

初中各科素质训练丛书

初一数学导读

(下)

周继光 主编



东方出版中心

· 初中各科素质训练丛书 ·

初 一 数 学 导 读

(下)

周继光 主编

林洞德 朱立君

王革非 何来芬 编著

刘建芸

东 方 出 版 中 心

说 明

经中央机构编制委员会办公室和中华人民共和国新闻出版署批准,原中国大百科全书出版社上海分社、知识出版社(沪),自1996年1月1日起,更名为东方出版中心。

初一数学导读(下)

周继光 主编

出版:东方出版中心

开本:787×1092(毫米)1/32

(上海仙霞路335号 邮编200335)

印张:6.75

发行:东方出版中心

字数:137千字

经销:新华书店上海发行所

版次:1998年3月第1版第1次印刷

印刷:昆山市亭林印刷总厂

印数:1~12,000

ISBN 7-80627-264-X/G·74

定价:8.00元

序

钱梦龙

这套《初中各科素质训练丛书》的编写宗旨，正如丛书名所表明的，是配合初中各科的教学，辅导学生进行素质训练。什么是素质训练？我不喜欢下定义。不妨先说说我在学生时代由“差”变“优”的一段有趣历程，它也许会使读者对“素质训练”获得一个比较鲜明的印象，虽然从写序的通例看，这种写法可能有点不得体。

曾在《新民晚报》副刊上读到过一篇短文，标题好像是《钱老师留过三次级》，文中说到的“钱老师”就是我——我在当小学生的时候确实创下了三次留级的“辉煌”纪录。短文的作者当然不是有意揭我的短，只是用我作个例子，向人们证明一个观点：“差生”的“差”，其实只是一种表象，只要导之有方，绝大多数“差生”是可以转变的，而且同样可以造就成才。

确实，作为“差生转变”的实例，我好算个典型，甚至带一点“戏剧性”。从小又笨又顽皮的我，曾被小学老师断定“将来不会有出息”；却不料进入中学以后，尤其是从初中二年级起，各科成绩都逐渐达到了优等，还被同学选为班长。国文成绩堪称优异，即便是班里的少数几名学习尖子，在国文学习上也不敢跟我一争高下。这种前后判若两人的变化，有时候连我自己都觉得有点匪夷所思，那些知道我的“留级纪录”的朋友，

无论如何不可能把现在的我和过去那个“留级生钱梦龙”联系起来。

不过，几位熟悉我的全部经历的老朋友，都认为我的转变完全有轨迹可寻，就像“水到渠成”一样，合乎自然。

原来我从进入初中以后，忽然对唐诗发生了兴趣，于是从读古诗古文入手，开始了自学的历程；后来扩展到读当代诗文，别的不说，单是鲁迅的文章和小说就读了不少。总之，在求知欲的驱动下，我读的书多而且杂，当然也读了不少非文学类的书籍。读书渐多，不免手痒，于是也练习写些东西；因为爱写，读的时候就加倍用心地揣摩，揣摩得多了，逐渐养成了自己读书、求知的习惯。后来又把这种习惯迁移到了几门主要学科的学习上：在老师讲授新教材之前，自己先把教材认真消化一遍，或参读一些有关材料，力求理解得深邃；到上课时，就随时把老师的讲解和自己的理解互相比较，凡有分歧处都追问个“为什么”。这样，本来被动、单一的听讲，变成了主动的、全方位的思考。现在想来，这实在是一种高效的自我训练，这种训练不但发展了我的思维能力，使我轻轻松松地把知识学活了，而且印象更深，所以每到考试的时候，我即使不怎么复习，也能稳操胜券。可见，我的戏剧性的变化，完全是坚持自我训练的结果。

为什么我在说明什么是素质训练的时候，先要回顾一下自己学生时代的这一段自学历程呢？因为我当时的这种自我训练，事实上已经带有素质训练的基本特征——我说的是“事实上”，而不是概念上。这些基本特征，可以大体概括为“三性”：一是整体性，它以全面提高学习者的整体素质为目标，而不仅仅是应试能力的操练；二是发展性，它着眼于学习者今后

乃至一生的发展,而不仅为了眼前的功利;三是高效性,由于它始终和提高学习者的思维素质相伴随,因此必能获得智能发展的最佳效果,而不像刻板的应试操练那样可能导致“高分低能”甚至“低分低能”的恶果。我从“差生”变为“优生”、后来又通过自学而成为一名称职的中学教师的事实,就是素质训练“三性”的最好的注脚。

