的连续作用的力称为线分布力,如长杆的重力就可以简化为作用在杆的轴线上的线分布力,如图 1-2(b)所示,其大小用线分布力集度(intensity of distributed load)$q(x)$表示,单位为 N/m 或 kN/m,矢尾连线表示分布力集度沿杆轴线的变化规律。$q(x)$是常数时称为均布力,或均布载荷,如图 1-2(c)所示。图 1-2(d)是水闸受到静水压力作用时沿深度方向的线性线分布力的简化图。简化成在一个面上连续作用的力称为面分布力,如图 1-2(e)所示,其大小用 p 表示,单位为 Pa($1\text{Pa}=1\text{N/m}^2$)。图 1-2(f)是集中力偶(couple)的示意图,单位为 N·m 或 kN·m,图 1-2(g)则为线分布力偶的示意图,基本单位为 N·m/m。

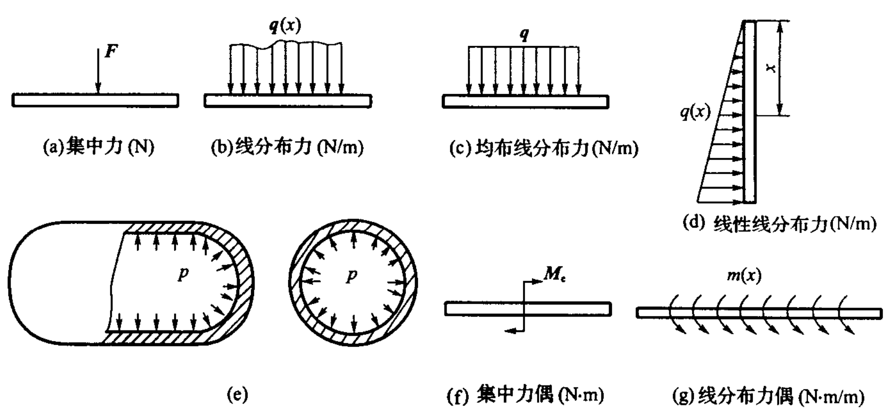


图 1-2

1.5 内力　截面法

1.5.1 内力

物体受外力作用产生变形时，内部各部分因相对位置改变而引起的相互作用力称为内力(internal force)。不受外力作用时，物体内部各质点间也存在着相互作用力，在外力作用下则会引起原有相互作用力的改变。材料力学中的内力，就是指这种因外力引起的物体内部各部分相互作用力的改变量。研究构件的强度和变形时，通常要先计算内力。

1.5.2 截面法

内力是物体内部各部分相互作用的力，只有将物体假想地截开才可能把内力显露出来并进行分析计算。以图 1-3(a)中在平衡力系作用下的物体为例，沿 C 截面假想地将物体截为 A、B 两部分，如图 1-3(b)所示。A 部分的截面上由于 B 部分对它的作用而存在着内力，按照连续性假设，内力在该截面上是连续分布的。这种分布内力可以向截面形心 O 简化为主矢 $\boldsymbol{R}$ 和主矩 $\boldsymbol{M}_o$，如图 1-3(c)所示。今后把分布内力的合力称为截面上的内力。同理，B 部分的截面上也存在着因 A 部分对它的作用而产生的内力 $\boldsymbol{R}'$ 和 $\boldsymbol{M}_0'$。根据作用与反作用定律，同一截面两边的内力必大小相等方向相反，即任一截面处的内力总是成对的。整个物体处于平衡状态时，若将 A、B 两部分中任意一部分留下观察，它也必然保持平衡。因此对留下部分建立平衡方程就可以确定该截面上的内力。这种用假想截面把构件截开后求内力的方法称为截面法(method of section)。

截面法是计算内力的基本方法，其步骤如下：

(1)截开　欲求某一截面上的内力，就沿该截面假想地把构件截分为二，取其中一部分作为研究对象，将另一部分对研究对象的作用用内力代替；

(2)局部平衡　对研究对象建立平衡方程并求解出内力。

在材料力学中，通常将杆件横截面上的内力(主矢 $\boldsymbol{R}$ 和主矩 $\boldsymbol{M}_o$)分解为六个内力分量计算(图 1-4)，即：

