

研究生教学用书

教育部学位管理与研究生教育司推荐

非线性控制系统理论与应用

(第2版)

胡跃明 著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

研究生教学用书

教育部学位管理与研究生教育司推荐

非线性控制系统理论与应用

(第2版)

胡跃明 著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

非线性控制系统理论与应用 / 胡跃明著. —2 版.
北京:国防工业出版社,2005.7
研究生教学用书
ISBN 7-118-03853-9

I. 非... II. 胡... III. 非线性控制系统—研究生—教材 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 023596 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 710×960 1/16 印张 15½ 272 千字

2005 年 7 月第 2 版 2005 年 7 月北京第 2 次印刷

印数:3001—7000 册 定价:26.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

再版前言

本书第1版自出版以来,承蒙同行的厚爱,被多个大院所作为非线性控制相关课程的研究生教材或参考书,并给作者提出了一些富有学术和教学意义的建设性意见,教育部学位管理与研究生教育司推荐该书为研究生教学用书,也为作者修订再版提供了良机,在此作者表示衷心的感谢。

第2版主要进行了下列修订:

(1) 对个别笔误进行了更正。

(2) 对每章习题进行了充实,个别有一定难度或者有代表性的习题增加了提示。

(3) 鉴于周期时变反馈在一般非线性控制系统特别是在非完整控制系统中的应用前景,在第六章增加了作者关于不确定无漂移非完整系统的显式周期时变反馈方法研究的最新结果。该方法通过适当的时变周期奇函数反馈使系统初值问题解为周期解,然后构造系统的首次积分,并结合变结构控制方法给出了使系统渐近稳定的一般反馈规律。

在该书再版之际,作者衷心感谢国家自然科学基金(No.60374016)、广东省自然科学基金(No.020848)和广东省教育厅对相关研究工作的持续支持。

鉴于非线性控制系统涉及面广,本书只能从入门角度重点介绍基本方法和若干研究热点问题。书中不妥之处,殷切期望同行批评指正。

胡跃明

2005年1月于广州华南理工大学

第 1 版前言

非线性控制系统理论与应用研究在近 20 年来取得了可喜的进展,特别是以微分几何为工具发展起来的精确线性化方法受到了普遍的重视。通过利用李括号及微分同胚等基本工具研究非线性系统状态、输入及输出变量间的依赖关系,系统地建立了非线性控制系统能控、能观及能检测的充分或必要条件。特别是全局状态精确线性化及输入/输出精确线性化方法的发展,使复杂的非线性系统综合问题在适当的非线性状态和反馈变换下转化为简单的线性系统综合问题。它与传统的利用泰勒展开进行局部线性化近似方法不同,在线性化过程中没有忽略掉任何高阶非线性项,因此这种线性化不仅是精确的,而且是在全局意义下的,即线性化对变换有定义整个区域都适用。因此现代非线性控制理论不仅是线性系统理论的推广,同时随着现代计算机和其他硬件技术的飞速发展,在各种实际对象中的应用也会越来越广泛。

目前非线性控制系统理论与应用已被列为国内外许多工科大学相关专业硕士生和博士生的学位课或必修课。虽然国内外目前出版了数十种关于非线性控制系统理论与应用方面的教材和专著,但由于条件的限制,国外一些代表性著作在国内还不是非常普及,对于现代数学基础比较薄弱,特别是未学习过微分几何与拓扑的工程专业学生与研究人员来说,要系统地学习和掌握这些教材或专著中的内容也具有相当的难度。因此撰写一本适合我国工程专业研究人员和学生的著作,是十分必要的。

本书根据作者多年来从事非线性控制系统理论与应用的教学与研究工作经验,并结合国外最近出版的几本有关非线性系统方面的著作,力求将一些非线性系统基本理论和目前一些比较有代表性的研究热点内容介绍给读者。全书共分九章,前三章主要介绍非线性控制系统的一些预备知识,包括基本概念、微分几何基础、稳定性理论等。第四章介绍非线性控制系统的输入/输出分析方法,主要包括描述函数方法和沃特拉表达方法。第五章重点介绍非线性控制系统的精确线性化方法,首先对单输入单输出系统给出了可以实现输入/输出线性化和输入/状态线性化的条件以及精确线性化方法,然后将有关结果推广到多输入多输出系统。此外还讨论了零动态、动态扩展、鲁棒线性化及有线性动态误差的状态