最后,对使用本书的中学生提两点建议。

首先要克服知识取向上的“实用主义”、“急功近利”的偏差。这套丛书特别重视拓宽学生的知识视野,因为知识是能力的基础,无知必定无能。无数学习成功者的经验证明,知识视野越开阔,知识积累越丰厚,学习上就越能收“左右逢源”、“触类旁通”之效。相反,如果认为“只有用于对付考试的知识才是有用的知识”,这种错误观念必然会导致学习者知识而狭窄,孤陋寡闻,这无论对眼前的学习还是今后的发展,都是十分不利的。

其次,要树立自主意识,立足于自学、自练、自我提高。自主意识强的学生,大多学得主动、积极,他们坚持独立思考,坚持依靠自己的力量克服学习中的困难,他们的性格和意志也在同困难的斗争中经受锻炼,使他们成为学习上的强者。这套丛书在编写中对这一点给予了相当的重视,因为自主意识和性格意志的培养,正是素质训练的题内应有之义。为此,这套丛书在训练题的设计上除了控制适当的题量外,尤其注意训练难度的阶梯性,便于读者拾“阶”而上,获得自学自练的理想效果;对训练题的解答,也只提示解题思路,而不是简单地提供答案,以便读者遵“路”求解,自悟自得。

总之,这是一套在各科学习上以帮助学习者自我提高素

质为宗旨的丛书。希望同学们在使用本书时充分注意到这一点,使《初中各科素质训练丛书》真正成为同学们进行自我训练的好帮手。

1997年6月于上海

内 容 提 要

本书是初中各科素质训练丛书之一种。全书根据现行教学大纲编写,基本上与新教材同步。全书分“整式的乘除”、“因式分解”、“分式”、“旋转和圆”、“中心对称与平行四边形”、“全等三角形”共6章。每章均按“导读”、“范例”、“训练”3部分编排,书后并附有习题答案与提示。本书能使初一学生较扼要地了解有关所学数学的基本知识和解题要领,起到举一反三、触类旁通的作用,也可供有关教师作为教学参考。

目 录

第一章 整式的乘除	1
一、单项式的乘除	1
1.1 同底数幂的乘法	1
导读(1) 范例(2) 训练(5)	
1.2 同底数幂的除法	6
导读(6) 范例(7) 训练(10)	
1.3 幂的乘方	11
导读(11) 范例(11) 训练(13)	
1.4 积的乘方	14
导读(14) 范例(14) 训练(17)	
1.5 单项式的乘法	18
导读(18) 范例(18) 训练(21)	
1.6 单项式的除法	22
导读(22) 范例(23) 训练(25)	
二、单项式与多项式的乘除	26
1.7 单项式与多项式的乘法	26
导读(26) 范例(27) 训练(29)	
1.8 多项式除以单项式	30
导读(30) 范例(31) 训练(34)	
三、多项式的乘除	35
1.9 多项式的乘法	35

导读(35) 范例(36) 训练(40)	
1.10 乘法公式	42
1.10.1 平方差公式	42
导读(42) 范例(42) 训练(46)	
1.10.2 完全平方公式	47
导读(47) 范例(48) 训练(52)	
1.10.3 立方和与立方差公式	54
导读(54) 范例(55) 训练(59)	
第二章 因式分解	62
2.1 提取公因式法	62
导读(62) 范例(63) 训练(66)	
2.2 分组分解法	68
导读(68) 范例(68) 训练(71)	
2.3 运用公式法	72
2.3.1 平方差公式	72
导读(72) 范例(72) 训练(76)	
2.3.2 完全平方公式	77
导读(77) 范例(78) 训练(82)	
2.3.3 立方和与立方差公式	83
导读(83) 范例(84) 训练(89)	
2.4 十字相乘法	90
导读(90) 范例(91) 训练(95)	
第三章 分式	97
一、分式的意义和性质	97
3.1 分式的意义	97
导读(97) 范例(97) 训练(99)	

3.2 整数指数幂	102
导读(102) 范例(103) 训练(104)	
3.3 分式的基本性质	107
导读(107) 范例(107) 训练(108)	
3.4 约分	110
导读(110) 范例(111) 训练(112)	
3.5 通分	114
导读(114) 范例(115) 训练(116)	
二、分式的运算	118
3.6 分式的加减	118
导读(118) 范例(118) 训练(122)	
3.7 分式的乘除	124
导读(124) 范例(125) 训练(128)	
3.8 分式的乘方	130
导读(130) 范例(130) 训练(132)	
3.9 繁分式	133
导读(133) 范例(134) 训练(138)	
第四章 旋转与圆	141
一、图形的旋转	141
导读(141) 范例(141) 训练(142)	
二、圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系及垂直于弦的直径的有关性质	145
导读(145) 范例(146) 训练(150)	
第五章 中心对称与平行四边形	157
一、中心对称	157
导读(157) 范例(157) 训练(160)	