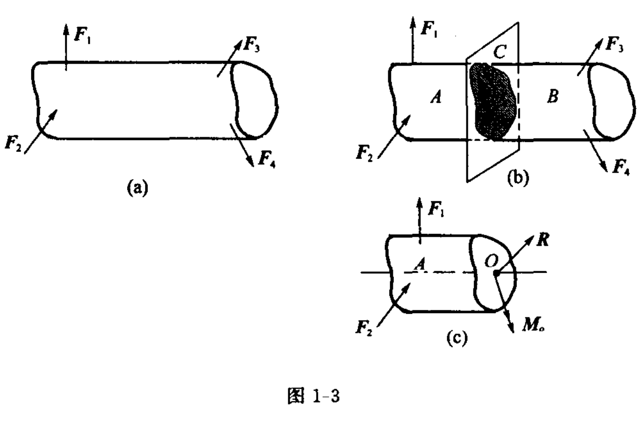
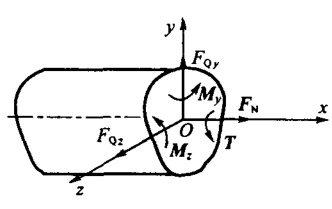


图 1-3



1-4

轴力 F_N(axial force)　力作用线通过横截面形心并垂直于横截面；

剪力 F_Q(shear force)　力作用线与横截面平行，F_{Qy}、F_{Qz}分别表示平行于 y、z 轴的剪力；

扭矩 T(torque)　力偶作用面与横截面平行，或力偶矩矢与横截面垂直；

弯矩 M(bending moment)　力偶作用面与横截面垂直，力偶矩矢平行于 y 轴的弯矩记为 M_y，平行于 z 轴的记为 M_z。

1.6 应　力

内力是连续分布的，用截面法确定的内力是这种分布内力的合力。为了描述内力的分布情况，需要引入应力(stress)的概念。

在截面上某一点 D 处取一微小面积 ΔA 如图 1-5(a)所示，其法向内力设为 ΔF_N，切向内力为 ΔF_Q，定义该点处的正应力(normal stress)σ 为

$$\sigma=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta F_N}{\Delta A}=\frac{dF_N}{dA} \tag{1-1}$$

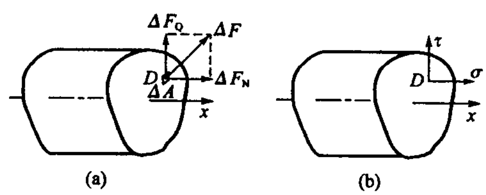


图 1-5

切应力(shear stress) τ 为

$$\tau=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta F_Q}{\Delta A}=\frac{dF_Q}{dA} \tag{1-2}$$

一般规定：正应力 σ 以离开截面为正，反之为负；平面问题中切应力 τ 若对作用面以里的实体产生顺时针矩，τ 为正，反之为负。

一点处的应力与所作用的截面方位有关，同一点沿不同方位的截面上应力是不同的。过一点处所有不同方位截面上应力的集合称为该点处的应力状态(state of stress at a given point)。研究复杂受力状态的强度问题时，通常要研究一点应力状态。

应力的单位是帕斯卡(Pascal)，简称帕(Pa)。1Pa＝1 N/m^2，工程中常用应力单位为兆帕(MPa)，1 MPa＝10^6 Pa。

1.7 位移　变形　应变

1.7.1 位移与变形

物体受外力作用或环境温度变化时，物体内各点的坐标会发生改变，这种坐标位置的改变量称为位移(displacement)。位移分为线位移和角位移，线位移是物体上一点位置的改变；角位移是指物体上一条线段或一个面转动的角度。由于物体内各点的位移，使物体的尺寸和形状都发生了改变，这种尺寸和形状的改变统称为变形(deformation)。通常，物体内各部分的变形是不均匀的，为了衡量各点处的变形程度，需要引入应变(strain)的概念。

