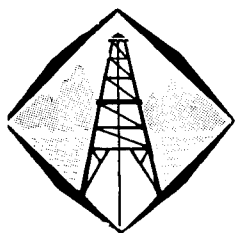


水文地质技术方法

第 三 辑

河北省地质局水文地质四大队 主编

(限国内发行)



地 质 出 版 社

水文地质技术方法

第三辑

河北省地质局水文地质四大队主编

(限国内发行)

地质出版社

水文地质技术方法

第三辑

河北省地质局水文地质四大队主编

(限国内发行)

国家地质总局书刊编辑室编辑

地质出版社出版

地质印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

1977年6月北京第一版·1977年6月北京第一次印刷

印数1—6,200册·定价0.75元

统一书号: 15038·新215

目 录

电子计算机在矿床疏干计算中的应用.....	山 东 大 学 数 学 系 (1) 山东顾家台矿区堵水办公室
系统理论在研究黑龙洞泉动态中的应用.....	西安煤田地质研究所水文科研队 (21) 武汉地质学院水工系科研组
峰峰地区中奥陶统灰岩岩溶发育规律及含水层划分的初步研究	西安煤田地质研究所水文科研队 (33)
地下暗河的连通试验——以广西一水库地区为例.....	中国科学院地理研究所岩溶组 (53)
钻孔无线电波透视法.....	山西省电力勘测设计院 (64)
地震勘探在水文地质工程地质工作中的应用.....	河北省地质局水文地质四大队 (77)

译 文

地基调查用的最新物探仪器.....	(93)
潜水的水均衡模拟.....	(104)
应用天然稳定同位素、放射性同位素及相似模拟对地下水补给条件的研究.....	(112)

电子计算机在矿床疏干计算中的应用

山 东 大 学 数 学 系

山东顾家台矿区堵水办公室

摘 要

本文用交替方向隐式方法解地下水渗流方程,模拟地下水向钻孔的不稳定流动。设计的数学模型能反应出山东顾家台矿区的复杂的水文地质条件。对边界条件和时间步长的处理,都做了一些特别的考虑。在模拟的基础上,利用抽水试验数据和最优化方法求出了矿区的全部水文地质参数,其中包括河床和断层的渗透性。

然后对疏干过程进行数值模拟,能求出抽水量与疏干时间的关系,并能求出对指定疏干水平的稳定流量。

计算的结果可以为矿区的治水方案提供设计的依据。此外,本文介绍的方法对供水的研究也是适用的。

一、引 言

(一) 问题的提出

近几年来,国内若干矿坑涌水量的计算使用了非稳定流的解析方法。但是一般说来,解析方法仅能适用于边界条件较为简单,并且含水层是均质的情况,这就限制了它的使用范围。

目前遇到一些矿区,水文地质条件相当复杂。特别是在岩溶地区,多数情况是非均质很明显,边界形状很不规则,存在河床或“天窗”的垂直补给。对于这样的矿区,要用解析方法评价矿坑涌水量就很困难。

电子计算机的使用,为弄清这些问题开辟了新的途径。近几年来,国外使用电子计算机分析地下水的运动规律,主要是用于解决供水问题。通过我们对矿区的水文地质计算表明,在矿床疏干计算的研究中,使用数字计算机也是很有前途的。

(二) 数值计算的基本想法

矿坑涌水量的计算,一般是在进行过水文地质勘探和抽水试验的基础上进行的。抽水试验可以记录在抽水的条件下各观测孔水头的变化。我们认为在计算中应该充分利用这些资料。

首先,我们要求能建立一个这样的数学模型(由一个偏微分方程来表示),它能反应出含水层的非均质性、不规则的边界及存在垂向补给等复杂情况。然后,用数值方法来解这一方程,以解脱解析方法固有的限制。只要给定了水文地质参数和边界条件、初始条件等,

就能计算出各处水头的变化。然而,通常这些参数(包括边界条件)往往是未知的。为此,我们先给它们设一组初值来解模拟方程,看看计算的水头变化与抽水试验的观测是否一致。若不一致,则对参数进行修正,直到获得满意的结果为止。最后,用求得的参数(包括边界条件)来预测矿坑涌水量,这一总的设想可以用框图(图1)的形式表示出来。

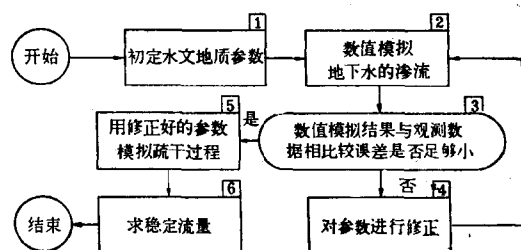


图 1

这里,有许多问题需要解决。如:哪些参数可以选为待求的参数?什么样的数学模型能反应出矿坑疏干过程中地下水渗流的真实情形?用什么样的数值方法来解模拟方程?水文地质参数的值是否符合实际,标准是什么?怎样让机器对参数的值自动地进行修正?在疏干过程中对参数需要做哪些修正?怎样求稳定流量?等等。对于所有这些问题,要做出完满的回答是很困难的。其中,不少问题还处在探索阶段,而对同一个问题又往往存在许多不同的解决方法。本文的目的不是全面地介绍各种方法,而只是结合一个具体矿区的实例,介绍一下目前我们使用的方法。

