



普通高等专科学校教育机电类规划教材
机械工业出版社精品教材

工程力学

● 张秉荣 主编



 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等专科学校教育机电类规划教材
机械工业出版社精品教材

工 程 力 学

主 编 张秉荣
副主编 章剑青 傅鹤龄
主 审 王宏伟



机 械 工 业 出 版 社

本书分两篇：理论力学和材料力学。理论力学部分介绍静力学基础、平面力系、空间力系及运动学和动力学。材料力学介绍拉伸与压缩、剪切与挤压、直梁的弯曲、圆轴组合变形的强度计算及材料力学中的几个专题。有※号的章节是为适应不同教学时数设置的选讲内容。每章后均有小结、思考题和习题。

本书特色为：注意精选内容，简化理论推导，联系工程实际，重视应用技能的培养，体现高专高职的教学特色。

本书适合于二、三年制高专、高职工科院校各专业(40~64学时)学生使用。也可供职大、电大、成教、函授院校相关专业学生使用。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/张秉荣主编. —北京：机械工业出版社，

2005.7

普通高等专科学校教育机电类规划教材

ISBN 7-111-16711-2

I. 工... II. 张... III. 工程力学—高等学校：技
术学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 056923 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑：王海峰 王世刚

责任编辑：王海峰 版式设计：冉晓华 责任校对：樊钟英

封面设计：饶 薇 责任印制：陶 湛

北京铭成印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2005 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1092mm $\frac{1}{16}$ ·14 印张·342 千字

定价：20.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话(010)68326294

封面无防伪标均为盗版

前 言

为贯彻落实教育部推出的“高等学校教学质量与教学改革工程”，应机械工业出版社之邀，编者参加高专层次“精品教材”工程，编写了本书。

自 20 世纪 80 年代初，本人联系了一批富有教学经验的力学教师，分别为几家出版社编写了十余种力学教材，所编教材一直使用至今，本书实为这些教材的积累与发展。

为使本教材能适用于二、三年制的高专、高职院校，经广泛调研后，确定本教材的适用学时数为 40~64 学时，书中有※号者可作为教学基本内容，也可作为在教师指导下的自学材料，以使学生对本学科的基本内容有一个比较全面的认识，便于与其他参考资料接轨，且有一个继续提高的基础。

参加本书编写的有：张秉荣、章剑青、傅鹤龄、夏庆章、丁纪平、张焱、张丽。本书由张秉荣任主编，章剑青、傅鹤龄任副主编，王宏伟任主审。

为建成立体化的“精品教材”，在编写本教材的同时，机械工业出版社还邀请傅鹤龄、吴建生主编本教材的学习指导书。与本教材相关的音像制品，电子、网络出版物也将逐步推出。

在此，编者对所有为本立体化“精品教材”做出贡献和提供帮助的同志致以衷心的感谢。

限于编者水平，错漏之处在所难免，恳请读者批评指正。

编 者

目 录

前言 绪论

第一篇 理论力学

第一章 静力学基础	3	第二节 力对轴之矩	51
第一节 力的概念.....	3	第三节 空间任意力系的平衡 方程	52
第二节 力对点之矩.....	7	第四节 重心与形心	55
第三节 力偶的概念及其运算 法则	9	小结	59
第四节 力的平移定理	11	思考题	60
第五节 约束与约束力	12	习题	60
第六节 受力图	14		
小结	16	*第四章 运动学	63
思考题	17	第一节 用解析法研究点与刚体的 运动	63
习题	18	第二节 用几何法研究点与刚体的 运动	72
第二章 平面力系	22	小结	82
第一节 平面力系的简化	22	思考题	83
第二节 平面任意力系的平衡方程 及其应用	24	习题	84
第三节 静定与静不定问题及物体 系统的平衡	28	*第五章 动力学	90
第四节 考虑摩擦时的平衡 问题	33	第一节 质点动力学	90
小结	40	第二节 刚体绕定轴转动动力学 方程	94
思考题	41	第三节 质点系的动静法	97
习题	42	第四节 动力学普遍定理	100
第三章 空间力系	48	第五节 动能定理(能量法)	106
第一节 力在空间直角坐标轴上的 投影	48	小结	115
		思考题	115
		习题	115