1.7.2 线应变与切应变

1. 线应变

以图 1-6 所示拉杆为例，在两端的轴向拉力作用下，杆的长度发生变化，原长为 l，伸长量为 δ，定义该杆沿长度方向的平均线应变为

$$\varepsilon_m=\frac{\delta}{l} \tag{1-3}$$

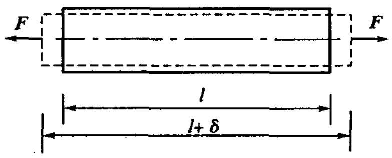


图 1-6

如果杆内各点变形是均匀的，ε_m 可认为是杆内各点处的沿杆长方向的线应变 ε。对于杆内各点处变形是不均匀的情况，可在各点处沿杆长方向取一微小段 Δx，若该微小段的长度改变量为 $\Delta\delta$，则定义该点处沿杆长方向的线应变(linear strain)为

$$\varepsilon=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta\delta}{\Delta x}=\frac{d\delta}{dx} \tag{1-4}$$

线应变 ε 是无量纲量，它可以度量物体内各点处沿某一方向长度的相对改变。一般规定：伸长时 ε 为正，缩短时为负。在小变形情况下，ε 是一个微小的量。

2. 切应变

在物体内一点 A 附近沿 x、y 轴方向取微线段 dx 和 dy(图 1-7)。物体变形后，原来相互垂直的两条边夹角发生变化。通过 A 点的两根互相垂直的微线段的直角改变量 γ 称为 A 点的切应变(shearing strain)或剪应变，用弧度(rad)来度量。小变形时 γ 也是一个微小的量。

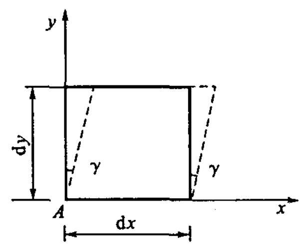


图 1-7

线应变 ε 和切应变 γ 是度量构件内一点处变形程度的两个基本量，它们分别与正应力 σ 和切应力 τ 相联系。

1.8　杆件的基本变形形式

杆件的受力情况和变形情况是多种多样的，如果建立若干模型，每个模型为一种基本变形形式，那么在一定条件下，杆件的受力和变形就可以看成是几种基本变形形式的组合，其强度和变形计算就可以利用各基本变形形式的已有结论叠加获得。当某种基本变形形式是主要的，其余的相对可以忽略时，问题就简化为该种基本变形形式。

杆件在外力作用下可产生以下几种基本变形形式：

(1)轴向拉伸，如图 1-8(a)，或轴向压缩，如图 1-8(b)所示；

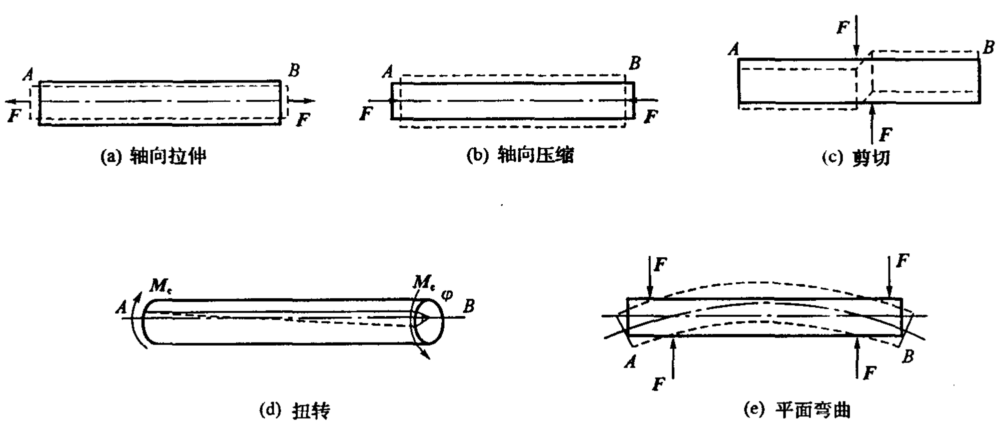


图 1-8

(2)剪切，如图 1-8(c)；

(3)扭转，如图 1-8(d)；

(4)平面弯曲，如图 1-8(e)。

各种基本变形形式的具体定义，分别见 2～5 章。各图中实线表示变形前杆件的图形，虚线表示变形后的图形。本教材先介绍各种基本变形形式的强度和变形计算，然后再介绍它们的组合。

