

● 研 究 生 用 书 ●

ADVANCED ENGINEERING  
MATHEMATICS

华中科技大学出版社



于 寅

# 高等工程数学

(第三版)

TB11  
26=2

# 高等工程数学

于寅 (第三版)

华中科技大学出版社

北方工业大学图书馆



00573932

## 图书在版编目(CIP)数据

高等工程数学(第三版)/于寅  
武汉:华中科技大学出版社,2001年10月  
ISBN 7-5609-2557-X

- I. 高…
- II. 于…
- III. 高等数学-高等学校-教材
- IV. O13

高等工程数学(第三版)

于寅

责任编辑:龙纯曼  
责任校对:王崇军

封面设计:刘卉  
责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社  
武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87545012

录排:华中科技大学出版社照排室  
印刷:黄冈日报社印刷厂

开本:850×1168 1/32 印张:22.875 插页:2 字数:550 000  
版次:2001年10月第3版 印次:2003年10月第9次印刷 定价:26.80元  
ISBN 7-5609-2557-X/O·239

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)



**Advanced Engineering  
Mathematics**

**Yu Yin**

## 内 容 提 要

本书为研究生课程“高等工程数学”的教材,内容包含矩阵论、数值计算方法和数理统计三部分,其主要内容有:线性代数基本知识、方阵的相似化简、向量范数和矩阵范数、方阵函数与函数矩阵、矩阵分解、线性空间和线性变换(矩阵论部分);误差分析、线性方程组的数值解法、方阵特征值和特征向量的数值计算、计算函数零点和极值点的迭代法、插值与最佳平方逼近、数值积分与数值微分、常微分方程数值解法(数值计算方法部分);数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、线性统计推断(数理统计部分)。

本书可作工学(含工程类型)硕士研究生的教材或参考书,也可供有关教师和工程技术人员参考。

### Abstract

This book is primarily written for the graduate course "Advanced engineering mathematics" in Hua zhong University of Science and Technology. It consists of three parts: Matrix theory, Numerical methods and Mathematical statistics. The main topics are Elements of linear algebra, Matrix reduction by similarity transform, Norms of vector and matrix, Function of matrix, Matrix decomposition, Linear space and linear transformation (Part of Matrix theory); Error analysis, Numerical methods for solving systems of linear algebraic equations, Computation of eigenvalues and eigenvectors of matrix, Iterative methods for evaluating zeros and extremum points of function, Interpolation and approximation, Numerical integration and numerical differentiation, Numerical solutions of ordinary differential equations (Part of Numerical methods); Basic concepts of mathematical statistics, Parameter estimation, Significance test, Linear statistical inference (Part of Mathematical statistics).

The book can serve as textbook or reference for graduate students in Master degree. It can also be consulted by relevant teachers and engineers.

## 写在“研究生用书”出版 10 周年

在今天，面对科技的迅速发展，知识经济已见端倪，国际竞争也日趋激烈，显然，国家之间的竞争是国家综合实力的竞争，国家综合实力的竞争关键是经济实力的竞争，而经济实力的竞争关键又在于科技（特别是高科技）的竞争，科技（特别是高科技）的竞争归根结底是人才（特别是高层次人才）的竞争，而人才（特别是高层次人才）的竞争基础又在于教育。“百年大计，教育为本；国家兴亡，人才为基。”十六个字、四句话，确是极其深刻的论断。目前，国际形势清楚表明：我们国家的强大与民族的繁荣，主要立足于自己，以“自力更生”为主；把希望寄托于他人，只是一种不切实际的幻想。这里，我们决不是要再搞“闭关锁国”，搞“自我封闭”，因为那是没有出路的；我们强调的是要“自信，自尊，自立，自强”，要以“自力更生”为主，走自己发展的道路。

显然，知识经济最关键的是人才，是高层次人才的培养，而作为高层次人才培养的研究生教育就在一个国家的方方面面的工作中，占有十分重要的战略地位。可以说，没有研究生教育，就没有威伟雄壮的科技局面，就没有国家的强大实力，就没有国家在国际上的位置，就会挨打，就会受压，就会被淘汰，还说什么知识经济与国家强大？！

“工欲善其事，必先利其器。”教学用书是教学的重要

基本工具与条件。这是所有从事教育的专家所熟知的事实。所以，正如许多专家所知，也正是原来的《“研究生用书”总序》中所指出，研究生教材建设是保证与提高研究生教学质量的重要环节，是一项具有战略性的基本建设。没有研究生的质量，就没有研究生教育的一切。