观测器设计等相关问题。第六章集中讨论非线性几何控制方法,主要介绍了能控性和能观性概念以及标准分解方法,同时还系统讨论了非完整系统特别是无漂移控制系统的控制问题。第七章主要介绍非线性系统的变结构控制方法,将精确线性化和变结构控制方法有机地结合起来用于非线性不确定系统的鲁棒控制问题。第八章集中介绍了近年来非线性控制系统领域中的一些研究热点,包括各种近似线性化方法、反步设计方法、齐次控制方法、微分平滑方法等,对有关从事该领域理论与应用研究的读者来说具有很好的参考价值。最后一章给出了球棒系统、飞行器和非完整移动机器人的非线性控制设计实例。读者可根据需要,选取其中一部分作为学习内容,其他可供进一步研究时作参考之用。

作者特别要感谢华南理工大学的周其节教授和中科院系统研究所的秦化淑教授,他们在非线性系统方面的授课和讲座,使作者受益匪浅。加拿大 Concordia 大学的 Chun-Yi Su 教授在来华访问研究期间,对本书提出了许多建设性修改意见。多年选修该课的博士和硕士研究生给作者提出了许多宝贵的意见,特别是晁红敏、秦中广、宋云霞等博士生为作者撰写本书查阅和翻译了大量外文资料。此外本书部分研究结果得到了国家自然科学基金委员会(No.69974015)、国家科委“863”计划智能机器人主题(No.9805-19)、广东省自然科学基金委员会(No.990583)、广东省教育厅及香港研究资助局等部门资助项目的大力支持。香港理工大学副校长梁天培教授及该校电子与信息工程系李志权博士多年来与作者在机器人控制系统理论与应用研究方面进行了愉快的合作,为作者收集资料和完成本书奠定了基础。国防工业出版社的朱秀芬和徐宗信两位编辑为本书的组稿和出版付出了辛勤的劳动。在此作者对他们表示衷心的感谢。

由于作者的水平和研究兴趣所限,书中缺点和不足之处在所难免,作者非常欢迎读者批评指正。

胡跃明

2001年6月于广州华南理工大学

目 录

本书部分通用符号	1
第一章 绪言	3
1.1 引言	3
1.2 非线性系统分析的复杂性	4
1.3 若干非线性系统的实例	6
第二章 数学预备知识	11
2.1 群和域	11
2.2 赋范线性空间	12
2.3 压缩映射原理与微分方程解的存在惟一性	14
2.4 微分拓扑基础	18
2.4.1 光滑流形和光滑映射	18
2.4.2 切空间与导数	19
2.5 微分几何基础	21
2.5.1 切空间	21
2.5.2 向量场、李括号和李代数	23
2.5.3 分布和协分布	26
2.5.4 伏柔贝尼斯定理	28
习题	34
第三章 稳定性理论基础	36
3.1 引言	36
3.2 稳定性概念	37
3.3 李雅普诺夫稳定性定理	39
3.4 不稳定定理	42
3.5 拉萨尔不变性原理	43
3.6 线性系统及其扰动系统的稳定性	48

3.7 线性时变周期系统的稳定性	50
习题	53
第四章 输入/输出分析	55
4.1 描述函数法	55
4.2 沃特拉输入/输出表达式	63
习题	67
第五章 精确线性化方法	68
5.1 引言	68
5.2 单输入单输出系统	68
5.2.1 输入/输出线性化	68
5.2.2 SISO 非线性系统的标准形	71
5.2.3 状态反馈精确线性化	76
5.2.4 系统的零动态	81
5.2.5 逆和精确跟踪	84
5.2.6 渐近镇定和 SISO 系统的跟踪	85
5.3 多输入多输出情形	87
5.3.1 输入/输出精确线性化	88
5.3.2 状态精确线性化	91
5.4 MIMO 系统的动态扩展	95
5.5 鲁棒输入/输出线性化问题	97
5.6 有线性动态误差的状态观测器	100
习题	105
第六章 非线性几何控制方法	109
6.1 非线性系统的能控性	109
6.2 无漂移控制系统	112
6.3 非完整系统的控制方法	116
6.3.1 链式非完整系统的最优控制	116
6.3.2 一般无漂移系统的最优控制	122
6.3.3 无漂移系统的规范形	126
6.4 带漂移项的控制系统	128
6.5 能观性及其相关问题	131

