



PROKE INTO THE LIFE
OF MATHEMATICS
PHILOSOPHER—SCIENTIST David Hilbert

探索数学的生命

哲人科学家——大卫·希尔伯特

□王前 / 著

□福建
教育
出版社

(闽)新登字 02 号

哲人科学家——希尔伯特

探索数学的生命

王 前 著

福建教育出版社出版发行

(福州梦山巷 27 号 邮编:350001)

福建省新华书店经销

闽北日报社印刷厂

(南平市八一路 136 号 邮编:353000)

开本 787×1092 1/32 印张 6.625 字数 138 千 插页 4

1993 年 12 月第一版 1996 年 6 月第二次印刷

印数 8,301—21,450

ISBN7—5334—1468—3/G·1110 定价:7.65 元

如发现印装质量问题,由承印厂负责调换

序

在 科学发展史和人类思想发展史上，我们可以发现这样一些一身二任式的人物：他们主要是具有开创性科学贡献的第一流的科学家，同时也是对人类思想和文化具有深刻影响的哲学家或思想家，即集伟大的科学家和哲学家（或思想家）于一身。我愿称这样的科学伟人为“哲人科学家”（或“作为科学家的哲学家”，或“科学思想家”）。^① 牛顿、弗洛伊德、彭加勒、爱因斯坦、玻尔、普里戈金等就是其中的佼佼者。

与一般科学家和传统哲学家相比，哲人科学家有许多鲜明的特征。他们往往从小就对科学和哲学怀有浓厚的兴趣，一生喜欢沉思一些带有根本性的科学问题和哲学问题。他们不过分拘泥于一种认识论体系，善于在对立的两极保

^① 详见李醒民：《论作为科学家的哲学家》，《求索》，1990年第5期，第51—57页。

持必要的张力。他们面对科学中的现实提出问题和寻求答案,而不是不切实际地提出问题和背着沉重的哲学偏见寻求答案。他们很少自诩为哲学家,不企图构造庞大的哲学体系,但他们对问题的理解却十分深远,当之无愧地列入人类的思想宝库。他们都是科学的人文主义者,具有自觉的人文主义思想,精神和实践。哲人科学家的历史作用不可低估:他们是人类思想史上路标的设置者,是沟通科学和哲学的桥梁,是科学家和哲学家联盟的纽带,是科学文化和人文文化的承载者和缔造者。翻开《哲人科学家丛书》,读者不难深切地感受到这一切,并会从中获得有益的启迪和熏陶。

20 世纪和 21 世纪之交,已经是并将继续是权力社会分崩离析、财力社会风起云涌的时代。在这个双重奏的主旋律中,也日益明显地呈露出向智力社会过渡的迹象。未来的 21 世纪,心将是一个财力社会向智力社会彻底转变、智力社会全面勃兴的崭新时代。在智力社会中,自然将人化,人将自然化,从而真正达到“天人合一”的理想境界;同时,科学文学也将人文化,人文文化也将科学化,从而一举消除二者之间现存的藩篱和鸿沟;人将不再是被异化的单纯劳动力或眼光狭小的专门家,而是自由的全面发展的智慧人。因此,在古老的中华大地上,从现在起就注意培养、造就并最终涌现出自己的哲人科学家,既是科技、经济和社会发展的迫切需要,也是提高民族精神素质和文化水准的长期要求,更是为了向未来的智力社会过渡和转变积蓄足够的力量。

不用说,这是我们编写出版这套丛书的主要初衷。

由于种种缘由,当前无论在思想文化界,还是在新闻出版界,“从众”心态和“媚俗”风气过分地滋生、蔓延着。其结果,格调不高、质量低劣乃至毒害生灵的出版物充斥着书籍市场。这不仅直接干扰了当前的现代化建设事业,而且大大有损于国家和民族的根本利益和长远目标。我们身知势单力薄,不可能挽狂澜于既倾。但是,我们很想通过自己的诚实劳动,作一点力所能及的事情,这也许是“无所为而为”吧。我们企盼有助于促进社会进步、振奋民族精神、启迪心智、开阔思路的佳作多多问世。为此,我愿录近作《反林逋〈山园小梅〉诗意而作》于下,以明心意。是为序。

众芳摇落怯清寒,暄妍未敢占故园。

唯送暗香催春使,唤醒东风始怡然。

《哲人科学家》丛书主编 李醒民

1993年2月27日于北京



[伟大科学贡献]

建立现代的代数不变量理论

建立代数数域理论

完善和推广了公理化方法

发展了变分法和积分方程理论

建立数理逻辑中的证明论

[主要论著]

《希尔伯特全集》(共三卷)