二、地下水不稳定渗流的数值模拟

(一) 渗流方程

假若垂向流动分量可以忽略,则通过多孔介质的地下水的渗流可用下述偏微分方程来描写^[2]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial h}{\partial t} - \epsilon \quad (1)$$

其中: h ——含水层的水头(米);

T ——含水层的导水系数(米²/日)。对于承压含水层 $T = k \cdot m$, k 是渗透系数, m 是含水层的厚度;而对于无压含水层 m 是水头 h 的线性函数;

μ ——含水层的储水系数,在承压状态,代表弹性储水系数;在无压状态,代表给水度(无量纲);

ϵ ——单位时间内单位面积上进入或流出含水层的水量(米/日)。

这一方程是在达西定律的基础上建立起来的。它能近似地反应地下水渗流的实际状态。本文就以方程(1)作为模拟计算的基础。

方程(1)在数学上称为二阶抛物型方程。从理论上说,只要给定了初始条件和边界条件,解就是唯一确定的。然而要用解析方法求解,则只对特别简单的边界条件和方程系数才是可能的。数值解的想法虽然早就有了,但由于需要做极大量的运算,只是在高速电

子计算机出现以后才变成现实可行的方法。随着计算技术的发展,数值解法本身也迅速发展,并得到了广泛的应用。

用计算机求方程(1)的数值解,目前在石油和地下水的研究中,已成为愈来愈重要的手段。在解法上主要有有限差分方法、有限元方法等,我们使用的方法属于有限差分方法。关于这方面的历史评述可参看文献^[2]。

(二) 有限差分近似

任何一种数值解法,都在于把连续的变量离散化。要用有限差分近似,首先需要把所研究的区域用直线分成许多小矩形网格(图2),假若水头函数、导水系数等在每一个小网

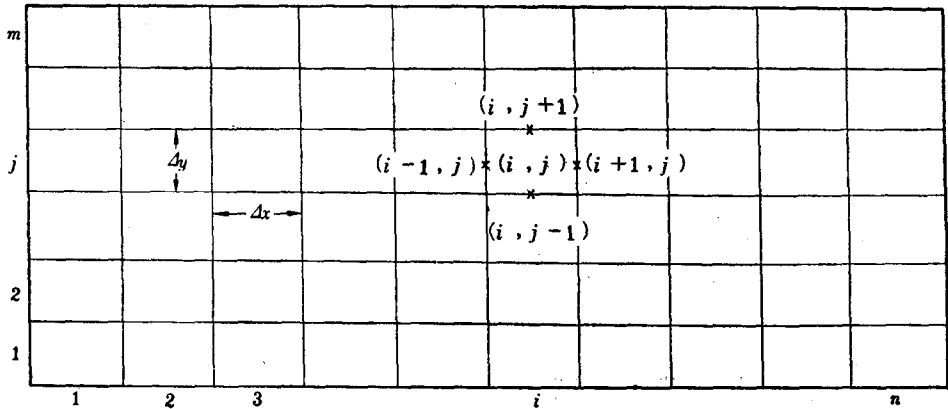


图 2

格中变化不大,允许用网格中心处的值来近似代表,那么在区域内连续变化的函数,就可用只取有限个不同值的数组近似地表示出来。

变量在某网格某时刻的值用带下标的符号表示,如:用 $h_{i,j,k}$ 表示 $h(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta t)$, 用 $T_{i-\frac{1}{2},j}$ 表示格子 (i, j) 与其左面的格子 $(i-1, j)$ 之间的导水系数,等等。此处 Δx 、 Δy 分别是 x 和 y 方向的格距, Δt 是时间步长。

现在,我们介绍一下对于一个典型的网格 (i, j) , 方程(1)的有限差分近似的推导。

若用差商代替偏导数,则有

$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{(i,j)} = \frac{h_{i+\frac{1}{2},j} - h_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x}$$

因而

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right|_{(i,j)} &= \frac{1}{\Delta x} \left[\left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) \Big|_{(i+\frac{1}{2},j)} - \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) \Big|_{(i-\frac{1}{2},j)} \right] \\ &= T_{i+\frac{1}{2},j} \frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{(\Delta x)^2} + T_{i-\frac{1}{2},j} \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \end{aligned} \quad (2)$$

同理

$$\left. \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right|_{(i,j)} = T_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{h_{i,j+1} - h_{i,j}}{(\Delta y)^2} + T_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{h_{i,j-1} - h_{i,j}}{(\Delta y)^2} \quad (3)$$

此外还有

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}}{\Delta t} \quad (4)$$

以 (2)、(3)、(4) 式代入方程 (1) 中, 就得到所谓的五点差分格式:

$$\begin{aligned} & T_{i-\frac{1}{2},j} \left[\frac{h_{i-1,j} - h_{i,j}}{(\Delta x)^2} \right] + T_{i+\frac{1}{2},j} \left[\frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{(\Delta x)^2} \right] \\ & + T_{i,j-\frac{1}{2}} \left[\frac{h_{i,j-1} - h_{i,j}}{(\Delta y)^2} \right] + T_{i,j+\frac{1}{2}} \left[\frac{h_{i,j+1} - h_{i,j}}{(\Delta y)^2} \right] \\ & = \mu \frac{(h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k})}{\Delta t} - \varepsilon_{i,j,k} \end{aligned} \quad (5)$$