我校从1978年招收研究生以来，即着力从事于研究生教材与教学用书的建设。积十多年建设与实践的经验，我校从1989年起，正式分批出版“研究生用书”。第一任研究生院院长陈珏教授就为之写了《“研究生用书”总序》，表达了我校编写这套用书的指导思想与具体要求，“要力求‘研究生用书’具备科学性、系统性、先进性”。后三任研究生院院长，也就是各任校长黄树槐教授、我本人和周济教授完全赞同这一指导思想与具体要求，从多方面对这套用书加以关心与支持。

我是十分支持出版“研究生用书”的。早在1988年我在为列入这套书中的第一本，即《机械工程测试·信息·信号分析》写“代序”时就提出：“一个研究生应该博览群书，博采百家，思路开阔，有所创见。”但这不等于他在一切方面均能如此，有所不为才能有所为。如果一个研究生的主要兴趣与工作不在“这一特定方面”，他也可以选择一本有关的书作为了解与学习这方面专业知识的参考；如果一个研究生的主要兴趣在“这一特定方面”，他更应选择一本有关的书作为主要学习用书，寻览主要学习线索，并缘此展开，博览群书。这就是我赞成为研究生编写系列教学用书的原因。

目前，这套书自第一本于1990年问世以来，已经度

过了10个春秋，出版了8批共49种，初步形成规模，逐渐为更多读者所认可。在已出版的书中，有15种分获国家级、部省级图书奖，有16种一再重印，久销不衰。采用此套书的一些兄弟院校教师纷纷来信，赞誉此书为研究生培养与学科建设做出了贡献，解决了他们的“燃眉之急”。我们感谢这些赞誉与鼓励，并将这些作为对我们的鞭策与鼓励，“衷心藏之，何日忘之？！”

现在，正是江南春天，“最是一年春好处”。华工园内，红梅怒放，迎春盛开，柳枝油绿，梧叶含苞，松柏青翠，樟桂换新，如同我们的国家正在迅猛发展、欣欣向荣一样，一派盎然生机。尽管春天还有乍寒时候，我们国家在前进中还有种种困难与险阻，来自国内与来自国外的阻挠与干批，有的还很严峻；但是，潮流是不可阻挡的，春意会越来越浓，国家发展会越来越越好。我们教师所编的、所著的、所编著的这套教学用书，也会在解决前进中的种种问题中继续发展。然而，我们十分明白，这套书尽管饱含了我们教师的辛勤的长期的教学与科研工作的劳动结晶，作为教学用书百花园中的一丛鲜花正在怒放，然而总会有这种或那种的不妥、错误与不足，我衷心希望在这美好的春日，广大的专家与读者，不吝拨冗相助，对这套教学用书提出批评建议，予以指鼓启迪，为这丛鲜花除害灭病，抗风防寒，以进一步提高质量，提高水平，更上一层楼，我们不胜感激。我们深知，“一个篱笆三个桩”，没有专家的指导与支持，没有读者的关心与帮助，也就没有这套教学用书的今天。我衷心机愿在我们学校第三次大发展的今天，在百年之交与千年之交的时候，这套教学用书会以更



雄健的步伐，走向更美好的未来。

诗云：“嚶其鸣矣，求其友声。”这是我们的心声。

中国科学院院士  
华中理工大学学术委员会主任

杨叔子

于华工园内

1999年5月15日

## 第三版前言

《高等工程数学》(第二版)自1995年出版以来,受到广大读者的欢迎和好评,并被许多高等院校选作研究生教材.为了进一步满足各层次读者的需要,我们在总结近六年来教学实践经验及吸收广大读者的意见的基础上,对全书进行了修订.

这次修改在保持原书的基本体系和风格的基础上,除了在文字叙述更加精炼,论述更为条理清楚、深入浅出,便于自学之外,我们调整、完善和补充了部分内容,以适应各种层次的教学要求.修改的主要内容有:

(1) 改写了矩阵论部分,调整了矩阵论的章节,删去了广义逆矩阵的内容.为便于读者阅读和理解,增加了“线性代数基本知识”一章,并将抽象的线性空间和线性变换内容放在最后一章讲述.

(2) 数值计算方法部分删去了分段多项式插值一节,增加了二重积分的计算方法内容,讨论了解线性方程组的迭代法的数值稳定性和误差分析的问题.

(3) 数理统计部分中将样本方差公式改为常用的  $S^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ .

由于学识水平所限,虽经修改,书中仍难免有缺点和不妥之处,敬请读者批评指正.