第二篇 材料力学

第六章 拉伸(压缩)、剪切与挤压的

强度计算 121

- 第一节 轴向拉伸与压缩的概念、截面法、轴力与轴力图 121
- 第二节 拉、压杆横截面上的应力、应变及胡克定理 123
- 第三节 材料在拉压时的力学性能 127
- 第四节 拉压杆的强度计算与拉压静不定问题 131
- 第五节 剪切与挤压 135
- 小结 139
- 思考题 140
- 习题 140

第七章 扭转与弯曲的强度计算 144

- 第一节 圆轴扭转时的内力、应力和强度计算 144
- 第二节 圆轴扭转时的变形与刚度计算 149
- 第三节 弯曲内力 151
- 第四节 梁弯曲时的强度计算 159
- 第五节 梁的刚度计算 164
- 第六节 提高梁的强度和刚度的措施 169
- 小结 170
- 思考题 171

习题 173

第八章 组合变形的强度计算 179

- 第一节 拉压与弯曲组合变形的强度计算 179
- 第二节 弯曲与扭转组合变形的强度计算 182
- 小结 184
- 思考题 185
- 习题 186

*第九章 材料力学中几个专题的

简介 188

- 第一节 动载荷 188
- 第二节 冲击载荷 189
- 第三节 交变应力 191
- 第四节 压杆稳定 196
- 小结 202
- 思考题 203
- 习题 204

附录 206

- 附录 A 工程力学综合练习 206
- 附录 B 型钢表 208

参考文献 216

绪 论

一、工程力学研究的内容

工程力学是一门应用范围极其广泛的技术基础课程，它包含了传统学科中理论力学与材料力学两门学科中的主要内容。

理论力学是研究物体机械运动一般规律的基础学科，讨论机器与结构的运动情况及其受力分析，是工程分析与设计的起点。

材料力学则是研究构件承载能力的一门学科。

由以上内容可见，工程力学乃是认识与分析工程技术问题的一项必备的基础知识与研究工具。

二、工程力学的学习方法

韩愈云：学问之道无他，唯“放心”而已。“放心”一词意即全身心地投入。此乃做学问的总纲。下面择其要者，分述如下：

1. 联系实际

工程力学来源于人类长期的生活实践、生产实践与科学实验，并且广泛应用于各类工程实践中。因此，在实践中学习工程力学是一个重要的学习方法。

广泛联系与分析生活及生产中的各种力学现象，是培养未来的工程技术人员对工程力学发生兴趣的一条重要途径。而对工程力学的兴趣乃是身心投入的一个重要起点。联系实际还是从获得理论知识到养成分析与解决问题能力之间的一座桥梁。初学工程力学的人的通病就是感到“理论好懂，习题难解”，这就是缺少各种实践的过程(包括大量的课内外练习)，没有完成理论到能力之间转化的一种反映。

2. 善于总结

将书读薄是做学问的一种基本方法，读一本书后要将其总结成一、两页材料，唯其如此，才能抓住一个章节、一本书、一门学科的精髓。才能融会贯通，才能真正成为你自己的知识。

理论要总结，解题的方法与技巧也要总结。本书例题中常有一题多解和多题一解的现象，其目的就是在于传授方法，培养举一反三的能力。

3. 勤于交流

相互交流是获取知识的一种重要手段，课堂教学、习题讨论、课件利用直至网上交流，经常表述自己的观点，不断纠正自己的错误理念，从而使自己的综合素质得到提高。

第一篇 理论力学

理论力学是研究物体机械运动一般规律的一门科学。

运动是物质的存在形式，是物质的固有属性，它包括了宇宙中发生的一切变化与过程。因此，物质的运动形式是多种多样的，从简单的位置变化到各种物理现象、化学现象，直至人的思维与人们的社会活动。对于物质运动各种形式的研究，分别形成了各种学科。

理论力学所研究的机械运动则是指物体在空间的位置随时间的变化，如日月运行、车船行驶、机器运转、河水流动及物体的平衡等。所谓物体的平衡，一般是指物体相对于地面静止或作匀速直线运动。