习　题

1-1　判断下列说法是否正确：

(a)在杆件的某一截面上，所有各点的正应力 σ 都互相平行。

(b)在杆件的某一截面上，所有各点的切应力 τ 都互相平行。

1-2　选择题：图 1-9 中外力偶 M_e 作用在杆 AB 的不同位置时，______。

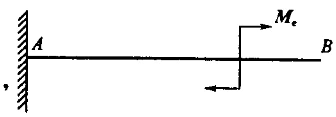


图 1-9

A. 杆端 A 的约束力不变，杆的变形改变

B. 杆端 A 的约束力改变，杆的变形不改变

C. 杆端 A 的约束力和杆的变形都不变　　D. 杆端 A 的约束力和杆的变形都改变

1-3　混凝土圆柱在两端受压力而破坏，此时高度方向的平均线应变为 -1200×10^{-6}，若圆柱高度为 400 mm，试求破坏前圆柱缩短了多少？

1-4　计算图 1-10 所示结构 $m-m$ 截面上的各内力分量。

1-5　减振机构如图 1-11 所示，若已知刚臂向下位移了 0.01 mm，试求橡皮的平均切应变。

1-6　从某构件中的三点 A、B、C 取出的微块如图1-12所示。受力前后的微块分别用实线和虚线表示，试求各点的切应变。

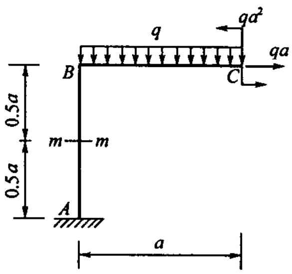


图 1-10

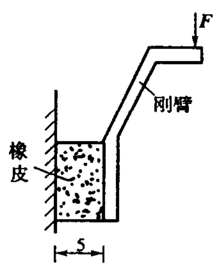


图 1-11

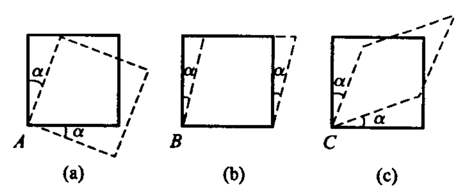


图 1-12

1-7　图 1-13 所示均质矩形薄板 A 点在 AB、AC 面上的平均切应变为 $\gamma=1000\times10^{-6}$，虚线表示变形后的形状，试求 B 点的水平线位移 BB' 为多少。

1-8　图 1-14 所示三角形薄板 ABC 受力变形后，B 点垂直向上位移 0.03 mm，AB'，$B'C$ 仍保持为直线(虚线)。试求沿 OB 方向的平均线应变及 B 点沿 AB、BC 的切应变。

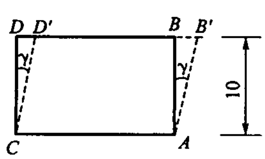


图 1-13

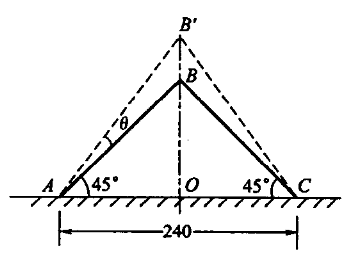


图 1-14

第 2 章　轴向拉伸和压缩

2.1　概　述

作用在杆件上的外力，如果其作用线与杆的轴线重合，称为轴向载荷(axial load)。杆件只受轴向载荷作用时，发生纵向伸长或缩短变形。杆件的这种变形形式称为轴向拉伸(axial tension)或轴向压缩(axial compression)，杆件则分别称为拉杆或压杆。一般可统称拉压杆。

工程中很多构件在忽略自重等次要因素后可看作拉压杆，图 2-1(a) 所示吊车中 AB 杆即可视为拉杆，图 2-1(b) 为其计算简图。图 2-2(a) 所示的千斤顶的顶杆可视为压杆，图 2-2(b) 为其计算简图。