编 者

2001年2月

# 目 录

## 第一部分 矩阵论

第一章 线性代数基本知识	(3)
§ 1.1 向量和向量空间	(3)
1.1.1 向量的运算	(3)
1.1.2 向量组的线性相关性和向量组的秩	(7)
1.1.3 向量空间	(9)
习题 1.1	(14)
§ 1.2 矩阵及其运算	(14)
1.2.1 矩阵的运算	(15)
1.2.2 可逆矩阵与逆矩阵	(19)
1.2.3 分块矩阵	(21)
习题 1.2	(21)
§ 1.3 矩阵的初等变换及其应用	(22)
1.3.1 矩阵的等价	(24)
1.3.2 矩阵的秩	(28)
1.3.3 应用举例	(35)
习题 1.3	(40)
§ 1.4 线性方程组	(41)
1.4.1 线性方程组解的存在定理	(42)
1.4.2 线性方程组解的结构	(44)
习题 1.4	(47)
§ 1.5 特征值与特征向量	(47)
1.5.1 特征值与特征向量的性质	(50)
1.5.2 方阵的相似变换和相似对角化	(55)

1.5.3 Hermite 矩阵和实对称矩阵的特征值和特征向量	(60)
习题 1.5	(67)
§ 1.6 实二次型	(68)
习题 1.6	(78)
<b>第二章 方阵的相似化简</b>	(79)
§ 2.1 Jordan 标准形	(79)
习题 2.1	(99)
§ 2.2 Cayley-Hamilton 定理	(100)
习题 2.2	(112)
§ 2.3 方阵的酉相似化简	(113)
习题 2.3	(119)
§ 2.4 实方阵的正交相似化简	(120)
习题 2.4	(127)
<b>第三章 向量范数和矩阵范数</b>	(129)
§ 3.1 向量范数	(129)
习题 3.1	(132)
§ 3.2 矩阵范数	(133)
习题 3.2	(141)
§ 3.3 方阵的谱半径	(142)
习题 3.3	(145)
<b>第四章 方阵函数与函数矩阵</b>	(146)
§ 4.1 矩阵序列与矩阵级数	(146)
习题 4.1	(152)
§ 4.2 方阵函数及其计算	(152)
习题 4.2	(163)
§ 4.3 函数矩阵及其应用	(163)
习题 4.3	(171)
<b>第五章 矩阵分解</b>	(172)
§ 5.1 方阵的三角分解	(172)

习题 5.1 .....	(183)
§ 5.2 方阵的正交(酉)三角分解 .....	(184)
习题 5.2 .....	(195)
§ 5.3 矩阵的奇异值分解 .....	(196)
习题 5.3 .....	(205)
<b>第六章 线性空间和线性变换</b> .....	(206)
§ 6.1 线性空间 .....	(206)
6.1.1 线性空间的定义及例子 .....	(206)
6.1.2 基与维数 .....	(209)
6.1.3 基变换与坐标变换 .....	(212)
6.1.4 子空间和维数定理 .....	(215)
习题 6.1 .....	(219)
§ 6.2 线性变换 .....	(220)
6.2.1 线性变换的定义及矩阵表示 .....	(220)
6.2.2 线性变换的零空间和值空间 .....	(226)
6.2.3 线性变换的最简矩阵表示及不变子空间 .....	(228)
习题 6.2 .....	(234)
§ 6.3 内积空间及两类特殊的线性变换 .....	(236)
习题 6.3 .....	(242)
<b>参考书目</b> .....	(243)

## 第二部分 数值计算方法

<b>第一章 误差的基本知识</b> .....	(247)
§ 1.1 绝对误差、相对误差及有效数字 .....	(248)
§ 1.2 数值计算的误差估计及算法稳定性 .....	(251)
§ 1.3 数值计算中应注意的一些原则 .....	(259)
习题 1 .....	(262)
<b>第二章 线性方程组的数值解法</b> .....	(263)
§ 2.1 Gauss 主元消去法 .....	(263)
§ 2.2 矩阵分解在解线性方程组中的应用 .....	(269)