二、平行四边形的性质及图形的平移.....	163
导读(163) 范例(163) 训练(166)	
第六章 全等三角形	170
导读(170) 范例(170) 训练(175)	
参考答案与提示	184

第一章 整式的乘除

一、单项式的乘除

1.1 同底数幂的乘法

〔导读〕

过去已经学过, n 个 a 相乘, 叫做 a 的 n 次方, 记作 a^n , 即

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n\text{个}} = a^n$$

其中 a 是底数, n 是指数(且 n 为正整数)。

现来计算: $5^3 \times 5^4$ 。

5^3 是 3 个 5 连乘, 5^4 是 4 个 5 连乘, 所以 $5^3 \times 5^4$ 是 7 个 5 连乘, 也就是

$$5^3 \times 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$$

同理, $a^3 \times a^4 = a^{3+4} = a^7$

一般地, 如果 m, n 是正整数, 那么,

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

这就是说: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加。

当三个或三个以上同底数的幂相乘时, 也具有这个性质。

例如, 当 m, n, p 为正整数时,

$$a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p}$$

同底数幂的乘法的运算性质是依据乘方的意义和乘法结合律得到的, 它是单项式乘法的基础。

[范例]

例1 选择题:

下列算式中,正确的是

()

(A) $x^3 + x^3 = x^6$

(B) $x^3 \cdot x^3 = 2x^3$

(C) $x \cdot x^2 \cdot x^3 = x^{0+2+3} = x^5$

(D) $x^3 \cdot x^3 = x^6$

分析 在运算中要注意加法和乘法各自的运算法则,不要混淆。(A)式左边是加法,所以根据合并同类项的性质,结果应为 $2x^3$;而(B)式左边是同底数幂的乘法,结果应为 x^6 ; (C)式错误在于: $x = x^1$, 所以 x 的指数是1,不是零,结果应为 $x^{1+2+3} = x^6$; (D)式是根据同底数幂相乘的性质,运算是正确的。

答案 选(D)。

例2 计算:

(1) $10^5 \times 10^6$

(2) $x^3 \cdot x^2$

(3) $x^n \cdot x^{2n} \cdot x^4$ (n 是正整数)

(4) $-x^2 \cdot x^n \cdot x^5$ (n 是正整数)

分析 同底数幂的相乘运算中,底数可以是数字,如(1)题;也可以是字母,如(2)题;指数也可以是数字或字母,如(3)、(4)题(在本节中表示指数的字母均为正整数);在(4)题中要注意负号的处理。

解 (1) $10^5 \times 10^6 = 10^{5+6} = 10^{11}$

(2) $x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$

(3) $x^n \cdot x^{2n} \cdot x^4 = x^{n+2n+4} = x^{3n+4}$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad -x^2 \cdot x^n \cdot x^5 &= -(x^2 \cdot x^n \cdot x^5) \\
 &= -x^{2+n+5} = -x^{n+7}
 \end{aligned}$$

例3 把下列各式化成 $(p+q)^n$ 或 $(p-q)^n$ 的形式。

$$(1) (p+q)^2 \cdot (p+q)^5$$

$$(2) (p-q)^3 \cdot (p-q) \cdot (p-q)^4$$

$$(3) (p-q)^m \cdot (p-q)^n \cdot (p-q)^2$$

分析 同底数幂相乘的运算中, 幂的底数除了可以是一个数或字母外, 也可以是一个单项式或多项式。本题中把 $(p+q)$ 、 $(p-q)$ 看作底数 a , 就可通用同底数幂相乘的性质进行计算, 这也是数学中重要的换元思想方法。

$$\begin{aligned}
 \text{解} \quad (1) \quad &(p+q)^2 \cdot (p+q)^5 \\
 &= (p+q)^{2+5} = (p+q)^7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad &(p-q)^3 \cdot (p-q) \cdot (p-q)^4 \\
 &= (p-q)^{3+1+4} = (p-q)^8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad &(p-q)^m \cdot (p-q)^n \cdot (p-q)^2 \\
 &= (p-q)^{m+n+2}
 \end{aligned}$$