《几何基础》

《线性积分方程一般理论基础》

《数学物理方法》

《直观几何》

《理论逻辑基础》

《数学基础》

数学科学是一个不可分割的有机整体，它的生命力正是在于各个部分之间的联系。尽管数学知识千差万别，我们仍然清楚地意识到：在作为整体的数学中，使用着相同的逻辑工具，存在着概念的亲缘关系，同时，在它的不同部分之间，也有大量相似之处。我们还注意到，数学理论越是向前发展，它的结构就变得越加调和一致，并且这门科学一向相互隔绝的分支之间也会显露出原先意想不到的关系。因此，随着数学的发展，它的有机的特性不会丧失，只会更清楚地呈现出来。

——希尔伯特

如果要问：“谁是现代最伟大的物理学家？”有一定文化知识的人将脱口而出：“爱因斯坦！”如果再问：“谁是能同爱因斯坦地位相当的最伟大的数学家？”正确的回答应该是：“希尔伯特！”

本书前面有一张希尔伯特的画像。看得出，他的目光纯真而坚定，显示出刚强的品格和卓越的才智。在略显散乱的唇髭下，是一张丰满的大嘴，同灵巧的下巴形成对照，预示着生动、机敏而又严谨的语言随时会从中道出。他的外表朴实无华，反衬着心灵世界的丰富多彩。这是一个有着深邃思想的哲人数学家，是在现代数学发展史上举足轻重的人物。

希尔伯特同爱因斯坦有很多相似之处。他们都生长在擅长理论思辨的德国文化传统之中，都有着良好的哲学修养和艺术气质，都是在几个重要研究领域分别做出划时代的贡献，对同时代的科学家都有着巨大的影响，并且至今仍

发挥着引导作用。1914年,当德国政府让一批最著名的德国科学家和艺术家发表《告文明世界书》,拥护德皇的战争行动时,没有在上面签名的只有两个人:一个是爱因斯坦,另一个就是希尔伯特。读过爱因斯坦传记的人都知道,这个从小就对空间、时间、引力这些人们习以为常的概念苦苦思索的“怪人”,最后引起了人类时空观念的变革。而希尔伯特呢?他居然从一个全新的角度来思考数学,对待数学,这就是要探索数学的“生命”。

数学不是生物,哪里来的“生命”?很多人认为,数学和物理学、化学一样,是研究无生命的物质世界的学问。“数理化”被认为是一切科学技术的基础学科。它们所描绘的世界是客观的、冷峻的、精确的、严格的,但却毫无生气。然而,希尔伯特在他一生的多次演讲中,却以一种近乎生物学家或生理学家的热情和兴致,谈论着数学的“有机”特性,谈论着它的生命力、它的“骨架”、“神经”、“脉搏”和“生长过程”。在希尔伯特眼里,数学是活的有机体,甚至具有某种类人的属性。这是不是希尔伯特演讲时的一种方便的比喻习惯呢?希尔伯特真的相信数学有“生命”吗?说希尔伯特在探索数学的“生命”,似乎给人以一种故弄玄虚之感,以为我们是有意摘取希尔伯特的思想和言论的某些方面,把他装扮成这个样子。因为数学从本质上似乎就是无生命的,“比喻归比喻,但不能当真!”

其实,即或希尔伯特真的仅仅是在比喻,他的有机的数

学观也触及到了某种极深刻的哲理。从数学发展的历史和现状来看,数学的确是有“生命”的,很多数学家、自然科学家、心理学家和哲学家对此都有同感,但难得有人看得像希尔伯特那样深刻,那样透彻。他的许多见解今天读起来仍然令人耳目一新。理解希尔伯特的思想并不很困难。人们只要略加思索就可发现,尽管有“数理化”的统称,但物理学、化学的对象是实在的物质世界,而数学世界则完全是一个人造世界。不能否认很多数学对象的原型来自物质世界,比如笔直的光线、水的平面、球形的月亮。但是,从纯数学意义上研究的所有数学对象,都具有理想化的人为的特征。有谁真的见过只有位置没有大小的点呢?有谁真的见过向两端无限延伸的直线呢?数学世界里还有不少甚至在物质世界(至少现在)还找不到原型的“怪物”,比如有一种能填满整个空间的曲线(叫作“皮亚诺曲线”),有一种处处连续而又处处没有导数的函数。这些东西都是人造的,是属于人类这个具备有机特性的群体的。人在构造数学世界的时候,就把自己的有机特性赋予这个世界,这看来是自然而然的事情。所谓数学的“生命”,指的就是数学理论体系结构中具有的这种人类的有机特性。比如各种数学对象的变化发展具有类似新陈代谢的特征,数学各部分内容之间存在类似生物体内各部分之间的那种有机联系。人们在考察数学发展规律时,可以同生物有机体的特性作广泛而成功的类比。谈论数学的“生命”,就像谈论艺术的“生命”一样,从中可以看到

