


混凝土的强度 和本构关系

—— 原理与应用

过 镇 海



中国建筑工业出版社

混凝土的强度和本构关系 ——原理与应用

过镇海

中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

混凝土的强度和本构关系——原理与应用/过镇海.
北京: 中国建筑工业出版社, 2004
ISBN 7-112-06278-0

I.混… II.过… III.①混凝土结构-多轴强度
②混凝土结构-本构关系 IV.TU37

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 122849 号

混凝土的强度和本构关系
——原理与应用

过镇海

*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

新华书店经销

北京市兴顺印刷厂印刷

*

开本: 850 × 1168 毫米 1/32 印张: 8 $\frac{1}{4}$ 字数: 216 千字

2004 年 3 月第一版 2004 年 3 月第一次印刷

印数: 1—2,500 册 定价: 13.00 元

ISBN 7-112-06278-0

TU · 5538 (12292)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本社网址: <http://www.china-abp.com.cn>

网上书店: <http://www.china-building.com.cn>

本书为介绍混凝土结构设计规范（GB 50010—2002）中新增章节：“混凝土的多轴强度和本构关系”和“结构分析”而编写。全书共三篇十三章，主要内容包括：混凝土材性的基本特点和破坏机理；单轴压、拉强度和应力-应变关系的一般规律、计算方法，和在结构非线性分析中的应用；多轴强度、破坏准则和本构关系的一般规律、计算方法，和在二维、三维结构的分析和设计中的应用等。

本书供从事混凝土结构设计、施工和研究的技术人员在工作中参考使用，也可供高等学校有关专业的师生作为教学辅助材料。

* * *

责任编辑：黎 钟 咸大庆

责任设计：孙 梅

责任校对：王 莉

前 言

钢筋混凝土结构自问世以来，刚过百年。由于它和早前出现的土、木结构，砖石砌体结构和钢结构等相比，有着许多明显的优点：承载力强、整体性好、刚度大，抗腐蚀、耐高温；就地取材、造价低；且适于建造任何尺寸和形体复杂的结构。经过多年的实践和研究，混凝土结构已取得长足的进步和发展，至今已普遍地应用于很多种结构工程领域，包括各类民用、工业和公共建筑工程，桥梁和交通工程，水利、港口和近海工程，各种地下工程和特殊结构工程（如电视塔、输电杆塔，烟囱，机场的跑道和停机坪……），甚至传统上钢结构独占的机械制造领域，也不乏应用（预应力）混凝土结构的先例，如核反应堆的安全壳和压力容器，万吨级水压机，船舶，……等。

混凝土结构应用领域的扩展，不断出现更高、更大和更重的结构，而且形式变化多样，受力状况更为复杂。许多结构不能或不便于简化为一维构件梁、柱组成的框架结构，必须寻求二维或三维结构的分析和设计方法。此外，在地震或爆炸等特殊作用下的结构，以及其他需要准确考虑混凝土开裂和出现塑性变形后受力性能的重要结构，都要求对结构进行非线性受力全过程分析。

新颁布实施的《混凝土结构设计规范》GB 50010—2002^[1]，除了对原规范（GBJ 10—89）^[2]进行全面修订之外，还首次列入了“结构分析”（第5章）和“混凝土的多轴强度和本构关系”（附录C）等新增内容，为二维和三维结构的分析和设计，以及结构的非线性分析等提供了有关的规定或指示，必有助于混凝土结构的合理和健康地发展。作者有幸作为规范修订组成员之一，参与了有关工作，对相关内容的制订过程有所了解。

本书专为介绍规范中这两部分新增内容而编写。全书共三篇、十三章，着重阐明：混凝土材性的基本特点，单轴和多轴强度，以及相应本构（应力-应变）关系的机理和一般规律，构件和结构非线性分析的概念和原理，主要公式和设计参数的由来和依据，以及它们的应用方法和算例等。希望有助于正确地理解和合理地运用规范中的有关条款，在结构的分析和设计过程中充分地发挥作用，达到应有的效果。

限于作者的认识水平和分析能力，书中难免有不足、甚或谬误之处，敬请批评、指正。

目 录

前言

第一章 绪论	1
1.1 多轴强度和结构承载力	1
1.2 本构关系和非线性分析	3
第二章 混凝土的材性特点和破坏机理	9
2.1 材料组成和基本构造	9
2.2 材性的基本特点	11
2.3 一般破坏机理	15