利用差分方法求依赖于时间的解, 其步骤是: 先从初始条件 ($k=0$) 出发, 求出 1 时刻 ($k=1$) 的解值, 然后以求得的 1 时刻的解值代替初始条件, 再求 2 时刻 ($k=2$) 的解值。依次下去, 形成一个按时间水平, 一层一层地求解过程。

所谓“显式方法”是指 (5) 式左端的水头全用 k 时刻的值 (即用已知值), 因而 $k+1$ 时刻的值可直接由 (5) 式解出, 为此只需极少的代数运算。然而这一方法有一非常严重的缺陷: 若不对时间步长加以限制, 则在前面时间水平上造成的误差, 将在以后的计算中被扩大, 以至最终使解变得面目全非, 即产生“不稳定”的现象。为了保持稳定, 必须对时间步长加以严格的限制, 结果使总的计算量变得很大, 因此显式方法在实际上较少使用。

与此相反的是“隐式方法”, 其特点是 (5) 式左端的水头全用 $k+1$ 时刻的值 (全是未知的)。要求得 $k+1$ 时刻的解, 必须对区域内所有网格列出相应的方程 (5), 联系起来成为一个线性方程组, 然后去解这一方程组。当网格数较多时, 直接求解是困难的, 通常采用叠代解法。隐式方法虽然每推进一步的运算量较大, 但却是无条件稳定的, 时间步长不受任何限制。因而这一方法在地下水的计算中是有实用价值的 (参看文献^[3]、^[4]、^[6])。

(三) 交替方向隐式方法 (A. D. I. 方法)

交替方向隐式方法, 六十年代在油田的研究中已广泛使用^[6], 1968 年被系统的引进到地下水的计算中 (参考文献^[2])。这一方法的优点是能有效地节省计算机的存储单元和计算时间, 同时又是无条件稳定的。

A. D. I. 方法的要点是: 从一个时间水平 (t) 到下一个水平 ($t + \Delta t$) 中间添加一个过渡的时间水平 ($t + \frac{1}{2} \Delta t$)。从 t 到 $t + \frac{1}{2} \Delta t$, 按 x 方向为隐式、 y 方向为显式进行计算, 即在方程 (5) 左端前两项 (x 方向) 中的水头用未知的, 而后两项 (y 方向) 的水头用已知的。假若把已知水头全移到方程的右端, 而把未知水头全移到方程的左端, 就得出:

$$\begin{aligned}
& -\left(T_{i-\frac{1}{2},j} / \Delta x^2\right) h_{i-1,j,k+\frac{1}{2}} + \left(T_{i-\frac{1}{2},j} / \Delta x^2 + T_{i+\frac{1}{2},j} / \Delta x^2 + \right. \\
& \quad \left. + \frac{2\mu}{\Delta t}\right) h_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \left(T_{i+\frac{1}{2},j} / \Delta x^2\right) h_{i+1,j,k+\frac{1}{2}} = \\
& = \left(\frac{T_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y^2}\right) h_{i,j-1,k} + \left(\frac{2\mu}{\Delta t} - \frac{T_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y^2} - \frac{T_{i,j+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2}\right) h_{i,j,k} + \\
& \quad + \left(T_{i,j+\frac{1}{2}} / \Delta y^2\right) h_{i,j+1,k} - \epsilon_{i,j,k+\frac{1}{2}}
\end{aligned} \quad (6)$$

由于上式左端只包含三个未知数，所以为了求得解，只需解若干个低阶的三对角线方程组就行了。具体解法在下面将有说明。

在求得了过渡时刻的解之后，再把 x 方向的水头取为已知的 $\left(t + \frac{1}{2} \Delta t\right)$ 时刻的， y 方向的水头取为未知的 $(t + \Delta t)$ 时刻的，重新整理方程 (5) 得：

$$\begin{aligned}
& -\left(\frac{T_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y^2}\right) h_{i,j-1,k+1} + \left(\frac{T_{i,j+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y^2} + \frac{2\mu}{\Delta t}\right) h_{i,j,k+1} - \\
& \quad - \left(\frac{T_{i,j+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2}\right) h_{i,j+1,k+1} = \\
& = \left(\frac{T_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x^2}\right) h_{i-1,j,k+\frac{1}{2}} + \left(\frac{2\mu}{\Delta t} - \frac{T_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x^2} - \frac{T_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta x^2}\right) h_{i,j,k+\frac{1}{2}} + \\
& \quad + \left(\frac{T_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta x^2}\right) h_{i+1,j,k+\frac{1}{2}} - \epsilon_{i,j,k+\frac{1}{2}}
\end{aligned} \quad (7)$$