6.5.1 能控能观分解问题	132
6.5.2 零动态算法和广义标准形	133
6.6 非线性系统的输入/输出展开式	140
6.7 受控不变分布和干扰解耦	143
6.8 无漂移非完整系统的周期时变反馈控制	145
习题	151
第七章 变结构控制	154
7.1 引言	154
7.2 变结构控制系统的发展概况	156
7.3 变结构控制系统的描述及基本问题	157
7.3.1 变结构控制系统的数学描述	158
7.3.2 滑动模的数学描述	159
7.3.3 滑动模的到达条件	161
7.3.4 滑动模的不变性	163
7.3.5 变结构控制系统的抖振问题	164
7.4 变结构控制系统的综合	165
7.5 线性系统的变结构控制	167
7.6 基于线性化的变结构控制	169
7.7 输出解耦变结构控制	172
习题	175
第八章 其他专门问题	179
8.1 非线性控制系统的近似线性化方法	179
8.1.1 伪线性化方法	180
8.1.2 线性化族	181
8.1.3 近似输入/输出线性化	182
8.1.4 基于样条函数的状态近似线性化	183
8.1.5 奇摄动方法	185
8.1.6 中心流形方法	186
8.2 反步设计方法	188
8.2.1 基于反步法的控制器设计	188
8.2.2 一类不确定非线性系统的自适应控制	191
8.3 非线性系统的齐次控制方法	193

8.4	非线性系统的微分平滑	195
8.5	非正则 SISO 系统的近似线性化	198
8.6	轻微非最小相位系统的控制	201
8.7	正则扰动非线性系统的奇摄动零动态	209
	习题	212
第九章	非线性控制设计实例	213
9.1	球棒系统	213
9.2	非线性飞行控制	218
9.3	非完整移动机器人的控制	222
9.4	结束语	227
	参考文献	228

本书部分通用符号

下面给出本书部分通用的标准符号,某些非标准符号在书中将加以定义。

$a \in A$	a 是集 A 的一个元素	$\operatorname{Im} z$	复数 z 的虚部
$A \subset B$	集 A 包含在集 B 中	C_+^0	$\{z \in C: \operatorname{Re} z > 0\}$
$A \cup B$	集 A 和集 B 的并集	C_-^0	$\{z \in C: \operatorname{Re} z < 0\}$
$A \cap B$	集 A 和集 B 的交集	$A^{m \times n}$	$m \times n$ 阶矩阵
\supset	使得	$\sigma(A)$	方阵 A 的特征值集
\forall	任意	$\operatorname{tr} A$	方阵 A 的迹
\exists	存在	$f: A \rightarrow B$	将区域 A 映射为区域 B
$p \Rightarrow q$	由 p 推出 q	∂A	A 的边界
$p \Leftarrow q$	由 q 推出 p	$(x_k)_{k \in K}$	属于指标集 K 的元素族
$p \Leftrightarrow q$	p 与 q 等价	$C([a, b], R)$	$[a, b] \rightarrow R$ 的连续函数空间
$\overline{M^c}$	集 M 的内点	$\ x\ $	向量或者矩阵 x 的欧氏范数
\overline{M}	集 M 的闭包	$C^k([a, b], R)$	$[a, b] \rightarrow R$ 的具 k 阶连续导数的连续函数空间
M^\perp	M 的正交补空间	\dot{f}	定义在某区域上的向量、矩阵(或标量)函数 f 的时间导数
\oplus	子空间的直和	$df(x)$	$R^n \rightarrow R^m$ 的函数 f 的导数
$[a, b]$	R 的闭子集	$L_p^k[a, b]$	$[a, b]$ 上 p 次可积的实函数空间
$(a, b]$	R 的含 b , 不含 a 点的子集	$o(x)$	比 x 高阶的无穷小量或函数
$a \rightarrow b$	a 趋于 b	$O(x)$	与 x 同阶的无穷小量或函数
N	非负整数集, 自然数集如 ($N = \{0, 1, 2, \dots\}$)	$\operatorname{span} P$	由 P 张成的子空间
R	实数集		
C	复数集		
Z	整数集, 如 $(\dots, -1, 0, 1, \dots)$		
j	虚数单位, $j^2 = -1$		
$R_+ (R_-)$	非负(非正)实数集		
$C_+ (C_-)$	包括虚轴的右(左)半复平面		
$\operatorname{Re} z$	复数 z 的实部		