上篇 单轴强度和应力-应变关系

第三章 单轴抗压强度	21
3.1 立方体抗压强度	21
3.2 棱柱体抗压强度	24
3.3 规范中的抗压强度指标	28
3.3.1 材料强度的统计分析	28
3.3.2 轴心抗压强度指标	30
第四章 受压应力-应变关系	33
4.1 应力-应变全曲线的形状	33
4.2 全曲线方程	35
4.3 高强混凝土的性能	39
4.4 规范中的曲线方程和参数值	42
4.4.1 用于非线性分析	42
4.4.2 用于构件正截面承载力计算	44
4.4.3 弹性模量	50

第五章 受压性能的主要影响因素	52
5.1 偏心受压	52
5.2 重复加卸载	55
5.3 箍筋约束混凝土	58
5.4 龄期和承载时间	64
5.4.1 龄期	64
5.4.2 荷载持续作用	65
5.4.3 快速加载	68
第六章 单轴抗拉强度和应力-应变关系	71
6.1 单轴抗拉强度	71
6.1.1 轴心抗拉强度和劈裂抗拉强度	71
6.1.2 破坏过程和特征	75
6.1.3 受拉与受压破坏特征的比较	77
6.1.4 规范中的抗拉强度指标	79
6.2 受拉应力-应变关系	80
6.2.1 全曲线方程	80
6.2.2 规范中的曲线方程和参数值	85
6.3 偏心受拉和弯曲受拉	86
6.3.1 主要试验结果	86
6.3.2 规范中的有关规定	92

中篇 在杆系结构非线性分析中的应用

第七章 轴心受力构件的非线性分析	97
7.1 轴心受压全过程分析	97
7.1.1 基本方程	97
7.1.2 轴心受压柱 ($\epsilon_y \leq \epsilon_c$)	101
7.1.3 轴心受压柱 ($\epsilon_y > \epsilon_c$)	103
7.2 轴心受拉全过程分析	104
7.2.1 基本方程	104
7.2.2 全过程分析	106

7.2.3	最小配筋率	107
7.2.4	受拉刚化效应	108
7.3	钢筋和混凝土共同受力的一般性规律	111
7.4	规范中的计算方法	112
7.4.1	材料指标的取值和荷载效应的修正	112
7.4.2	算例	115
第八章	受弯和偏压构件的非线性分析	119
8.1	构件的受力全过程	119
8.1.1	受弯构件	119
8.1.2	少筋梁、超筋梁和其界限	122
8.1.3	偏压(拉)构件	125
8.2	截面非线性分析的一般方法	129
8.3	截面刚度和构件变形计算	135
8.3.1	截面刚度及其变化规律	135
8.3.2	构件变形计算	137
8.3.3	规范中的计算方法	138
第九章	超静定结构的非线性分析	141
9.1	结构内力变化过程	141
9.2	规范建议的结构分析方法	146
9.2.1	线弹性分析方法	147
9.2.2	考虑内力重分布的分析方法	149
9.2.3	塑性极限分析方法	150
9.2.4	试验分析方法	151
9.3	非线性全过程分析方法	152
下篇 多轴强度和本构关系		
第十章	多轴强度的试验规律和设计值	159
10.1	试验方法简介	159
10.2	多轴强度的一般规律	163
10.2.1	二轴应力状态	164

10.2.2	三轴受压应力状态	166
10.2.3	三轴拉、压和三轴受拉应力状态	168
10.3	典型破坏形态及其界分	170
10.3.1	典型破坏形态	171
10.3.2	破坏形态的界分	174
10.4	规范中的多轴强度设计值	176
10.4.1	二轴强度设计值和算例	176
10.4.2	三轴强度设计值和算例	179
第十一章	破坏准则及其应用	184
11.1	破坏包络面及其表达	185
11.2	规范中的破坏准则	190
11.2.1	破坏准则计算式	190
11.2.2	参数值的确定	192
11.3	验算多轴强度的例题	195
第十二章	多轴变形和本构关系	200
12.1	多轴变形的一般规律	200
12.1.1	单轴和二轴受压类	200
12.1.2	三轴受压类	202
12.1.3	受拉类	205
12.2	线弹性本构关系	208
12.2.1	各向同性本构模型	209
12.2.2	各向异性和正交异性本构模型	210
12.3	非线性弹性本构关系	213
12.4	非弹性类本构关系	219
第十三章	在二维、三维结构分析和 设计中的应用	222
13.1	有限元分析方法简介	222
13.1.1	基本方程	223
13.1.2	一般计算方法	227
13.1.3	线弹性解和非线性解	230