它与方程 (6) 完全类似，因此可用相同的方法求解。

这样，从一个时刻到下一时刻的计算分两步来完成：

第一步，按 x 方向为隐式、 y 方向为显式求得过渡解（这个解没有实际的物理意义），
第二步按 x 方向为显式、 y 方向为隐式求得下一时刻的真正解。

现在附带说明一下三对角线方程组的解法。

所谓三对角线方程组是指下述形式的线代数方程组：

$$\begin{array}{rcl}
b_1 v_1 + c_1 v_2 & & = d_1 \\
a_2 v_1 + b_2 v_2 + c_2 v_3 & & = d_2 \\
a_3 v_2 + b_3 v_3 + c_3 v_4 & & = d_3 \\
\cdots \cdots \cdots & & \\
a_i v_{i-1} + b_i v_i + c_i v_{i+1} & & = d_i \\
\cdots \cdots \cdots & & \\
a_{N-1} v_{N-2} + b_{N-1} v_{N-1} + c_{N-1} v_N & & = d_{N-1} \\
a_N v_{N-1} + b_N v_N & & = d_N
\end{array} \quad (8)$$

其系数矩阵是

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & & & \\ a_2 & b_2 & c_2 & & \\ & a_3 & b_3 & c_3 & \\ & & \dots & \dots & \dots \\ & & & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ & & & & a_N & b_N \end{pmatrix}$$

除了三条对角线外，没有写出的元素全部为零。

求三对角线方程组的解使用“追赶法”^[1]，其步骤是：

先按公式

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= b_1 & \gamma_1 &= \frac{d_1}{\beta_1} \\ \beta_i &= b_i - \frac{a_i c_{i-1}}{\beta_{i-1}} \quad (i=2, 3, \dots, N) \\ \gamma_i &= \frac{d_i - a_i \gamma_{i-1}}{\beta_i} \quad (i=2, 3, \dots, N) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

求出数组 β_i 和 γ_i ，然后按公式

$$\left. \begin{aligned} v_N &= \gamma_N \\ v_i &= \gamma_i - \frac{c_i v_{i+1}}{\beta_i} \quad (i=N-1, N-2, \dots, 1) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

求出方程组的解。

关于使用不等距网格解方程 (1) 的差分公式可参考文献^[7]。

(四) 边界条件

第一类边界条件是边界处的水头为已知；第二类边界条件是边界处水头的法向导数值为已知。在地下水的计算中，两种类型的边界条件都会遇到。特别是对于不透水边界，相当于法向导数值为零，即

$$\frac{\partial h}{\partial n} = \frac{h_{\text{外}} - h_{\text{内}}}{\Delta n} = 0 \quad (11)$$

由此得 $h_{\text{外}} = h_{\text{内}}$ 。现在来说明边界条件怎样用在求解的计算中。考虑沿 x 方向的 m 个差分网格，左端设为常水头边界，水位保持 H_0 不变，右端设为不透水边界 (图3)。

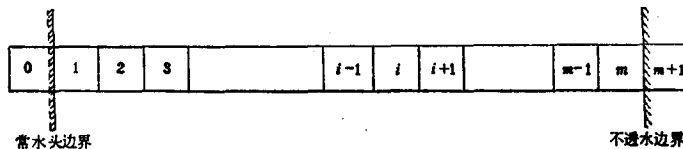


图 3

我们在边界两端各添加一个格子，则常水头边界可以表示为

$$h_0 = H_0, \quad (12)$$

不透水边界可以表示为

$$h_{m+1} = h_m$$

对于内部 m 个网格依次列出方程 (6)，并对第一个方程和最后一个方程分别利用上述的边界条件，则得一个三对角线方程组：

$$\left. \begin{aligned} b_1 h_1 + c_1 h_2 &= d_1 \\ a_i h_{i-1} + b_i h_i + c_i h_{i+1} &= d_i \\ (i &= 2, 3, \dots, m-1) \\ a_m h_{m-1} + b_m h_m &= d_m \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中，

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= T_{\frac{1}{2}, i} / \Delta x^2 + T_{\frac{3}{2}, i} / \Delta x^2 + 2\mu / \Delta t \\ c_1 &= -T_{\frac{3}{2}, i} / \Delta x^2 \\ d_1 &= \text{方程 (6) 的右端} + (T_{\frac{1}{2}, i} / \Delta x^2) H_0 \\ a_i &= -T_{i-\frac{1}{2}, i} / \Delta x^2 \\ b_i &= T_{i-\frac{1}{2}, i} / \Delta x^2 + T_{i+\frac{1}{2}, i} / \Delta x^2 + 2\mu / \Delta t \\ c_i &= -T_{i+\frac{1}{2}, i} / \Delta x^2 \\ d_i &= \text{方程 (6) 的右端} \\ a_m &= -T_{m-\frac{1}{2}, i} / \Delta x^2 \\ b_m &= T_{m-\frac{1}{2}, i} / \Delta x^2 + 2\mu / \Delta t \\ d_m &= \text{方程 (6) 的右端} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

用“追赶法”解方程组 (13)，就求出了这 m 个网格的水头。实际求解的过程就是从初始条件出发，按给定的边界条件先沿 x 方向一行一行地求解，然后再转到 y 方向一列一列地求解，并不断重复这一过程。