image P P 的像点所组成的集合

$SO(3)$ $\mathbf{R}^{3 \times 3}$ 中所有行列式值为 1 的正交矩阵组成的集合

$SO(n)$ $\mathbf{R}^{n \times n}$ 中所有行列式值为 1 的正交矩阵组成的集合

$\text{sgn}(x)$ 符号函数, 即

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

第一章 绪 言

1.1 引 言

线性系统理论自 20 世纪 50 年代以来不仅在理论上已逐步完善,也已成功地应用于各种国防和工业控制问题。随着现代工业对控制系统性能要求的不断提高,传统的线性反馈控制已很难满足各种实际需要。这是因为大多数实际控制系统往往是非线性的,采用近似的线性模型虽然可以使我们更全面和容易地分析系统的各种特性,但是却很难刻画出系统的非线性本质,线性系统的动态特性已不足以解释许多常见的实际非线性现象。另一方面,计算机及传感器技术的飞速发展,也为我们实现各种复杂非线性控制算法奠定了硬件基础。因此自 80 年代以来,非线性系统的控制问题受到了国内外控制界的普遍重视。

有许多非线性现象是无法用线性系统理论刻画的,例子如下。

1. 多个平衡点或多个操作点

对于线性系统模型:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (1.1)$$

式中 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为常数矩阵;点 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 是系统的平衡点。也就是说,如果微分方程(1.1)在 $t = 0$ 时的初始状态为 $\mathbf{0}$,则对任何 t ,系统的状态仍为 $\mathbf{0}$ 。如果 \mathbf{A} 为一个非奇异矩阵,那么 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 是线性系统惟一的平衡点。如果 \mathbf{A} 为奇异矩阵,那么系统平衡点集将是矩阵 \mathbf{A} 的零向量空间,即有无穷多个平衡点。但是对于渐近稳定的系统而言,总是只有一个平衡点,因为此时 \mathbf{A} 显然为非奇异的。而当 \mathbf{A} 奇异时,若给 \mathbf{A} 的元素一个适当的无限小扰动将几乎肯定地使它变成非奇异。因此,由方程(1.1)构成的线性系统在很大程度上不会出现一个以上的平衡点。

但是,许多实际系统往往存在多个平衡点。例如二进制逻辑电路中至少有两种稳定状态,化学反应运动学允许有多个平衡点以及模拟输电网中有功率和无功功率流动的潮流方程有多个稳定的运行点,等等。因而采用传统的线性模型是无法描述这种现象的。

2. 状态变量或极限环的周期性变化

作为对比,我们再来分析线性系统(1.1)。如果 \mathbf{A} 具有纯虚部的特征值,则

线性系统将有一个连续的周期解。但若给 A 的元素一个小扰动将会引起特征值的实部不为零而使周期解不复存在。因此,线性系统中参数的微小变化会破坏周期解的存在性,同时会使系统产生不稳定的或稳定的平衡点,也即有周期解的线性系统对参数的变化不具有鲁棒性。

另一方面,在多个平衡点情形,也存在多个孤立周期解的实际系统,如范德普尔(van der Pol)方程描述的系统,这些现象是不能用线性模型来描述的。

但是,有许多具有鲁棒性作周期变化的实际系统,例如模拟心跳和神经脉动的所谓范德普尔类方程,就存在稳定的极限环。

3. 分叉及混沌

许多系统的一些特性,如平衡点的数量、极限环的数量以及这些特性的稳定性,会随着模型参数的变化而改变,而这些变化都不能用一个参数化的线性模型来刻画。例如当加于端口的电压升高或降低时,一端口电阻器,如隧道二极管的电流值会发生急剧的变化。当喷气式飞机发动机的冲击角度发生变化时,一个恒定的飞行线路的角度轨迹就会变成不稳定,并代之以有恒定滚动率的周期模式。

4. 复杂的动态现象

我们来思考一下线性系统(1.1)的动态特性:若 A 的特征值不在虚轴上,其响应就是指数函数之和。当由矩阵 A 的特征值决定的指数函数给定后,对于任何初始条件, t 趋于无穷大时系统的响应要么衰减为零,要么急剧增加。若 A 有特征值位于虚轴上,系统(1.1)的解既不衰减也不急剧增加。正如上面所指出的,微小的参数扰动将使特征值偏移虚轴,这种模型是非鲁棒的。

相比之下,许多物理系统的动态特性是一个复杂和对初始条件敏感的函数,例如,人口模型的动态系统、气候模型和汹涌的流体流动模型。这些系统大都以分叉或收敛的指数函数的形式出现。初始条件很小的变化可以使曲线轨迹发生很大的变化。这些都被称为混沌或复杂的动态系统,是不能用线性模型来产生的。