13.2 承载力验算	233
13.2.1 基本公式和参数取值	233
13.2.2 算例一——框支剪力墙 线弹性分析	236
13.2.3 算例二——螺旋箍筋柱	240
参考文献	246

第一章 绪 论

混凝土的多轴强度和本构关系是刚开始施行（2002年4月）的《混凝土结构设计规范》（GB 50010—2002）^[1]● 中新增的主要内容之一。其中给出了混凝土的二轴强度包络图，三轴抗压强度图和适用于任意三轴应力状态的破坏（强度）准则，以及单轴受压和受拉的非线性应力-应变（本构）关系、多轴本构关系的原则性指示等。

本规范新增加的、与此密切相关的另一内容是结构分析，对原规范^[2]侧重于混凝土构件的计算和构造的指示而言，这是一个重要的补充。规范中给出了对结构分析方法的基本要求，概括了可供选择的五类分析方法，以及对各类分析方法的原则性指示。其中，特别明确了可应用线弹性方法分析杆系和二、三维结构，并列入了先进的非线性分析方法。

这些新增内容在类似的其他混凝土结构设计规范^{[3]-[6]}中也是空白，是首次出现在我国的混凝土结构设计规范中，体现了设计规范的一大进步，对于提高结构的设计水平，保证结构设计的科学性和安全性起重要作用，并为二维、三维（非杆系）混凝土结构的设计开辟了道路。

1.1 多轴强度和结构承载力

混凝土的强度和变形性能指标是设计钢筋混凝土结构的主要依据。混凝土结构设计规范 GBJ 10—89^[2]中，给出的不同强度等

● 本书上角注指书末“参考文献”号。

级 (C7.5 ~ C60) 混凝土的轴心抗压强度 (f_c)、轴心抗拉强度 (f_t) 和弹性模量 (E_c) 等, 可用于构件的承载力计算、裂缝和变形的验算。弹性模量还用于超静定结构分析时计算构件 (截面) 的刚度。此外、规范中还有混凝土的疲劳强度 (f_c^f 、 f_t^f) 和疲劳变形模量 (E_c^f), 则用于承受多次重复荷载的构件疲劳验算。

混凝土的这些基本力学性能指标是以标准试验方法^[7]的测定值为基础, 考虑了结构设计的安全度, 经过工程数据的统计分析后确定的。轴心抗压强度和弹性模量由棱柱体试件的轴心受压试验测定, 抗拉强度则由棱柱体试件的轴心受拉或立方体试件的劈裂试验测定, 其理想的应力状态应该是均匀的单轴受力 ($\sigma_z, \sigma_x = \sigma_y = 0$)。故这些力学性能指标原则上只适用于单轴应力状态的混凝土, 例如杆系结构的内力分析和构件的截面承载力计算。

实际的混凝土结构中, 承受单一的单轴应力状态的构件是极少的。即使是最简单的梁、柱等一维构件中, 当截面上有弯矩和剪力的共同作用, 在支座和集中荷载附近有横向应力时, 以及在主次梁或梁-柱的节点交叉部位, 预应力筋的锚固区等处, 混凝土必处于事实上的二轴或三轴应力状态。

结构工程中常见的双向板、墙板、剪力墙和折板、壳体结构, 以及一些重大的特种结构, 如核反应堆的压力容器和安全壳、水坝、重型水压机等, 都是典型的二维或三维结构, 其中大部分混凝土明显地处于多轴应力状态。这类结构可采用理论分析或试验方法获得内部的应力 (变) 分布和变形, 但无法简化为一维构件和相应的截面内力 (轴力 N 、弯矩 M 、剪力 V 和扭矩 T), 因而不能按照规范 GBJ 10—89 中有关构件的条款进行设计或承载力验算。