在顾家台矿区的计算中，我们把断层当成弱透水边界，并利用抽水试验期间断层内外的水头差是已知的，这实际上就是把它当作给定法向导数值的第二类边界条件来处理。仍以图3为例，设右端为弱透水边界，并设

$$h_0 - h_1 = \bar{H}$$

此时方程组 (13) 的第一个方程形式仍然不变，只是系数变为：

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= T_{\frac{1}{2}, i} / \Delta x^2 + 2\mu / \Delta t \\ c_1 &= -T_{\frac{3}{2}, i} / \Delta x^2 \\ d_1 &= \text{方程 (6) 的右端} + (T_{\frac{1}{2}, i} / \Delta x^2) \bar{H} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

方程组 (13) 的其余方程不变。

(五) 水井及垂直补给的表示

在计算中，当所研究含水层顶部有河流通过河床垂直补给（或第四系含水层的垂直补给）时，在差分方程 (6) 和 (7) 中表示垂直方向水量交换的 ϵ 可以表示为：

$$\epsilon_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \left(\frac{k_z}{m_R} \right) \left[H_{Ri,j} - \frac{h_{i,j,k} + h_{i,j,k+1}}{2} \right] - \frac{Q_{ii}}{\Delta x \cdot \Delta y} \quad (16)$$

上式右端第一项表示通过河床对含水层的补给, k_z 是垂直渗透系数, H_R 是河的水位 (或第四系含水层的水位), m_R 是河床的厚度 (或第四系含水层厚度), 为方便起见, 设 $W_z = K_z/m_R$, 可称为“越流系数”。第二项 $Q_{i,j}$ 表示抽水井 (或注水井) 每天的抽水量 (注水量)。在数值模拟中 $Q_{i,j}$ 是作为已知的, 因此在包含井的每一差分网格中可以给出它的值。

(16) 式右端第一项中包含有已知水头, 也包含有未知水头, 在计算中应把包含未知水头的项移到方程 (6) [或 (7)] 的左端, 合并同类项, 这样的处理方法可以保持差分格式的稳定性^[8]。

(六) 时间步长

时间步长取的合适, 既能保证计算的精度, 又能节省计算时间。否则, 时间步长取的过大, 会使解的误差变的十分严重; 时间步长取的太小, 又要浪费机器时间。因此, 合理地处理时间步长是模拟计算的重要一环。

在抽水过程中, 水头的变化是不均匀的。在抽水初期, 抽出的水主要来自消耗静储量, 边界和河床的补给还没有来得及起作用, 因此在这一阶段水头的变化比较大。但在较长时间的抽水之后, 通过河床的垂直补给和通过边界的侧向补给愈来愈大, 水头的变化率就愈来愈小。当抽水量得到完全补偿的时候, 不稳定状态就过渡到稳定状态, 各点的水头也就趋于稳定。

从这一分析来看, 时间步长的大小也应取变化的才合理。在抽水初期, 水头变化比较快的时候, 应当采用小的步长, 以保证计算的精度。随着水头变化的愈来愈慢, 应当逐步加大时间步长, 以节省计算时间。

参考文献^[2]提出按关系式

$$\Delta t_{n+1} = 1.25 \times \Delta t_n \quad (17)$$

来增加时间步长的方法。

参考文献^[8]指出: 计算的精度与参数

$$\gamma = \frac{\Delta t \cdot T}{\Delta x \cdot \Delta y \cdot \mu}$$

有关。因此当储水系数较小、导水系数较大时, 时间步长将受到较大的限制。

在我们的计算中, 为了节省计算时间, 让 (17) 式中的因子逐渐变大, 同时设置了一误差判定准则, 判断整个区域进出水量是否平衡, 并给以误差界限, 当超过误差界限时, 自动减少时间步长。这样, 时间步长在整个计算过程中, 是自动调节的。

(七) 程序的说明及子程序的框图

用 A. D. I. 方法解渗流方程 (1) 可编成一个子程序的形式, 命名为 ADIM。在使用这一子程序之前, 需要先把所考虑的区域用一个大的矩形包括起来, 然后用平行这个矩形边的两族垂直线将它分成若干小矩形, 叫做差分网格, 格距可以相等也可以不相等。这些格子可以分成外格、边格和内格三类。对边格必需按所给定边界条件进一步加以区分, 对内格也必须按是否有水井、天窗和观测点等进一步加以区分。为了刻划每一个差分格子的这些特征, 我们设置了一个二维整型数组 $\omega(i, j)$ 。

规定:

当 (i, j) 为外点时, $\omega(i, j) = 0$;

当 (i, j) 为内点时, $\omega(i, j) > 0$;

当 (i, j) 为边点时, $\omega(i, j) < 0$

当 (i, j) 为内点时, 赋予 $\omega(i, j)$ 以不同的正整数分别表示出格子 (i, j) 是否为天窗、水井等等; 当 (i, j) 为边点时, 也赋予 $\omega(i, j)$ 不同负整数, 以区别边点的不同类型。只要向机器输入这一数组, 整个区域的几何特征和物理特征就全刻画出来了。

使用子程序ADIM除了需要输入特征数组 $\omega(i, j)$ 以外, 还需要输入初始水头分布 $H_0(i, j)$ 、水文地质参数数组 T_N, T_B, W, μ 以及总的模拟时间 $t_{\max}$ 等, 机器可以输出任一指定时刻的水头分布 (详见图 4)。