机械运动不仅广泛地出现在我们的周围，存在于人类的一切劳动生产过程中，也普遍存在于研究其他运动形式的各门学科中。因此，研究机械运动，不仅可以解释周围许多现象，为研究其他学科提供条件，更重要的还在于它是现代工程技术的重要理论基础，是解决工程技术问题的重要手段之一。

理论力学的内容通常包括以下三个部分：

- 1) 静力学：研究物体在受力作用下的平衡规律。
- 2) 运动学：从几何角度来研究机械的运动规律。
- 3) 动力学：研究作用于物体上的力与物体机械运动变化之间关系。

理论力学的研究对象称为刚体与质点。撇开物体受力时的变形而获得刚体的概念，不计物体的尺寸而得到质点的概念，这些理想化的力学模型都是将事物抽象化的结果。

理论力学是一门理论性较强，在工程技术领域中有着广泛应用的技术基础课，它是近代工程技术的重要基础之一。同时，它又为工科院校中一系列后继课程提供必要的基础知识。

理论力学的分析和研究方法在科学研究中有一定的典型性。通过对本课程的学习，有助于培养辩证唯物主义的世界观，有助于提高分析和解决实际问题的能力，为今后从事生产实践、科学研究打下良好的基础。

第一章 静力学基础

静力学是研究物体在力系作用下平衡规律的一门科学。力系是指作用于同一物体上的一组力。物体处于平衡状态时，作用于该物体上的力系称为平衡力系。

静力学研究的主要内容之一就是建立力系的平衡条件，并借此对物体进行受力分析。静力学建立力系平衡条件的主要方法是力系的简化。所谓力系的简化就是用简单的力系代替复杂的力系，当然，这种代替必须在两力系对物体的作用效应完全相同的条件下进行。对同一物体作用效应相同的两力系，彼此称为等效力系。若一个力与一个力系等效，则称此力为该力系的合力。

综上所述，静力学将研究的主要问题是：

- 1) 力系的简化。
- 2) 建立物体在各种力系作用下的平衡条件。

本章则主要介绍力的基本概念及其运算以及物体受力图的绘制。

第一节 力的概念

一、力的概念

力的概念产生于人类的生活及所从事的生产劳动之中。当人们用手握、拉、掷及举起物体时，由于肌肉紧张而感受到力的作用，这种作用广泛存在于人与物及物与物之间。例如，奔腾的水流能推动水轮机旋转，锤子的敲打会使烧红的铁块变形等等。可见，力作用于物体将产生两种效果：一种是使物体机械运动状态发生变化，称为力的外效应；另一种是使物体产生变形，称为力的内效应。理论力学研究对象的模型为刚体，故不涉及力的内效应。

综上所述，在静力学的范畴内，力可定义为：力是物体间的相互作用，这种作用将引起物体的机械运动状态发生变化。

1. 力的三要素

实践证明，力对物体的作用效应，是由力的大小、方向和作用点的位置所决定的，这三个因素称为力的三要素。例如，用扳手拧螺母时，作用在扳手上的力，因大小不同，或方向不同，或作用点不同，它们产生的效果就不一样(见图 1-1)。

2. 力的单位

本书采用国际单位制(SI)计量单位，力的单位用 N(牛[顿])或 kN(千牛[顿])表示。

3. 力的矢量表示与力的投影

力是矢量，图示时，常用一个带箭头的线段表示(见图 1-1)，线段长度 AB 按一定比例代表力的大小，线段的方位和箭头表示力的方向，其起点或终点表示力的作用位置。此线段的延伸称为力的作用线。用黑体字(如 $\boldsymbol{F}$)代表力矢，并以明体字母 F 代表力的大小。

力 $\boldsymbol{F}$ 在坐标轴上的投影定义为：过 $\boldsymbol{F}$ 两端向坐标轴引垂线(见图 1-2)得垂足 a 、 b 和 a' 、 b' 。线段 ab 、 $a'b'$ 分别为 $\boldsymbol{F}$ 在 x 和 y 轴上投影的大小。投影的正负号规定为：从 a 到 b (或 a' 到 b') 的指向与坐标轴的正向进行比较，相同为正，相反为负。 $\boldsymbol{F}$ 在 x 、 y 轴上的投影