规范 GBJ 10—89 中, 只有个别的、特定的多轴应力状态问题, 如螺旋箍筋柱和局部承压等, 引入了经验公式或系数, 对混凝土的单轴抗压强度值加以修正, 间接地考虑其多轴抗压强度的提高。这种专用的方法和计算式, 根本不可能解决其他任何的结

构多轴应力状态问题。如果采用规范所列的混凝土单轴强度指标，对多轴应力状态的二、三维结构或一维结构的局部进行验算时，从已有的多轴强度试验结果（详见第十章和文献 [8]）可知：在多轴受压（ C/C 、 $C/C/C$ ）应力状态，必过低估计混凝土强度，不能充分利用其承载的潜力；而在多轴拉压（ T/C 、 $T/T/C$ 、 $T/C/C$ ）应力状态，却又过高地估计混凝土强度，埋下不安全的隐患。验算的结果必然过于保守或偏不安全，非此即彼，都不合理。

现今，结构分析的有限元方法已臻成熟和多样化，计算机技术高速地发展和普及，二者的完好结合构成了结构分析的强有力手段。市场上已有多种优良的结构有限元分析的通用或专用的程序可供选择。尤其是线弹性分析程序更是准确可靠，各种体形和受力复杂的二、三维结构都可以比较容易地、快捷地获得准确的分析结果。根据规范 50010—2002 所提供的混凝土多轴强度或破坏准则对结构的分析结果进行验算，就可保证结构承载力的安全、或选择合适的混凝土材料（强度等级），从而将规范的应用范围拓宽至二、三维混凝土结构的设计领域。

1.2 本构关系和非线性分析

1. 结构的非线性内力和变形

再说变形问题。混凝土不是一种线弹性材料，其应力和应变的曲线关系已是不争的事实。规范 GBJ 10—89 中给出了混凝土应力-应变的惟一关系，即常值的弹性（变形）模量（ E_c ）。它只能用以分析结构在弹性阶段的内力和变形。但是，混凝土基本构件在荷载作用下相继发生的受拉区混凝土开裂、裂缝的扩张和延伸。压区混凝土塑性变形、截面中和轴漂移、受压和受拉钢筋屈服、混凝土达到抗压强度后的应力下降、……等一系列现象所引发的构件非线性变形和各种损伤破坏过程^[9]，都无法由单一的弹性模量值求解。

超静定结构则因混凝土的塑性变形和受拉开裂，改变了构件的截面刚度而发生内力重分布；钢筋屈服后，构件的局部形成塑性铰、又产生更剧烈的内力重分布。一些抗震和抗爆结构还需掌握结构达到最大承载力以后、变形继续增长时的残余承载力下降规律。特别重要的二、三维结构，如核反应堆压力容器和高大水坝，只用线弹性分析其应力状态，尚不足充分保证其使用期限内的安全性和适用性，还需了解混凝土的受压非弹性变形或受拉开裂后的内（应）力、变形和裂缝的状况。

所有这些混凝土结构的受力性能变化全过程，只有通过非线性方法的逐步分析才能获得。为此要求建立多种准确、合理的非线性本构关系，包括混凝土的多轴应力-应变关系。如今，混凝土结构的应用领域不断扩展，各种结构的体形和受力状况更加复杂，进行结构非线性分析的要求更为迫切。因此，一些国家和学术组织的混凝土结构设计规范^{[10][11]}中、早已列入混凝土的多轴强度和非线性本构关系，反映了先进计算技术的发展方向。混凝土结构设计规范 GB 50010—2002 中，在我国首次引入相关内容也是顺应技术发展的潮流和满足工程实践的需要。

2. 本构关系的概念

一切结构的力学分析，例如杆系结构的内力和变形分析，二、三维结构的应力和变形分析，以及构件的截面承载力和正常使用阶段性能的分析等，都必须使用和满足三类基本方程，即力学平衡式、变形协调条件和本构关系。其中第一类方程，无论是结构的整体或局部、静力或动力荷载的作用、分析的准确解或近似解都必须满足。第二类是几何或机动方程，可根据结构的变形特点、边界状况和要求的计算精度等，准确地或从宏观上近似地满足。第三类则是联系前二者，即力和变形间的物理方程，例如材料的应力-应变（ σ - ϵ 、 τ - γ ）或构件截面的弯矩-曲率、轴力-伸长（缩短）、扭矩-转角，……之间的关系等，统称为本构关系。