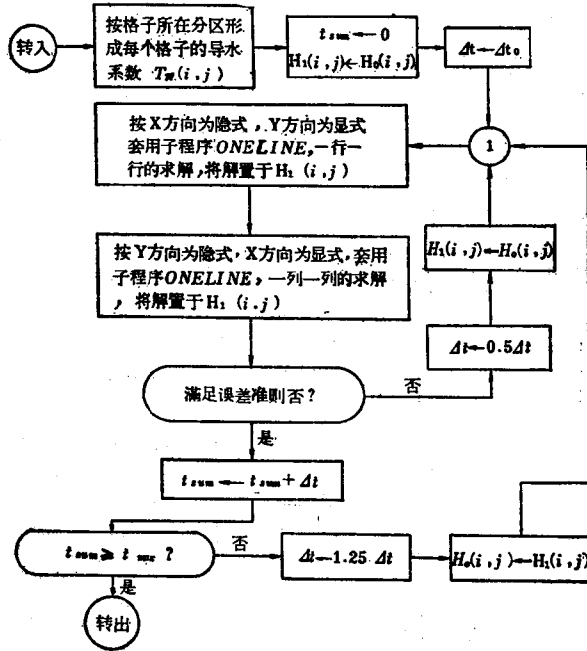


图 4 子程序ADIM的框图

按上述的介绍, A. D. I. 方法主要是先按 x 方向一行一行地解, 然后再转到 y 方向一列一列地解, 因此计算是一再重复求解由 (图 3) 表示的那样一条线的问题。为此, 我们编写成一个子程序ONELINE (可称为“单线”), 它由两部分组成: 一是按边界条件和初始条件由 (14) 式或 (15) 式形成三对角线方程组 (13) 的系数; 二是按 (9) 式和 (10) 式用“追赶法”解这一方程组 (详见图 5)。

图 4 和图 5 的框图中所用的记号的含义如下:

- $\omega(i, j)$ ——特征数组;
- $H_0(i, j)$ ——初始水头分布;
- $H_1(i, j)$ ——计算水头分布;
- $t_{\max}$ ——总的模拟时间;
- t_{sum} ——已经模拟过的时间;
- Δt_0 ——初始时间步长;
- T_N ——内部导水系数;

T_B ——弱透水边界的导水系数;
 W_s ——“越流系数”;
 μ ——储水系数;
 A, B, C, D ——存放三对角线方程组的系数数组;
 $i_{\max}$ —— x 方向的格数;
 $j_{\max}$ —— y 方向的格数;
 F_{lag} ——当 $F_{lag}=1$ 时, 表示三对角线方程组已经形成,
 当 $F_{lag}=0$ 时, 表示三对角线方程组尚未形成。

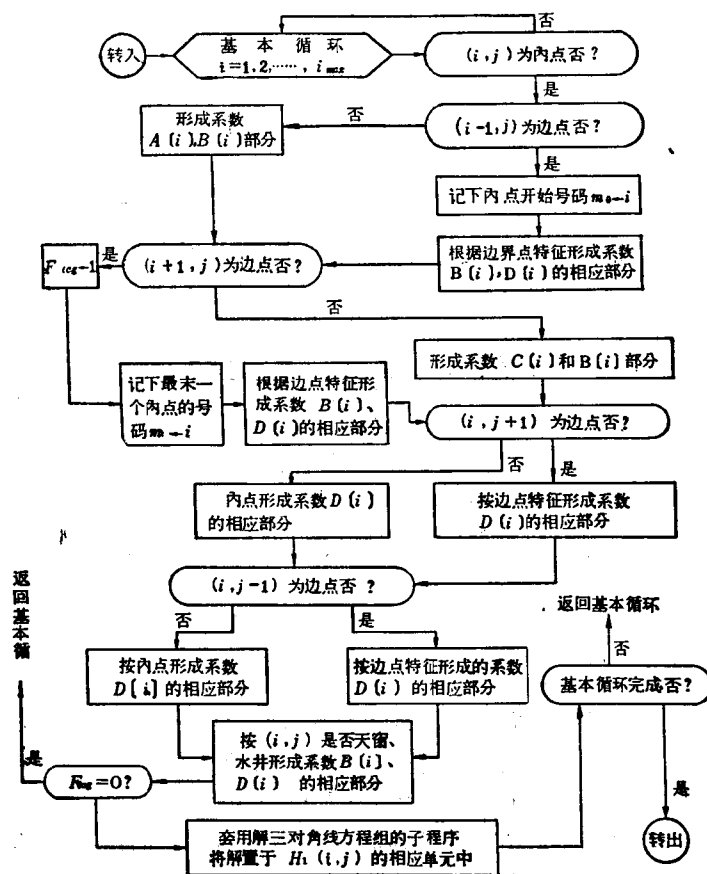


图 5 子程序ONLINE的框图

三、用抽水试验的观测资料确定水文地质参数

(一) 最优化的数值方法

设 $k_1, k_2, \dots, k_n$ 为待求的水文地质参数,

令

$$E(k_1, k_2, \dots, k_n) = \sum_m \sum_r W_{m,r} [H_{m,r}^{o,b} - H_{m,r}^{c,a}]^2 \quad (18)$$