分别记作 F_x 与 F_y 。

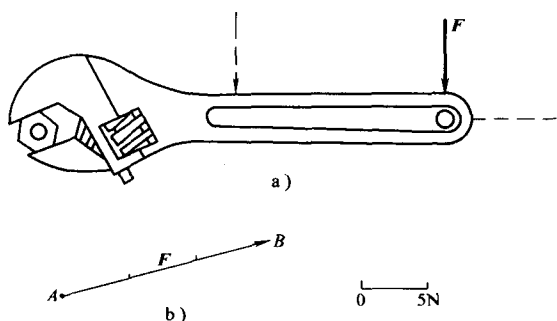


图 1-1 力的表示

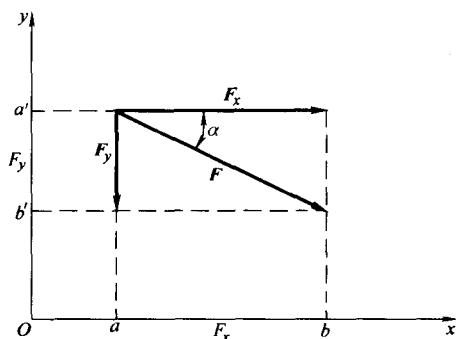


图 1-2 力在坐标轴上的投影

若已知 F 的大小及其与 x 轴所夹的锐角 α ，则有

$$\begin{cases} F_x = F \cos \alpha \\ F_y = -F \sin \alpha \end{cases} \quad (1-1)$$

力的矢量表达式即为

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} \quad (1-2)$$

若已知 F_x 、 F_y ，则可求出 F 的大小及方向，即

$$\begin{cases} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \tan \alpha = |F_y / F_x| \end{cases} \quad (1-3)$$

二、力的性质

性质 1 (两力平衡公理) 作用于同一刚体上的两个力，使刚体处于平衡状态的必要与充分条件是：此两力必须等值、反向、共线。

两力平衡公理是刚体受最简单的力系作用时的平衡条件，如一物体仅受两力作用而平衡，则两力的作用线必定沿此两力作用点的连线，如图 1-3 所示，这类构件常被称为二力构件。

性质 2 (加减平衡力系原理) 在已知力系上，加上或减去任意的平衡力系，不会改变原力系对刚体的作用效应。

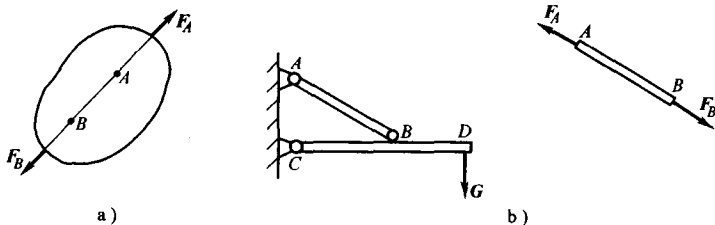


图 1-3 两力构件

推理一 (力的可传性定理) 作用于刚体上的力，可沿其作用线滑移到任何位置而不改变此力对刚体的作用效应。

此推理可证明如下：

1) 设力 F 作用于刚体上 A 点 (见图 1-4a)。

2) 在力 F 的作用线上任选一点 B , 并在 B 点加一组沿 AB 的平衡力 F_1 和 F_2 , 且使 $F_2 = F = -F_1$ (见图 1-4b)。