1.2 非线性系统分析的复杂性

与线性系统相比,非线性系统的分析要困难和复杂得多,主要表现在:

(1) 对线性系统而言,根据其对应矩阵的特征值容易得到解析解,然后根据其解的表达式可以得到一系列定量和定性结果。对于非线性系统而言却很少有这种情况,一般无法得到解的具体表达形式。因此,有必要对非线性系统进行深入的定性分析,在定量上进行反复的模拟证明。

(2) 非线性系统分析必须涉及一些比较抽象和繁琐的现代数学工具。例

如,考虑由下列微分方程描述的非线性系统

$$\dot{x} = f(x, u, t), x(0) = x_0 \quad (1.2)$$

式中 $x \in R^n$ 为状态变量; x_0 为 $t = 0$ 时的初始状态; $u \in R^m$ 为控制向量。如果对任意 t , 式(1.2)关于 x 和 u 是仿射或线性的, 显然我们可找到相应的控制, 使得:

- ① 系统(1.2)至少有一个解属于一些合理的函数族(解的存在性);
- ② 系统(1.2)在上述函数族中刚好有一个解(解的惟一性);
- ③ 系统(1.2)确有一个解对所有的 t 有定义(解的可延拓性)。

但对于非线性系统而言, 就会出现各种比较复杂的现象, 其解可能不存在、不惟一或不能延拓到适当大的时间范围。例如:

- ① 解不存在的例子。考虑下列系统

$$\dot{x} = -\operatorname{sgn}(x), x(0) = 0 \quad (1.3)$$

式中 $\operatorname{sgn}(x)$ 为符号函数, 即当 $x > 0$ 时, $\operatorname{sgn}(x)$ 取值为 1, 而当 $x < 0$ 时, $\operatorname{sgn}(x)$ 取值为 -1。因此, 不可能存在满足式(1.3)的连续可微函数。但是, 式(1.3)又是开关或继电控制系统中常见的模型。

- ② 解不惟一的例子。考虑下列系统

$$\dot{x} = 3x^{2/3}, x(0) = 0 \quad (1.4)$$

显然, 函数 $x(t) = t^3$ 及 $x(t) = 0$ 均为满足初始条件的解, 也即此系统初值问题的解是不惟一的。

- ③ 解不可延拓的例子。考虑如下系统

$$\dot{x} = 1 + x^2, x(0) = 0 \quad (1.5)$$

该系统初值问题的解为 $x(t) = \tan(t)$, 它在区间 $[0, \pi/2)$ 之外是无定义的, 也即解不可以连续地延拓到 $t \geq \pi/2$ 的时间范围。

因此, 对于非线性系统而言, 其解可能会出现各种线性系统所不具有的特征。下面考虑非线性系统

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (1.6)$$

如果其中的函数 $f(x, t)$ 不明显依赖于时间 t , 则称系统(1.6)为自治的。若对任意 $t \geq t_0$ 有 $f(x_0, t) = 0$, 则称 $x_0 \in R^n$ 为系统(1.6)在 t_0 时刻的平衡点。

显然, 如果式(1.6)存在惟一解且 x_0 是在 t_0 时刻的平衡点, 则当 $x(t_0) = x_0$ 时, 对所有 $t \geq t_0$ 有 $x(t) \equiv x_0$ 。若对所有的 t 有 $f(x_0, t) \equiv 0$, 则简称 x_0 为系统(1.6)的平衡点。例如对无外力作用的单摆系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -k_1 x_2 - k_2 \sin(x_1) \end{cases} \quad (1.7)$$

该系统是自治的,而且存在多个平衡点 $(x_1, x_2) = (0, n\pi) (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ 。

若系统(1.6)是自治的,则寻求系统的平衡点就相当于求解下面的非线性代数方程

$$f(\mathbf{x}) = 0 \quad (1.8)$$

它要么有一个连续解集,要么有几个孤立解,要么无解。特别地,对线性系统,即 $f(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$,若矩阵 \mathbf{A} 是非奇异的,则显然方程 $\mathbf{A}\mathbf{x} = 0$ 有惟一解;若矩阵 \mathbf{A} 是奇异的,则此时有一个连续解集,即为 \mathbf{A} 的零向量空间。如果存在 \mathbf{x}_0 的一个充分小的邻域使得在此邻域内除了 \mathbf{x}_0 外没有其他的平衡点,则称 \mathbf{x}_0 为自治系统的孤立平衡点。