式中, 下标 m 表示第 m 个观测点, 下标 r 表示第 r 个指定的比较时刻,

$H_{m,r}^{o,b}$ 和 $H_{m,r}^{c,a}$ 分别表示观测水头与模拟计算水头值,

$W_{m,r}$ 为权因子,

$\sum_m \sum_r$ 表示对所有比较点和比较时刻求总和,

E 为计算水头与观测水头拟合程度的度量。它是参数 $k_1, k_2, \dots, k_n$ 的函数。

我们把根据抽水试验资料确定参数的问题归结为求一组参数 $k_1, k_2, \dots, k_n$, 使得 $E(k_1, k_2, \dots, k_n)$ 尽可能地小, 也就是归结为求多元函数的极小值的问题。这一问题属于最优化的数值方法。

为了保证求得的参数合理, 应当把它们限制在某个范围内, 即要求:

$$a_i \leq k_i \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (19)$$

其中 a_i 是参数 k_i 的下限, b_i 是参数 k_i 的上限。

解决这一问题最简单的方法是对参数逐个地加以修正。设 $(k_1^0, k_2^0, \dots, k_n^0)$ 是参数的一个初值, 把其余参数固定, 对第一个参数用通常的单因素优选法在区间 $[a_1, b_1]$ 中优选求得新值 $(k_1^0 + \lambda_1, k_2^0, \dots, k_n^0)$, 继而对第二个参数进行优选再求得新值 $(k_1^0 + \lambda_1, k_2^0 + \lambda_2, k_3^0, \dots, k_n^0)$, 当所有参数都修正一遍以后, 得到一组参数值 $(k_1^0 + \lambda_1, k_2^0 + \lambda_2, \dots, k_n^0 + \lambda_n)$, 然后再重复这一过程, 直到 $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ 很小为止。这一方法能保证在满足(19)的条件下逐步减少 E 的值。其缺陷是收敛的慢, 只有当参数的个数不太多, 并且初值选的比较好的时候才能使用。

由(18)式确定的函数 E 属于平方和函数的类型, 对这种情况有一些专门的研究, 参考文献^[9]。

我们考虑一般情形, 设

$$E(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^m F_k^2(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (m > n) \quad (20)$$

对于给定的初值 $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$, 我们的目的是去求一改进量 $(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n)$, 使函数 E 在点 $(x_1^0 + \Delta x_1, x_2^0 + \Delta x_2, \dots, x_n^0 + \Delta x_n)$ 达到极小。按通常函数取极小值的必要条件有

$$\frac{\partial E}{\partial x_i} (x_1^0 + \Delta x_1, x_2^0 + \Delta x_2, \dots, x_n^0 + \Delta x_n) = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (21)$$

以(20)式代入(21)式, 并用台劳展开式线性化, 就得出一线性方程组

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m \frac{\partial F_k}{\partial x_i} \frac{\partial F_k}{\partial x_j} \Delta x_j = - \sum_{k=1}^m F_k \frac{\partial F_k}{\partial x_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (22)$$

或写作向量形式:

$$A \Delta X = B \quad (23)$$

其中 F_k 及 $\frac{\partial F_k}{\partial x_i}$ 均在点 $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ 取值。

解这一线性方程组求出 $(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n)$, 于是得一改进点 $(x_1^0 + \Delta x_1, x_2^0 + \Delta x_2, \dots, x_n^0 + \Delta x_n)$, 若这一点在(19)式的范围内, 并且在这一点上函数 E 的值确比原来减少了, 则以此点代替初始点重复上述过程。否则的话, 则按方程组

$$(A - \lambda I) \Delta X = B \quad (24)$$

求改进量 ΔX , 其中 I 为单位矩阵, λ 为某一数量, 注意当 λ 增大时, 解向量 ΔX 接近最速下降方向, 并且其长度也随之变小, 因此, 我们逐渐增加 λ 的值总能求得改进值, 只要一求得改进值, 就以它为初值重复上述过程。

对于现在的具体问题来说, 构成方程组 (22) 系数的 F_k 及 $\frac{\partial F_k}{\partial x_i}$ 的值可用数值方法算出, 我们有:

$$\frac{\partial F_k}{\partial x_i} = \frac{F_k(x_1^0, \dots, x_{i-1}^0, x_i^0 + \Delta x_i, x_{i+1}^0, \dots, x_n^0) - F_k(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)}{\Delta x_i}$$

$F_k(x)$ 是在某时刻、某观测点处计算水头与观测水头的差, 可用上节中的模拟方法求出。而 Δx_i 通常取为初值的 5 %。

另外, 解决这一问题也有用规划方法的。

(二) 确定水文地质参数的过程

我们在计算中, 首先确定哪些是待求的参数。根据水文地质勘探资料和抽水试验资料把整个区域的范围定下来, 先凭经验把内部分成不同导水性的若干个区, 并定出有垂直渗透的位置和弱透水边界的位置。各区的导水系数 T_N 、弱透水边界的导水系数 T_b 和“越流系数” W 等构成了待求的未知参数组。

然后, 根据经验或用解析方法估算出这组参数的一个初值。

第三步是通过模拟计算对上述区域的划分以及粗定的初值进行修正, 包括增加或减少参数的个数以及确定合理的上、下限。

最后, 用最优化的数值方法优选出最好的参数值。

(三) 顾家台矿区水文地质参数的计算结果

本矿区水文地质条件比较复杂(图 6)。矿体埋藏于当地侵蚀基准面以下。东部不透水的闪长岩以及北部、西部和南部的弱透水断层形成了自然的边界, 南北长约 9600 米, 东西宽约 2400 米。主要含水层为灰岩含水层, 其底板为分布较稳定的闪长岩。上部为 100~200