§ 2.3	直接法的误差分析	(275)
§ 2.4	线性方程组的迭代解法	(281)
§ 2.5	逐次超松弛迭代法和块迭代法	(295)
2.5.1	逐次超松弛迭代法	(295)
2.5.2	块迭代法	(300)
§ 2.6	迭代法的数值稳定性和误差分析	(301)
习题 2		(302)
<b>第三章</b>	<b>方阵特征值和特征向量的数值计算</b>	<b>(305)</b>
§ 3.1	特征值的估计	(305)
§ 3.2	幂法与反幂法	(309)
3.2.1	幂法	(309)
3.2.2	加速方法	(313)
3.2.3	反幂法	(318)
§ 3.3	QR 方法	(320)
3.3.1	QR 方法的计算公式	(321)
3.3.2	上 Hessenberg 矩阵的 QR 方法及带原点平移的 QR 方法	(323)
习题 3		(324)
<b>第四章</b>	<b>计算函数零点和极值点的迭代法</b>	<b>(326)</b>
§ 4.1	不动点迭代法及其收敛性	(327)
4.1.1	解一元方程的迭代法	(328)
4.1.2	解非线性方程组的迭代法	(336)
§ 4.2	Newton 迭代法及其变形	(340)
§ 4.3	无约束优化问题的下降迭代法	(347)
4.3.1	最速下降法	(349)
4.3.2	变尺度法	(351)
习题 4		(358)
<b>第五章</b>	<b>函数的插值与最佳平方逼近</b>	<b>(360)</b>
§ 5.1	多项式插值	(361)

§ 5.2 样条插值 .....	(378)
§ 5.3 数据的最小二乘拟合 .....	(387)
§ 5.4 函数的最佳平方逼近 .....	(394)
§ 5.5 二元插值 .....	(411)
习题 5 .....	(414)
<b>第六章 数值积分与数值微分</b> .....	(417)
§ 6.1 Newton-Cotes 求积公式 .....	(419)
§ 6.2 复化求积公式及其余项表达式 .....	(428)
§ 6.3 Richardson 外推法和数值积分的 Romberg 算法 .....	(436)
6.3.1 Richardson 外推法 .....	(436)
6.3.2 数值积分的 Romberg 算法 .....	(438)
§ 6.4 Gauss 型求积公式 .....	(441)
§ 6.5 二重积分的计算方法 .....	(451)
§ 6.6 数值微分 .....	(454)
习题 6 .....	(461)
<b>第七章 常微分方程数值解法</b> .....	(464)
§ 7.1 初值问题数值解法的构造及其精度 .....	(466)
§ 7.2 Runge-Kutta 方法 .....	(474)
§ 7.3 线性多步法 .....	(482)
§ 7.4 预估-校正公式 .....	(489)
§ 7.5 边值问题的差分法 .....	(492)
习题 7 .....	(499)
<b>参考书目</b> .....	(501)

### 第三部分 数理统计

<b>第一章 数理统计的基本概念</b> .....	(505)
§ 1.1 总体与样本 .....	(505)
§ 1.2 统计量与样本矩 .....	(508)
§ 1.3 数理统计中常用的几个分布 .....	(511)

§ 1.4 抽样分布 .....	(519)
§ 1.5 分位数 .....	(525)
习题 1 .....	(527)
<b>第二章 参数估计</b> .....	<b>(530)</b>
§ 2.1 点估计 .....	(530)
2.1.1 矩估计法 .....	(532)
2.1.2 极大似然估计法 .....	(536)
§ 2.2 估计量的评选标准 .....	(542)
2.2.1 无偏估计 .....	(543)
2.2.2 有效估计和最小方差估计 .....	(546)
2.2.3 相合估计与渐近正态性 .....	(556)
§ 2.3 区间估计 .....	(558)
习题 2 .....	(575)
<b>第三章 假设检验</b> .....	<b>(578)</b>
§ 3.1 假设检验的基本概念 .....	(578)
§ 3.2 正态总体下参数的假设检验 .....	(582)
§ 3.3 非正态总体大样本参数检验 .....	(595)
§ 3.4 检验的优劣 .....	(598)
3.4.1 功效函数 .....	(599)
3.4.2 最大功效检验 .....	(605)
§ 3.5 分布假设检验 .....	(609)
3.5.1 $\chi^2$ 拟合优度检验 .....	(609)
3.5.2 Колмогоров 检验和 Смирнов 检验 .....	(616)
3.5.3 独立性检验 .....	(621)
习题 3 .....	(625)
<b>第四章 线性统计推断</b> .....	<b>(630)</b>
§ 4.1 线性统计模型 .....	(631)
§ 4.2 最小二乘估计及其性质 .....	(634)
§ 4.3 线性模型的假设检验和统计推断 .....	(647)



4.3.1	线性模型的假设检验	(648)
4.3.2	回归系数的假设检验	(650)
4.3.3	统计推断	(655)
§ 4.4	方差分析	(657)
4.4.1	单因子方差分析	(661)
4.4.2	双因子方差分析	(666)
§ 4.5	正交试验设计及其应用	(675)
习题 4		(692)
<b>参考书目</b>		(696)
<b>附表</b>		(697)