作为创造者的人类自己的影子。正因为这样,有相当多的数学家和科学家强调数学创造活动的艺术特征,注重数学成果的审美标准。人们发现,创造出来的数学符号似乎具有某种神奇的力量,即合适的符号本身又会带来革新和创造。让我们注意这样一个数学公式:

$$e^{\pi} + 1 = 0$$

这个公式意味着什么呢? e 是自然对数的底, π 是圆周率, i 是虚数。 e 、 π 、 i 、 1 、 0 是数学中五个最重要的常数。它们分别是在不同历史时期,从不同的角度确定的。然而它们之间却又存在如此简洁的关系,而这种关系是当初创造这些符号的人们完全没有想到的。无意中的创造最终导致惊人的偶合与奇妙的协调。如果不是一种类似生命现象的自主调节功能在起作用,又能作何解释呢?任何一种数学创造活动都是数学的“生命”的一部分,都要受到作为有机整体的数学理论体系的调控。而在数学有机整体的后面,是人类这个有机整体在发挥作用。数学的“生命”是人类生命特征的反映。

为数学的有机特性提供理论依据的,不是数学家,而是一位心理学家。他是出生在瑞士的皮亚杰(J·Piaget)。皮亚杰以研究儿童思维的发展而闻名于世。他的研究成果竟然涉及到数学的一些根本性问题。他的研究表明,很多相当高深的现代数学成果,实际上在儿童的智力活动中就有思想萌芽。比如现代著名的数学家群体——法国的布尔巴基

学派,曾把全部数学归结为三种最基本的“数学结构”(代数结构、序结构和拓扑结构)。他们的理论十分深奥复杂,一般人很难弄明白。然而皮亚杰发现,这三种结构在儿童的心理发育过程中可以逐渐形成,每种结构都来自儿童实践活动长期形成的一定形式。尽管儿童对此并不自觉,但这个智力发育过程为日后的数学思维发展奠定了基础。我们还是谈一点直观的例子吧。凡是看过儿童绘画的人,大概都会有这样一个印象:儿童不会像成人那样掌握直线、平行、透视的关系。他们画的房子、汽车、娃娃比例不准,线条歪歪扭扭,但大体形状相似,并且很能传神,富有生气。绘画的孩子们决没有想到,他们是在不自觉地实施一种高超的数学变换——“拓扑变换”(即一一对应的双方连续变换),因为这个专业名词只有到大学数学系高年级才能弄清楚。在数学领域,儿童可以不自觉地接触最基本的数学结构,但决不可能不自觉地出现有关量子力学或天体物理的思想萌芽。在经过大量研究和实验之后,皮亚杰得出一个惊人的结论:数学结构不是来自客观的物理世界,而是来自有生命的机体本身。数学结构是从人们对客观物体所施加的动作用的最普遍的协调作用中抽象出来的,是人们不断建构和创造出来的。因此,数学和人的实践活动紧密相关,它在本质上必然具备有机特性。

希尔伯特大概未曾注意到皮亚杰对他的有机数学观在事实上的支持。当皮亚杰的学说风靡世界的时候,希尔伯特

早已不在人世了。然而,皮亚杰的工作确实表明,探索数学的“生命”是一个有根据的、充满希望的、值得大力开拓的研究方向。希尔伯特正是抓准了这个方向,才能够在几个重要研究领域都做出划时代的贡献。在这个方向上探索,需要具备深刻的哲学思想、精湛的学识和对人类思想文化传统的全面理解,而这正是成就一个伟大的数学家的必要条件。希尔伯特成功的秘诀就在于此。希尔伯特留给后人的重要启示也在于此。

由于希尔伯特的崇高声望,近几十年来,曾出现过有关希尔伯特生平和成就的大量著述。本书只是开辟了一个观察研究希尔伯特思想方法的新的视野。同其他领域的伟人一样,希尔伯特有他自己思想和生活的各个侧面。本书力图把作为哲人数学家的希尔伯特真实地展现在读者面前。探索数学的“生命”,是一件奥妙无穷的事情,这里还有许多问题没有解决,还有不少细节没有弄清楚。希尔伯特开创的这个有着神奇色彩的研究方向,为后人展示了诱人的前景。沿着这条路走下去,人们将发现什么?可能收获什么?风险如何?价值如何?当希尔伯特的追随者和仿效者思索这些问题的时候,但愿本书能给他们一点小小的帮助。

目
录

引言.....	1
一 文化的沃土.....	1
二 成才之路	17
三 并非神学	31
四 桌子、椅子、啤酒杯	45
什么是公理	47
为几何学重新奠基	62
超出几何之外	74
五 “魔笛”的诱惑	93
动人的“旋律”	96
辉煌的进军	105
未解之谜	119

2 探索数学的生命

六 我们必将知道?	127
“蛙鼠之战”的内幕	131
来自哥德尔的冲击	144
人的左脑的局限性	149
七 人格的魅力	163
数学家的正义感	165
真诚的心灵	172
在名利面前	181
主要参考文献	189
后 记	192

一
文化的沃土