表 1

流 量 (米 ³ /日)	降 深 (米)
$Q_1 = 8500$	$S_1 = 7.11$
$Q_2 = 18900$	$S_2 = 17.9$
$Q_3 = 21400$	$S_3 = 22.4$

米的第三系隔水岩层及第四系砂砾石含水层, 局部地段第三系隔水岩层缺失。地表有三条河流流经其上, 河水或第四系潜水通过含水层的不完整的顶板(天窗)进入灰岩, 是含水层的主要垂向补给源, 南部、西部和北部的地下水通过本区边界的断层从侧向补给灰岩含水层。

抽水试验表明, 在较短时间内, 垂向和侧向的补给作用就很明显。而垂向和侧向补给量均是未知数, 非均质也很明显, 因此用解析方法不易解决。

抽水试验进行了 81 天, 采用了三个不同的流量, 具体情况见表 1。

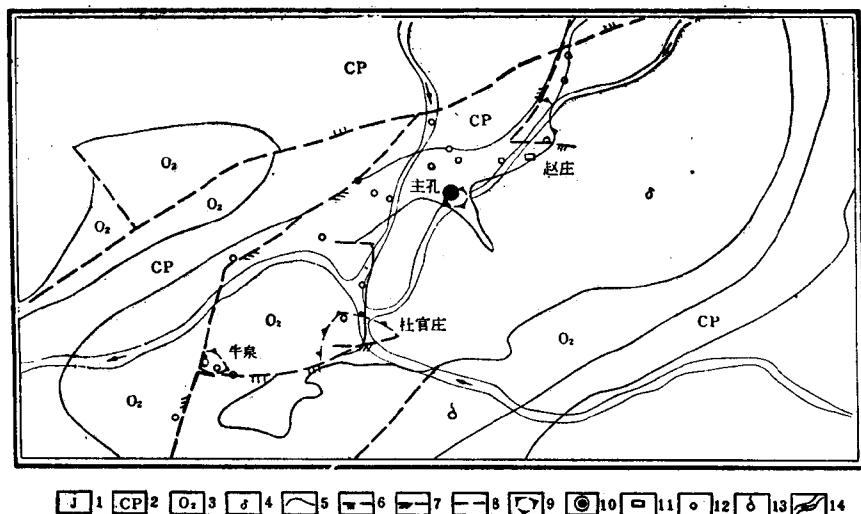


图 6 矿区地质略图

1—侏罗系；2—石炭二叠系；3—中奥陶统；4—闪长岩；5—地质界线；6—压性断层；7—压扭性断层；8—性质不明断层；9—第三系缺失范围；10—抽水主孔；11—排水矿坑；12—观测孔；13—泉水；14—河流

由于在断层内、外均布有观测孔，在天窗处也布有观测孔，因此，抽水试验的结果确实暴露和证实了边界的性质、天窗的范围等，也为计算提供了可靠的依据。

我们就以东部的不透水边界以及西部、南部和北部的弱透水断层做为计算的边界。模拟计算划分成 28×24 个差分格子。

在计算中，根据当地条件，我们选择了以下14个参数为待求的水文地质参数：内部五个区的导水系数 T_{N1} 、 T_{N2} 、 T_{N3} 、 T_{N4} 、 T_{N5} ；四段弱透水边界的导水系数 T_{B1} 、 T_{B2} 、 T_{B3} 、 T_{B4} ；表示四个天窗的“越流系数” W_{s1} 、 W_{s2} 、 W_{s3} 、 W_{s4} ，以及储水系数 μ ，它们的相应位置见图7。

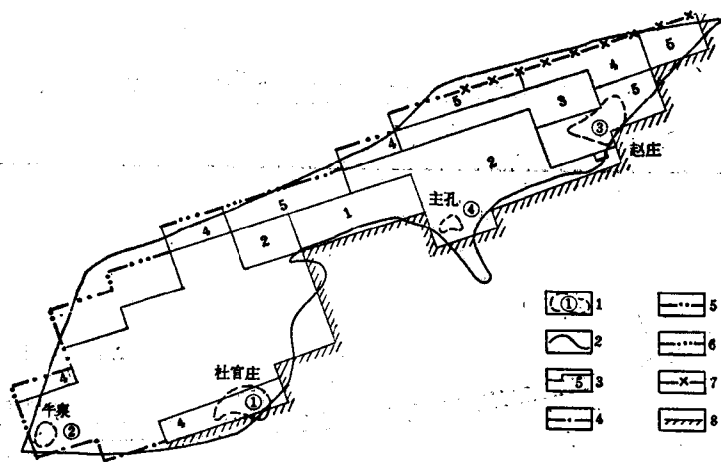


图 7 计算区示意图

1—天窗及编号；2—实际地质边界；3—内部分区界线及分区编号；4—第一段弱透水边界；5—第二段弱透水边界；6—第三段弱透水边界；7—第四段弱透水边界；8—第五段不透水边界