$$\text{例4} \quad (1) \text{ 计算 } a^2 \cdot (-a)^3;$$

(2) 把 $(x-y)^2 \cdot (y-x)^3 \cdot (y-x)^4$ 化为 $(x-y)^n$ 的形式。

分析 同底数幂的运算性质的条件是“同底”, 当底数不同时, 如能把它化成相同的底, 则可用性质进行运算, 如不能化成相同的底, 则不能运用本性质进行运算, 本例两小题的底都不同, 均可先化为同底, 再进行运算。

$$\begin{aligned}
 \text{解} \quad (1) \quad &\because (-a)^3 = -a^3 \\
 &\therefore a^2 \cdot (-a)^3 = a^2 \cdot (-a^3) = -(a^2 \cdot a^3) \\
 &= -a^5
 \end{aligned}$$

本题也可把底都化为 $-a$ 。

$$\because a^2 = (-a)^2$$

$$\therefore a^2 \cdot (-a)^3 = (-a)^2 \cdot (-a)^3 = (-a)^5 = -a^5$$

$$(2) \because (y-x)^3 = -(x-y)^3$$

$$(y-x)^4 = (x-y)^4$$

$$\begin{aligned} \therefore (x-y)^2 \cdot (y-x)^3 \cdot (y-x)^4 \\ &= (x-y)^2 \cdot [-(x-y)^3] \cdot (x-y)^4 \\ &= -(x-y)^2 \cdot (x-y)^3 \cdot (x-y)^4 \\ &= -(x-y)^9 \end{aligned}$$

本题也可把底都化为 $(y-x)$ ，相乘后再根据题目要求化为 $(x-y)^n$ 的形式：

$$\because (x-y)^2 = (y-x)^2$$

$$\begin{aligned} \therefore (x-y)^2 \cdot (y-x)^3 \cdot (y-x)^4 \\ &= (y-x)^2 \cdot (y-x)^3 \cdot (y-x)^4 \\ &= (y-x)^9 \\ &= -(x-y)^9 \end{aligned}$$

例 5 (1) 计算 $x \cdot x^4 + 3x^2 \cdot x^3$ ；

(2) 把 $2(x-y)^2 \cdot (y-x)^3 + 5(y-x)^4 \cdot (x-y)$ 化为 $a(x-y)^n$ 的形式。

分析 本题是同底数幂相乘与合并同类项的综合运算，必须分清同底幂与同类项不同的概念：同底幂只要求底相同，而同类项是底数相同，指数也相同，然后才能进行合并同类项的运算。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \quad &x \cdot x^4 + 3x^2 \cdot x^3 \\ &= x \cdot x^4 + 3(x^2 \cdot x^3) \\ &= x^5 + 3x^5 = 4x^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \because (y-x)^3 = -(x-y)^3 \\
 & (y-x)^4 = (x-y)^4 \\
 \therefore & 2(x-y)^2 \cdot (y-x)^3 + 5(y-x)^4 \cdot (x-y) \\
 & = -2(x-y)^2 \cdot (x-y)^3 + 5(x-y)^4 \cdot (x-y) \\
 & = -2(x-y)^5 + 5(x-y)^5 \\
 & = 3(x-y)^5
 \end{aligned}$$

[训练]

1. 下面的计算对不对? 如果不对, 能否改正?

(1) $x \cdot x^3 = x^3$

(2) $a^2 \cdot a^2 = 2a^2$

(3) $m^3 \cdot m^2 = m^6$

(4) $b^3 + b^3 = b^6$

(5) $(a-b)^2 \cdot (a+b)^3 = (a-b)^5$

2. 计算:

(1) $5^3 \times 5^2$

(2) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^4$

(3) $x^{10} \cdot x^3$

(4) $-x^3 \cdot x^4$

(5) $x^4 \cdot x^6 \cdot x^3$

(6) $a^n \cdot a^3$

(7) $x^n \cdot x^{2n}$

(8) $y^n \cdot y^{n+1}$

3. 把下列各式化为 $(x+y)^n$ 或 $(x-y)^n$ 的形式:

(1) $(x+y) \cdot (x+y)^5$

(2) $(x+y)^2 \cdot (x+y) \cdot (x+y)^4$

(3) $(x-y) \cdot (x-y)^n \cdot (x-y)^{n-1}$

(4) $(x-y)^m \cdot (x-y)^{2n} \cdot (x-y)^2$

4. 计算:

(1) $(-a)^2 \cdot a^5$

(2) $-x^3 \cdot (-x)^3$