假设 $f(\mathbf{x}, t)$ 是 C^1 类函数(即连续可微函数),对任何时刻, \mathbf{x}_0 是(1.6)的一个平衡点。将 $f(\mathbf{x}, t)$ 在 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ 点作泰勒级数展开得:

$$f(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}_0, t) + \mathbf{A}(t)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + r(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0, t) \quad (1.9)$$

式中

$$\mathbf{A}(t) = (A_{ij}(t)) = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_0, t) = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}_0, t) \right)$$

为该系统的近似线性化部分。若 $\mathbf{A}(t)$ 为非奇异的,则此时 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ 显然是系统的一个孤立平衡点。对于 $\mathbf{A}(t)$ 为奇异的情形,其平衡点可能会出现各种情况。例如系统

$$\dot{x} = x^3, x \in \mathbf{R}$$

在平衡点 $x = 0$ 的线性化部分为0,它仍然是孤立的。而下列非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -ax_1 + bx_1x_2 \\ \dot{x}_2 = -bx_1x_2 \end{cases}$$

的平衡点是一连续集 $(0, x_2)$,相应的线性化矩阵的第2列为0。

1.3 若干非线性系统的实例

下面我们给出一些非线性系统的实例,从中可以看出它们的复杂性和非线性特征。

例 1.1 两连杆机器人

考虑如图 1.1 所示的两连杆机器人。根据分析力学中的哈密尔顿(Hamilton)原理,我们可得其动力学方程为下列形式:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (1.10)$$

式中: $\mathbf{q} = (\theta, \gamma)^T$ 为机器人的广义位移坐标向量; $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{q})$ 为惯量矩阵; $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 为哥氏力及离心力项; $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ 为重力项或未知扰动; $\boldsymbol{\tau}$ 为控制力矩向量。各项具体形式为

$$M_{11} = (m_1 + m_2)r_1^2 + m_2r_2^2 + 2m_2r_1r_2\cos\gamma$$

$$M_{12} = M_{21} = m_2r_1r_2\cos\gamma; M_{22} = m_2r_2^2 + J_2$$

$$B_{11} = -2m_2r_1r_2\dot{\gamma}\sin\gamma; B_{12} = -m_2r_1r_2\dot{\gamma}\sin\gamma$$

$$B_{21} = m_2r_1r_2\dot{\gamma}\sin\gamma; B_{22} = 0$$

$$G_1 = -[(m_1 + m_2)r_1\cos\theta + m_2r_2\cos(\theta + \gamma)]g$$

$$G_2 = -m_2r_2g\cos(\theta + \gamma)$$

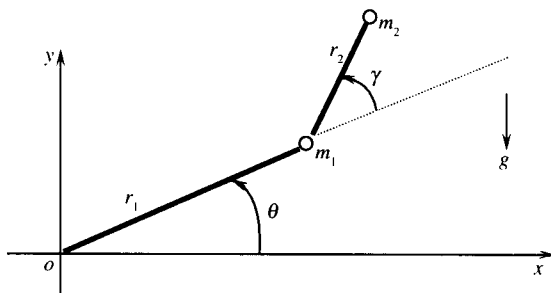


图 1.1 双臂机器人示意图

显然,该系统具有明显的非线性特征。当机器人处于高速运行状态时,有关非线性项的忽略会影响机器人的动态性能。对于多连杆机器人,各连杆间的非线性耦合影响更为突出。

例 1.2 移动机器人

考虑如图 1.2 所示的典型三轮移动机器人,它由具有两个同轴的驱动轮和一个辅助前轮的小车组成,后轮两个独立的电机驱动其移动。其中 (X, Y) 为惯性坐标系; (X_1, Y_1) 为小车坐标系; Q 为小车的几何中心,即小车轮轴的中点,其惯性坐标为 (x_Q, y_Q) ; C 为小车重心坐标,其惯性坐标为 (x_C, y_C) ; b 为驱动轮与 Q 点之间的距离; r 为驱动轮半径; m 为小车及负载重量; I 为小车在轴上绕 C 点的转动惯量; d 为点 Q 与点 C 之间的距离; (x, y) 为小车轮轴中心点 Q 在惯性坐标系中的位置; θ 为坐标系 $\{Q, X_1, Y_1\}$ 和惯性坐标系之间的夹角。

由图 1.2 知 $(x_C, y_C) = (x + d\cos\theta, y + d\sin\theta)$,为使小车在运动时不存在打滑现象,即小车只能在与驱动轮轴垂直的方向上运动,必须满足以下的纯滚动和无打滑条件: