

21 世纪经济学系列教材

博弈论教程

Introduction to Game Theory

王则柯 李杰 编著

中国人民大学出版社



21 世纪经济学系列教材

博弈论教程

王则柯 李 杰 编著

中国人民大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

博弈论教程/王则柯, 李杰编著.
北京: 中国人民大学出版社, 2004
(21 世纪经济学系列教材)

ISBN 7-300-05889-2/F · 1877

- I. 博…
- II. ①王…②李…
- III. 对策论-教材
- IV. 0225

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 087710 号

21 世纪经济学系列教材

博弈论教程

王则柯 李 杰 编著

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号 邮政编码 100080
电 话 010-62511242 (总编室) 010-62511239 (出版部)
010-82501766 (邮购部) 010-62514148 (门市部)
010-62515195 (发行公司) 010-62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>
<http://www.ttrnet.com>(人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 北京东方圣雅印刷有限公司

开 本 720×965 毫米 1/16

版 次 2004 年 11 月第 1 版

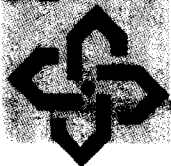
印 张 26.75

印 次 2004 年 11 月第 1 次印刷

字 数 490 000

定 价 29.80 元

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换



内容简介

虽然博弈论课本已经不少，但是博弈论还是难以进入大学本科教学，这主要是因为课本的技术难度大，提高了博弈论的进入门槛。

有鉴于此，本书作者用两年时间编写了这本难度温和、绝大部分本科生能够不太辛苦地学好的入门教程，以通俗浅白然而准确的文字，向读者系统地介绍博弈论的基本概念和基本方法，内容主要集中于完全信息静态博弈以及完全信息动态博弈的范畴，也伸延到其他一些专题。教程中的例子和习题非常丰富，渗透了作者的学问经历和研习体验，适合作为各专业尤其是经济类的大学本科生以及其他读者学习博弈论的入门教材。

经济学是一门科学，经济学的应用是一门艺术。博弈论及其应用，实在很有意思。



作者简介

王则柯，男，生于浙江永嘉，在广州长大，毕业于北京大学数学力学系数学专业，现为中山大学岭南学院教授，上海法律与经济研究所学术委员会委员，主要致力于经济学教育现代化的工作，偶尔对经济发展和社会进步发表观察和提供意见。

发表论文《价格机制劳动价值说的局限和误导》、《经济学：捍卫理论，还是发展理论？》、《国家现代化是整体的演进》、《私权是大公无私的基础》等数十篇；出版著作《价格与市场》、《童心与发现》、《爱心护天才》、《经济学拓扑方法》、《解释的困惑》、《经济学课堂》等二十余种。

李杰，男，广东南海人，中山大学岭南学院经济学博士。2001年6月至2001年12月赴香港城市大学进行合作研究半年。现在主要从事博弈论、产业组织理论以及国际贸易理论方面的研究工作，曾在 *China Economic Review*、*Pacific Economic Review*、《经济研究》、《世界经济》等刊物发表论文十多篇。



前 言

最近三十多年，经济学经历着一场博弈论革命。1994 年度的诺贝尔经济学奖授予三位博弈论专家，可以看作是一个标志，而这也更加激发了人们了解博弈论的热情。20 世纪末期以来一个重要社会现象，是世界经济一体化的发展。伴随进行的，是大众传媒中经济术语的一体化。现在，人们对于“零和博弈”、“囚徒困境”、“双赢对局”这些本来博弈论的专门术语，已经耳熟能详。难怪当代“最后一个经济学全才”保罗·萨缪尔森（Paul Samuelson）教授说：“要想在现代社会做一个有文化的人，你必须对博弈论有一个大致了解。”^① 何况，本书的读者如果不是经济学专业的学生，也是对经济学有特别兴趣的文化人。

经典意义上的经济学，以经济主体人的自利行为以及相应的市场反应作为研究的出发点。无论是消费者还是生产者，也无论是竞争形势还是垄断形势，基本上是经济主体人面对市场作出自己的最优决策。形势严峻也好宽松也好，行为的结果是主体人自己决策的结果。

拿同质商品的市场来说吧，像垄断（monopoly）那样没有对手的决策是比较简单的，“计算”生产和供应多少东西到市场上去可以实现最大利润就可以了。

^① 参看：策略思维——商界、政界及日常生活中的策略竞争，（美）迪克西特和奈尔伯夫著，王尔山译，中国人民大学出版社，2002，12，北京。

这时候，所论商品的市场价格由市场的需求和垄断企业的供给共同决定，因此说垄断企业是价格的决定者（price maker）。当然还有另外“一个”价格决定者，那就是市场的需求，但是因为这个市场需求是千千万万消费者的消费意愿和消费能力的总合，所以它已经不再具有人格化的面貌。另一方面，像完全竞争（perfect competition）那样对手很多的情况下的决策也比较简单，因为对手多了，他们的意愿、能力、特别是他们的决策相互汇合，其中也包括相互抵消，结果“全体对手的决策”和市场需求合在一起，呈现可以预见的规律，从而可以把对手们的整体反应归结为主体人面对的“一个”不再具有人格化面貌的市场。因为占有市场份额很小的每个竞争企业，不能影响所论商品的市场价格，所以我们说竞争企业是价格的接受者（price taker）。这时候，给定商品的市场价格，竞争企业要做的，就是“计算”应该生产和供应多少商品到市场上去，才可以实现最大利润。

现代经济活动早已超出上述模式。特别是当主体人不但面对市场而且面对其他作为对手的主体人的时候，主体人决策的后果，要由他自己的决策和他的对手的决策共同决定。前面说了，垄断和完全竞争这两种极端情形的决策，都可以说是“计算型”的决策。最困难和最不确定的竞争，是只有一两个对手的竞争，每一方的市场份额都很大，每一个主体人的行为后果，受对手的行为的影响都很大。这种竞争，是相当人格化的竞争。每个主体人的行为，对对手的利益影响很大，每个主体人的利益，又受到对手的行为的很大影响。博弈论（game theory）就是研究利益关联（包括利益冲突）的主体人的对局的理论，是分析人们在博弈中的理性行为的理论，是讨论人们在博弈的交互作用中如何决策的理论。

体现博弈论思想的学术讨论，至少可以追溯到两百多年以前，例如经济学里面大家熟悉的古诺（Augustin Cournot）模型。人类活动中的博弈论思想，则可以追溯到古远的年代，例如“田忌赛马”。以1943年冯·诺意曼（John von Neumann）和摩根斯滕（Oskar Morgenstern）的巨著《博弈论与经济行为》（*Theory of Games and Economic Behavior*）在美国普林斯顿大学出版社出版为标志，博弈论“正式”成为一门学科，迄今也已经有大半个世纪的历史。

半个世纪以来，博弈论有重大的发展，博弈论的应用引起广泛注意，这其中，纳什（John Nash, Jr.）、谢林（Thomas Schelling）、哈萨尼（John C. Harsanyi）、泽尔滕（Reinhard Selten）和夏普利（Lloyd Shapley）等学者做出了巨大的贡献。随着学科的发展和成熟，20世纪50年代至80年代冷战时期的国际关系讨论，20世纪70年代和80年代的进化生物学研究，20世纪80年代和90年代的政治科学研究，更不必说无休无止的劳资角力和贸易谈判了，都非

常倚重于博弈论的思想、概念和方法。在经济学内部，博弈论带来了全新的视角、全新的理念和全新的方法，以至于依博弈论思想和方法改写经济学和经济学各学科，一时成为潮流。

但是一直到最近，作为一门学科系统地学习博弈论，还不是一件容易的事情。事实上目前在我国，许多最好的大学，也只在经济学研究生层次开设博弈论的必修或者选修课程。最近一二十年，已经有数以十计的博弈论课本出现，可是与此成为对照的却是，博弈论迟迟未能进入大学本科教学。这其中的原因，一是专门的课本以专门的学生为对象，取向比较狭窄，要求相当程度的专业预备知识，二是数学基础要求比较高，除了微积分的熟练运用以外，还要求熟练掌握以贝叶斯公式为核心的概率论知识。

前些年，出于向报纸读者普及一些博弈论知识的考虑，我编写了《博弈论平话》在中国经济出版社出版，《博弈论平话》通过比较浅显的例子和故事，介绍博弈论的一些知识和方法，阐发博弈论的一些思想和观念。这一尝试获得出乎意料的成功。在大学，有些院校甚至指定《博弈论平话》为经济管理类学生的必读或选读书目。能够顺应潮流做一些力所能及的工作，固然感觉安慰，同时也萌生不安：《博弈论平话》这样的普及读物，对于经济管理类大学生来说，实在是满足不了他们旺盛的求知欲望。安慰，是因专业外的成功感觉安慰，不安，是因愧对专业内的渴望而不安。出于这种不安，几年来我都在思考写一本给本科生用的博弈论课本的事情。在此期间，先后有几家出版社表示过请我写这样一本书的意向，只是我自己当时还没有多少把握。

正在思路逐渐形成变得清晰的时候，我读到美国经济学家迪克西特（Avinash Dixit）和斯凯思（Susan Skeath）给本科生写的博弈论教材《策略博弈》（*Games of Strategy*, Norton, New York）。早在1991年再次访问普林斯顿大学的时候，我就曾经因贸易理论的问题向迪克西特教授请教，不久以前，我又因为被吸引而主持迪克西特和奈尔伯夫（Barry J Nalebuff）的博弈论普及著作《策略思维》（*Thinking Strategically*, Norton, New York）的翻译工作。现在读到《策略博弈》，我对于自己已经比较清晰的思路就有了把握。这主要是内容取舍方面的把握。

恰好在这个时候，中国人民大学出版社马学亮先生再次向我约稿，我们就签定了由我主持写作本科生《博弈论教程》（以下简称《教程》）的合同。

迪克西特和斯凯思的《策略博弈》写得非常好。我马上向熟悉的出版社提出建议，购买这本书的中文版权，尽快翻译出版。许多读者曾经因为我的推荐而读迪克西特和奈尔伯夫的《策略思维》，感到那本书写得很好。现在我要说，如果

你真的希望学到一些博弈论知识和方法，真的希望学到博弈论的一些理论，你应该进而学习《策略博弈》。对于《策略思维》，我推荐大家去“读”，对于《策略博弈》，我建议有能力的读者去“学”。“学”与“读”高度相关，但不是一回事。按照我的语用，“学”的要求更高。

已经有了迪克西特和斯凯思的《策略博弈》那么好的课本，为什么我们不是等待它的翻译出版，却还要写我们自己这本《教程》呢？这里，主要的考虑有三：一是我们的取舍与迪克西特和斯凯思有些不同。作为长期从事经济学教育的教师，我对于我们的取舍更有信心。二是倚重案例展开与倚重学科脉络的区别，我们更加向学科脉络倾斜。三是如果迪克西特和斯凯思的《策略博弈》可以比作是大气磅礴的行书，那么我们的《教程》可以看作是中规中矩的宋体。我们还努力增加习题的份量，以便《教程》好用。最后还要指出，迪克西特和斯凯思展开他们的《策略博弈》的文化背景，距离我们比较遥远。遥远不是不好，因为距离常常很美。但是距离也带来一些不方便。比如说，我们总不能预设我们的学生和读者都了解橄榄球比赛的规则、术语和战术。

博弈按照参与人是否同时决策，分为静态博弈和动态博弈，参与人同时决策的博弈称为静态博弈，参与人不是同时决策的博弈称为动态博弈。博弈按照每个参与人是否都知道所有参与人在各种对局下的得失，分为完全信息博弈和不完全信息博弈，每个参与人都知道所有参与人在各种对局下的得失的博弈，称为完全信息博弈，至少有一个参与人不知道其中一个参与人在一种对局下的得失的博弈，称为不完全信息博弈。这是博弈的最基本的分类。因此，标准的博弈论课本，通常包括完全信息静态博弈的讨论，完全信息动态博弈的讨论，不完全信息静态博弈的讨论，和不完全信息动态博弈讨论这样四大部分。

需要在前言中就明确交代的是，我们这个课本并不这样全面展开。我们的材料，多半集中在完全信息静态博弈和完全信息动态博弈的范畴，并不全面。追求内容全面的教师，不宜选用我们的课本作教材。

我们这样取舍，固然出自教学难度的考虑，因为上述完全信息静态博弈、完全信息动态博弈、不完全信息静态博弈和不完全信息动态博弈，一个比一个难，全面的讨论在研究生阶段展开比较合适。但是这并不等于说本科生就一定学不了不完全信息博弈的理论。首先，大家都知道我对于本科生总体素质的高度评价，本科生程度整齐天资聪慧，是我喜欢给本科生上课的重要原因。另一方面，事实上我们中山大学岭南学院一些本科生，博弈论就学得很好。按照我的估计，我们这样学校中等以上的本科生，如果能够花费很大力气，是可以把美国吉本斯教授的《博弈论基础》(*A Primer In Game Theory*, by Robert Gibbons) 这样的教材

学好的，问题是我不想作同样取舍的安排。事实上，我不想走吉本斯教授的《博弈论基础》那样的路。

我赞成陈平原教授的大学理念，大意是：为中材提供规范，给天才预留空间。天才不是课堂教育的结果。我要为中材们写一本难度温和、绝大部分本科生能够不太辛苦地学好的博弈论入门课本。

这样处理，全面性是要承受相当割舍，但是换回来的却是广大学生对博弈论的了解、热爱和兴趣。兴趣和热爱，会使往后进一步的研习事半功倍。

爱因斯坦曾经评说：“现代教学方法如果没有完全扼杀人类神圣的好奇心，就已经可称奇迹。”我同意爱因斯坦对于20世纪初叶开始的世界教育形式化潮流的批评。其实，爱因斯坦时代的人们，在这方面还是比我们幸运得多。想想我们从小学到大学十几年时间在拿不到八九十分就不得安宁的压力或恐惧下成长起来的一代，难道还不足以发人深省？

在数理经济学方面也做出很大贡献的美国大数学家斯梅尔，对于数学的形式主义潮流表现出强烈的叛逆精神。他曾经满怀深情地写道：“我和父母妹妹一家四口住在离弗林特（密歇根州的一个小城市）十英里的乡下地方。从小学到初中，每天我和妹妹步行一英里到一所只有一个房间的学校上课。我至今非常赞赏那所小小的学校：统共只有一位上过一两年大学的女教师，她教九个年级的学生，每个年级都有语文，数学，历史等课程。此外，女教师还兼管借还图书，看门，烧午饭等杂事。尽管这样，我们还是得到了良好的教育。”^①

在我看来，这不仅仅是怀旧的回忆。

爱因斯坦评论的教育已经过去了将近一个世纪，斯梅尔的只有一位女教师的学校，也是60年前的事情。我们现在的教育怎么样了？很值得大家深思。教育形式化的后果，在我们中国可能更加严重。论考试，中国学生往往第一；论后来的研究和创造，我们可没有同样比例的第一。这是大家都看到的事实。唤醒读者对于博弈论的好奇心，激发大学生热爱博弈理论，是我的梦想。为此，我宁愿牺牲内容的全面性。我不愿意我们的学生只是追随理论、方法、例题、练习、复习、考试这样的教学环节，毫无自己的探索。在这个意义上，我宁愿做一个弱勢的教师，做一个有机会站在一旁欣赏学生的探索的教师，像斯梅尔教授童年回忆中那个兼管杂事远非全知但是爱护和激发学生的好奇心的女教师。

本书主要由李杰和我共同编写，王晓刚曾经提供了第九章的部分初稿，欧瑞

^① 参看：经济学家的学问故事，王则柯主编，中信出版社，2003，4，北京。

秋帮助绘制若干插图，蔡泽辉曾经通读全稿，并且提出很好的意见。他们都是我的学生。华南师范大学数学系易建新也参加过初期的讨论。全书交稿以后，出版社委托刚刚从中国人民大学国际经济与贸易专业毕业的刘西同学初读，他也提出一些很好的意见。

我一向感觉与学生和读者交流自己的学问经历和体验，是一件愉快的事情，这次写作也不例外。说到经历和体验，就不免故事色彩。为此需要说明，如果不另外申明，本书文字中出现的“我”，指的就是则柯。事实上，我对全书的内容负责。

不做习题，学不好现代经济学的主干课程。学习微观经济学、宏观经济学、计量经济学是这样，学习博弈论和信息经济学也是这样。本书每章都编有习题，附于各章之后。少数习题在教程正文里面提到，那是出于正文叙述逻辑的需要，就是说做了这些习题，正文的叙述才算完整。不过这样的情况很少，而且正文的这些部分，相对来说重要性会缓和一些。我们的习题还有示范作用，老师和学生都可以仿而自行编制练习，或者是体现自己的心得，或者是作为相互的测试。我们还鼓励学生和读者编写博弈故事。

最后要作一个排版方面的技术性说明。当作为一个式子来书写包含几行的式子的时候，现行编辑软件通常把式子后面的标点符号标在作为一个整体的几行的中位，显得很别扭。有鉴于此，当作为一个式子书写单独成段的不止一行的公式、方程或者算式的时候，我们可能采用省略公式后面的标点符号的处理方式。好在公式后面应该是什么标点符号，上下文已经清晰隐喻，不会带来歧义。

我的电子信箱是 wangzk@lingnan.net 和 Lnszwk@zsu.edu.cn，敬祈读者和专家、特别是各位同学和各位老师惠予指教和批评。

王则柯，识于甲申年初夏



目 录

| | |
|-------------------------|------|
| 第一章 引论 | (1) |
| 1—1 策略博弈, 从故事开始..... | (1) |
| 1—2 博弈三要素和囚徒困境..... | (6) |
| 1—3 “抓钱博弈”..... | (10) |
| 1—4 利益是交易的前提..... | (16) |
| 1—5 博弈的基本分类..... | (28) |
| 习题..... | (32) |
| 第二章 同时决策博弈 | (35) |
| 2—1 二人同时博弈..... | (35) |
| 2—2 博弈三要素和支付矩阵..... | (37) |
| 2—3 优势策略..... | (45) |
| 2—4 优势策略均衡..... | (49) |
| 2—5 相对优势策略和纳什均衡..... | (53) |
| 2—6 相对优势策略划线法..... | (58) |
| 2—7 箭头指向法..... | (61) |
| 2—8 纳什均衡的正式定义..... | (64) |

| | | |
|------------|-------------------|-------|
| 2—9 | “最后归宿”博弈 | (70) |
| 2—10 | 纳什均衡的应用 | (73) |
| 2—11 | 纳什均衡的观察与验证 | (81) |
| 2—12 | 弱劣势策略消去法的讨论 | (84) |
| | 习题 | (86) |
| 第三章 | 混合策略纳什均衡 | (89) |
| 3—1 | 混合策略与期望支付 | (89) |
| 3—2 | 反应函数法 | (97) |
| **3—3 | 高维情形和代数方法 | (103) |
| **3—4 | 纳什定理和奇数定理 | (109) |
| 3—5 | 多重纳什均衡及其甄别 | (122) |
| | 习题 | (143) |
| 第四章 | 序贯决策博弈 | (148) |
| 4—1 | 序贯决策博弈与博弈树 | (148) |
| 4—2 | 策略与行动 | (153) |
| 4—3 | 序贯博弈的纳什均衡 | (155) |
| 4—4 | 倒推法 | (165) |
| 4—5 | 先动优势与后动优势 | (168) |
| 4—6 | 博弈论给自己出难题 | (173) |
| | 习题 | (178) |
| 第五章 | 同时博弈与序贯博弈 | (184) |
| 5—1 | 正规型表示与展开型表示 | (185) |
| 5—2 | 同时决策与序贯决策的混合博弈 | (193) |
| 5—3 | 树型博弈的子博弈 | (199) |
| 5—4 | 子博弈精炼纳什均衡 | (203) |
| 5—5 | 完美博弈的库恩定理 | (209) |
| 5—6 | 连续支付情形的序贯博弈 | (211) |
| **5—7 | 树型博弈与矩阵博弈 | (216) |
| | 习题 | (223) |
| 第六章 | 重复博弈和策略性行动 | (227) |
| 6—1 | 囚徒困境的有限次重复 | (228) |
| 6—2 | 囚徒困境的无限次重复 | (231) |
| 6—3 | 重复次数不确定的情形 | (237) |

| | | |
|------------|------------------|-------|
| 6—4 | 策略性行动的分类 | (240) |
| 6—5 | 承诺及其可信性 | (243) |
| 6—6 | 威胁、允诺及其可信性 | (248) |
| | 习题 | (253) |
| 第七章 | 零和博弈 | (259) |
| 7—1 | 零和博弈与非零和博弈 | (259) |
| 7—2 | 最小最大方法 | (262) |
| 7—3 | 直线交叉法 | (265) |
| **7—4 | 零和博弈的线性规划解法 | (271) |
| **7—5 | 简约的向量符号 | (282) |
| 7—6 | 霍特林模型 | (289) |
| 7—7 | 对抗性排序 | (293) |
| | 习题 | (297) |
| 第八章 | 拍卖 | (302) |
| 8—1 | 拍卖和招标 | (302) |
| 8—2 | 四种主要的拍卖方式 | (308) |
| 8—3 | 完全信息拍卖 | (312) |
| 8—4 | 独立私有价值拍卖 | (318) |
| 8—5 | 卖主角度：期望收益等价原理 | (331) |
| 8—6 | 进一步的讨论 | (337) |
| | 习题 | (348) |
| 第九章 | 讨价还价与联盟博弈 | (352) |
| 9—1 | 讨价还价问题 | (353) |
| 9—2 | 讨价还价问题的纳什解法 | (356) |
| 9—3 | 讨价还价问题解法的要求 | (360) |
| 9—4 | 讨价还价问题的 K-S 解法 | (364) |
| 9—5 | 联盟博弈的核 | (374) |
| 9—6 | 夏普利值 | (385) |
| | 习题 | (395) |
| | 主要参考文献 | (400) |
| | 索引 | (402) |

注意：我们采取前置两颗星星**的方式，标示超出基本要求的内容。



第一章

引 论

这一章，是全书之热身，意在为后面的论述提供一个铺垫。第一节试图向读者提供在没有任何预备知识的条件下体会博弈论力量的一个机会，随后两节以具体的例子说明博弈的矩阵型表示和博弈的展开型表示。第四节专门解说交易利益。看起来，这一节似乎游离于全章之外，但是我们感到，如果不把微观经济学的这个专题说清楚，博弈论和信息经济学的一些重要内容就无法展开。最后在第五节，我们粗略谈谈博弈的基本分类和本教程的取舍。

必须说明，本章初涉的所有重要概念，都将在随后的章节得到准确完整的刻划和展开。

1—1 策略博弈，从故事开始

1981年我在美国普林斯顿大学第一次找到一份大学低年级学生博弈论入门课程的练习题的时候，被练习题的精妙设计所吸引。不仅平常的讲稿和习题喜欢讲一点儿俏皮话，甚至最严肃的考试往往都富于幽默，这是名校和大师的特点。也是在这一年，普林斯顿大学物理学研究生的博士学位候选人资格考试试题的第一面，就写道：“请注视离你最近的那个同学，估计一下他或她的电容量是多少，

如果……”

我被吸引的这道博弈论练习是这样的：

如果给你两个师的兵力，由你来当“司令”，任务是攻克“敌人”占据的一座城市，而敌军的守备力量是三个师，规定双方的兵力只能整师调动。通往城市的道路只有甲乙两条。当你发起攻击的时候，你的兵力超过敌人，你就获胜；你的兵力比敌人的守备兵力少或者相等，你就失败。那么，你将如何制定攻城方案？

你可能要说，“为什么给敌人三个师的兵力而只给我两个师？这太不公平。兵力已经吃亏，居然还要规定兵力相等则敌胜我败，连规则都不公平，完全偏袒敌人。”为此你也许会大为不满，你这个“司令”要来个躺倒不干。

其实，抽掉假象、情报、气象、水文乃至装备、训练、士气等要紧的因素以后，上述练习题表示的模拟“作战”，每一方取胜的概率都是 50%，即谁胜谁负的可能性是一半对一半。你这个司令能否神机妙算，指挥队伍克敌制胜，还得看你的本事。

为什么说取胜的概率是一半对一半呢，这就需要博弈论的分析。

现在，敌人有三个师，布防在甲乙两条通道上。由于必须整师布防，敌人有四种部署方案，即：

- A，三个师都驻守甲方向；
- B，两个师驻守甲方向，一个师驻守乙方向；
- C，一个师驻守甲方向，两个师驻守乙方向；
- D，三个师都驻守乙方向。

同样，你有两个师的攻城部队，可以有三种部署方案，即：

- a，集中全部两个师的兵力从甲方向攻击；
- b，兵分两路，一师从甲方向，另一师从乙方向，同时发起攻击；
- c，集中全部两个师的兵力从乙方向攻击。

如果我们用“+，-”表示我方攻克、敌方失守，用“-，+”表示敌方守住、我方败退，就可以画出交战双方的胜负分析表，如图 1.1。

在上述攻防作业分析表中，每一个格子代表一种对局形势。例如左上角格子代表我取 a 方案敌取 A 方案的对局，第二行第三列的格子代表我取 b 方案敌取 C 方案的对局，等等。

假设你采取 a 方案，那么如果“敌人”采取 A 方案，你的两个师将遇到敌军三个师的抵抗，你要败下阵来，所以是（-，+）；如果“敌人”取 B 方案，你的两个师遇到敌军两个师以逸待劳的抵抗，你也要败下阵来，同样是（-，+）；但是如果“敌人”取 C 方案，你以两个师打“敌人”一个师，你就会以优

敌

| | | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|---|
| 我 | a | - | + | - | + |
| | b | + | - | + | - |
| | c | + | - | - | + |

图 1.1 诺曼底战役攻防作业演练

势兵力获得胜利，结果是（+，-）；同样，如果“敌人”采取 D 方案，你攻在敌军的薄弱点上，你就能长驱直入，轻取城池，结果也是（+，-）。

现在，每个格子里面只有正负号，没有数目字。希望这不会使你感到不安。如果你还是喜欢有数目字，那也容易得很，每个正负号后面都加上同一个数目字就行，同一个 1，同一个 1 944，或者同一个 1 998，同一个 2 004。要紧的只是表达出输赢。这样你就知道，在上述表达中，正负号要紧，具体数目字无所谓。

交战双方的攻防分析表画出来以后，只从+，-的原始分布看，似乎就已经预示双方取胜的机会都一样大（如图 1.2）。但是我们不要急于现在就下结论。我们需要起码的分析和处理，分别考虑站在我方和敌方的立场，哪些方案不可取，从而所有 12 种形式上可能的对局之中，有哪些应该被排除在实际可能性以外。

敌军

| | | A | B | C | D |
|----|---|---|---|---|---|
| 我军 | a | - | + | - | + |
| | b | + | - | + | - |
| | c | + | - | - | + |

图 1.2 攻防作业演练（续）