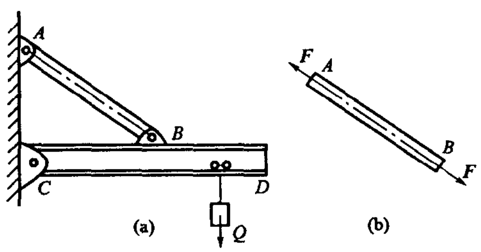


图 2-1

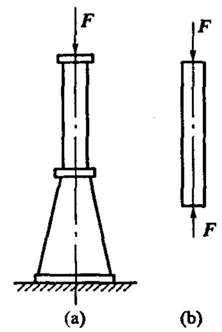


图 2-2

本章主要研究等直杆的轴向拉伸和压缩问题。

2.2　轴力　轴力图

计算拉压杆的内力可用截面法。例如，欲求图 2-3(a) 所示杆横截面 m-m 上的内力，可假想用一平面沿 m-m 将杆截成两段，研究其中一段(如图 2-3(b) 所示左段)的平衡，可知该截面上内力只存在轴力 F_N，其数值可由平衡方程求出，即

$$\sum F_x = 0,\quad F_N - F_1 + F_2 = 0$$

$$所以\quad F_N = F_1 - F_2$$

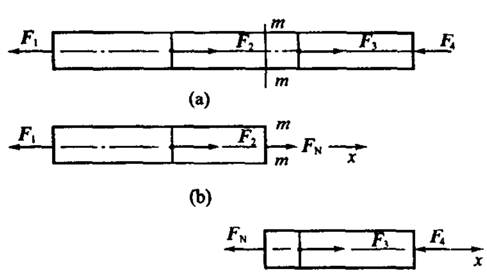


图 2-3

上式表明：

(1) 拉压杆任意横截面上的轴力，数值上等于该截面任一侧所有外力的代数和；

(2) 此式结果若大于零，表明该截面轴力 F_N 的实际方向与图 2-3(b) 中假设的相同，小于零则表示相反；通常规定离开横截面的轴力为正，

称为拉力，指向横截面的轴力为负，称为压力。拉力引起杆件纵向伸长变形，压力引起杆件纵向缩短变形。

当拉压杆上作用多个轴向载荷时，不同横截面上的轴力值是不同的。这时可用一条几何图线表示不同横截面上的轴力的变化规律，这条图线称为轴力图(normal force diagram)。轴力图中横坐标代表杆件横截面的位置，纵坐标表示各横截面上轴力的代数值。例 2-1 说明了轴力图的做法。

【例 2-1】 试作图 2-4(a) 所示杆件的轴力图。

解 (1) 各段轴力计算

用截面法可得：

$$F_{N1} = 20\ \text{kN}(拉) \qquad F_{N2} = 60\ \text{kN}\ (拉)$$
$$F_{N3} = -10\ \text{kN}(压) \qquad F_{N4} = 15\ \text{kN}\ (拉)$$

(2) 画轴力图

根据上述计算结果选定比例尺画出轴力图，见图 2-4(f)。

初学者为体会截面法可画图 2-4(b) ～ 图 2-4(e) 以计算各截面轴力，熟悉后可不画这些图，直接心算和作图。

轴力图是很有用的工具，从轴力图上可以很直观地看出杆件各截面上的轴力值及轴力沿杆轴的分布情况，这对杆件的内力分析是很有意义的。其他内力图也是这样。

应当注意，对作用在杆件上的外力系进行静力等效代换后，会改变杆件各截面的内力分布。因此，适用于刚体的静力等效原理一般不能用于变形体，也就是说，研究变形时通常不可以随意改变外力的作用方式和作用位置。

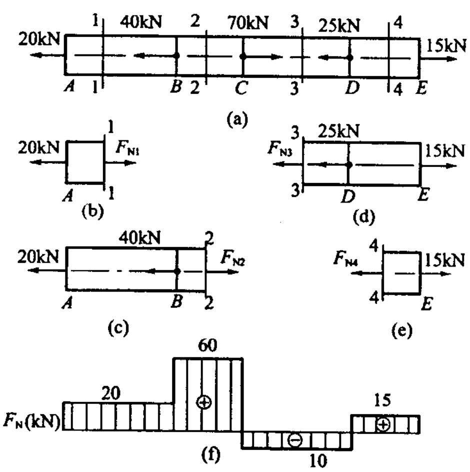


图 2-4

2.3 拉压杆的应力

2.3.1 横截面上的应力

建立强度条件需要计算每一点处的应力。由于轴力 F_N 垂直于横截面，所以拉压杆的横截面上存在正应力 σ。

计算横截面各点正应力需要研究变形几何关系。为观察变形关系，加载前在杆件表面画上若干条纵向线(longitudinal lines) 和横向线(transverse lines)，见图 2-5(a)，在杆的两端分别加上均匀分布的合力为 F 的轴向拉力后，可以观察到各纵向线仍为平行于轴线的直线，且都发生了伸长变形；各横向线仍为直线且与纵向线垂直，见图 2-5(b)。这说明各纵向线的伸长是相同的。据此可对杆件内部的变形作出假设：杆件变形前的各横截面在变形后仍为平面且与杆的轴线垂直。这个假设称为平面假设(plane assumption)，已为现代实验力学证实。

由平面假设可以推断，杆件任意两个横截面之间的所有纵向线段的伸长均相同，即横截

面上各点纵向线应变 ϵ 相等。

杆件的变形与受力之间的关系习惯上称为物理关系。对于均匀材料，各点的物理关系是相同的，当各点纵向线应变相等时，横截面上各点的应力也相等，即横截面上各点应力是均匀分布的。

因此，根据任一横截面一侧的平衡（图 2-5(c)），可知拉杆横截面上不存在切应力 τ，只存在正应力 σ，正应力 σ 是均匀分布的。

根据静力学关系（图 2-6）有

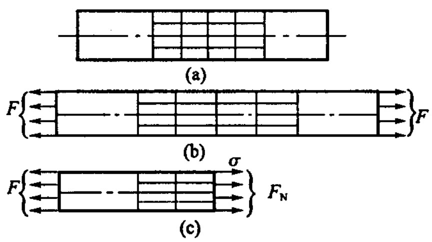


图 2-5

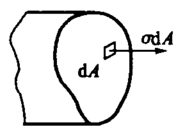


图 2-6

$$F_N = \int_A \sigma \mathrm{d}A = \sigma A$$

因此拉杆横截面上任一点的正应力为

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \tag{2-1}$$

式中 A 为杆件横截面面积；σ 称为工作应力，其正负号与轴力 F_N 相同，即拉应力为正，压应力为负。上式对压杆也适用。

2.3.2　圣维南原理

如果作用在杆端的轴向载荷不是均匀分布的，如图 2-7 所示集中力作用的情况，圣维南原理(Saint-Venant principle) 指出，“力作用于杆端方式的不同，不会使与杆端距离相当远处各点的应力受到影响”，也就是说，图中只有杆端虚线范围内（大约是杆的横向尺寸）横截面上的正应力不是均匀分布的，而其余横截面上的正应力仍然均匀分布，式(2-1) 仍然适用。

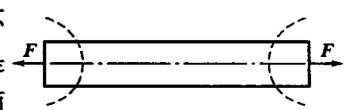


图 2-7

2.3.3　斜截面上的应力

设 k-k 截面为拉压杆的任一斜截面(inclined plane)，如图 2-8(a) 所示，用该截面的外法线 n 与 x 轴正向的夹角 α 表示它的位置（图 2-8(b)），并简称为 α 面，规定 α 角自 x 轴正向逆时针转到 n 为正。现研究该截面上的应力。用截面法取其左段研究，如图 2-8(c)，根据平衡条件可得 α 面上的内力 F_α 为

$$F_\alpha = F \tag{1}$$

仿照分析横截面上正应力的过程，可得 α 面上平行于杆轴线方向的总应力 p_α 是均匀分布的结论，如图 2-8(c) 所示，因而