各种材料的、不同形式和体系的结构，在力学分析时所用的前二类方程原则相同、数学形式相近，而本构关系可有很大差

别。例如，本构关系有弹性的、塑性的，还有与时间相关的黏弹性、黏塑性的，与温度相关的热弹性、热塑性的，……等等。每一种特定的本构关系都可发展成为一个相对独立的力学分支，如弹性力学、塑性力学、黏弹（塑）性力学，热弹（塑）性力学等。近期发展的断裂力学、损伤力学等，也各有相应的本构关系。由于本构关系的不同，这些力学分支各有独特的分析思路和求解方法，并获得相应的计算结果。

钢筋混凝土是一种特殊的组合结构材料。除了钢筋（材）和混凝土本身的材料本构关系因所用材料的品种和强度等级而不同外，还因二者的配合和相对比例、如面积比、强度比、弹性模量比、……等的变化，而又有更复杂的组合本构关系，如平均应力-应变、截面弯矩-平均曲率、……等。将这些钢筋混凝土的特殊本构关系引入结构的非线性分析，完全有理由称之为钢筋混凝土力学。事实上，这已是混凝土结构和构件分析的重要发展方向。

有限元方法和计算机技术的发展为混凝土结构和构件的非线性分析创建了便利条件。任何类型、体系和受力状况的结构或其局部都可依靠非线性分析方法求解。但是，计算结果的可靠性和准确度主要取决于所采用的钢筋混凝土各项非线性本构关系是否准确、合理。因此，建立或选择本构关系是结构非线性分析的关键问题，成为近 20 年混凝土结构的一个重要研究方向。确定了合适的本构关系、进行非线性的全过程分析，有可能改变目前的钢筋混凝土结构的内力弹性分析和截面承载力经验性计算等不尽理想的景况，走向更完善、准确的理论解方向。

3. 非线性分析中的各种本构关系

结构分析时，无论采用解析法和有限元法都要将整体结构离散化、分解成各种计算单元。例如二、三维结构的解析法取为二维或三维应力状态的点（微体），有限元法取为形状和尺寸不同的块体；杆系结构可取为各杆件的截面、或其一段、或全长；结构整体分析可取其局部，如高层建筑的一层作为基本计算单元。因此，本构关系可建立在结构的不同层次和分析尺度上，当然最

基本的是材料一点的应力-应变关系，由此决定或推导其他各种本构关系。

各种计算单元的本构关系一般是以标准条件下，即常温下短时一次加载试验的测定值为基础确定的。当结构的环境和受力条件有变化时，如反复加卸载、动载、荷载长期作用或高速冲击作用、高温或低温状况、……等，混凝土的性能和本构关系随之有不同程度的变化、必须进行相应修正，甚至重新建立专门的本构关系。

所以，钢筋混凝土非线性本构关系的内容非常丰富，试验和理论研究也有一定难度。经过各国研究人员的多年努力，本构关系的研究已在宽广的领域内取得了大量成果，其中比较重要和常用的本构关系有：

- 混凝土的单轴受压和受拉应力-应变关系；
- 混凝土的多轴强度（破坏准则）和应力-应变关系；
- 多种环境和受力条件下的混凝土应力-应变关系，包括受压卸载和再加载，压拉反复加卸载，多次重复荷载（疲劳），快速（毫秒或微秒级）加载和变形，高温（ $> 100^{\circ}\text{C}$ ）和低温（ $< 0^{\circ}\text{C}$ ）状况下的加卸载，……；
- 与时间有关的混凝土受力性能，如定应力或变应力作用下的徐变（松弛）、收缩、……；
- 钢材（筋）的应力-应变关系，和反复应力作用的Bauschinger效应；
- 钢筋和混凝土界面的粘结应力-相对滑移（ τ - s ）关系，包括单调和反复荷载作用；
- 混凝土受拉开裂后，沿裂缝面有骨料咬合作用；与裂缝相交的钢筋，纵向有受拉刚化效应，横向有销栓作用；
- 横向约束混凝土，包括螺旋箍筋、矩形箍筋和钢管混凝土等的应力-应变关系；
- 构件（截面）在单调荷载作用下的弯矩-曲率关系，在（地震）反复荷载作用下的弯矩-曲率恢复力模型；