3) 除去 F 与 F_1 所组成的一对平衡力, 刚体上只剩 F_2 , 显然 $F_2 = F$ (见图 1-4c)。

此原理说明, 力是滑移矢量, 它可以沿其作用线滑移, 但不能无条件地任意移至作用线以外的位置。

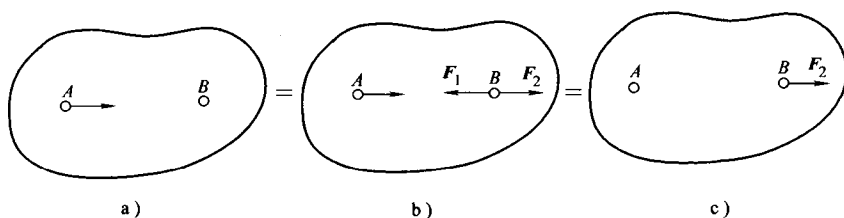


图 1-4 力的可传性原理

必须指出, 力的可传性定理不适用于研究物体的内效应。例如, 一根直杆受一对平衡力 F 、 F' 作用时, 杆件受压, 若将两力互沿作用线移动而易位, 则杆变为受拉, 但拉、压是两种不同的内效应。因此, 当研究物体的内效应时, 力应视为固定矢量。

性质 3 (力的平行四边形规则) 作用于物体上某点两力的合力也作用于该点, 其大小和方向可用此两力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示 (见图 1-5a)。

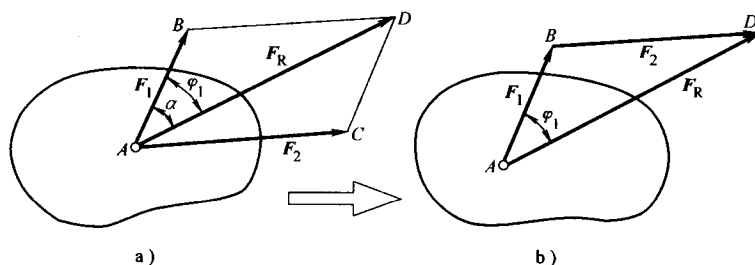


图 1-5 力的平行四边形规则

有时为简便起见, 作图时可省略 AC 与 DC , 直接将 F_2 联在 F_1 的末端, 通过 $\triangle ABD$ 即可求得合力 F_R , 如图 1-5b 所示。此法称为求两汇交力合力的三角形法则。按一定比例作图, 可直接量得合力 F_R 的近似值。

本法则说明, 力的运算可按矢量运算法则进行, 但因力为滑移矢量, 故限制了合力作用线必须通过前两力之汇交点, 其矢量式为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-4)$$

式(1-4)的投影式为

$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} \quad F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} \quad (1-5)$$

若有多个力 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 汇交作用于物体 A 处, 显然其合力 F_R 的矢量式可写为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum \mathbf{F} \quad (1-6)$$

式(1-6)的投影式为

$$\begin{cases} F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum F_x \\ F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum F_y \end{cases} \quad (1-7)$$

式(1-7)即为合力投影定理：力系的合力在某轴上的投影等于力系中各力同轴上投影的代数和。

式(1-6)还可连续使用力的三角形法则来解决：

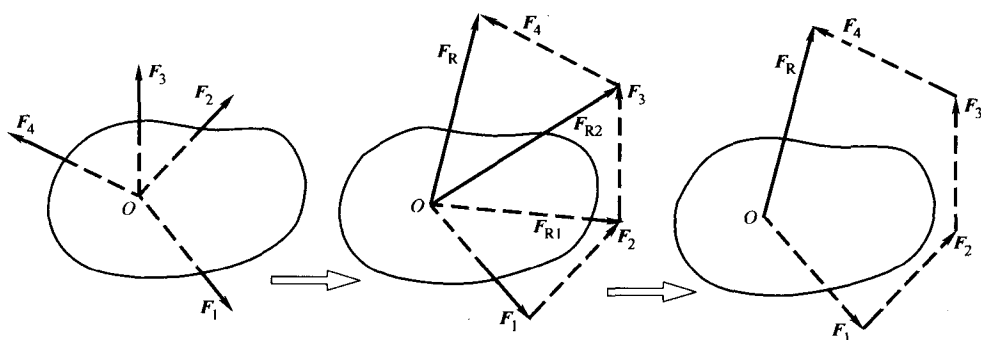


图 1-6 力多边形法则

由图 1-6 可见，为求合力 F_R ，只需将各力 $F_1, F_2, \dots, F_4$ 首尾相接，形成一条折线，最后连其封闭边，从首力 F_1 的始端 O 指向末力 F_4 的终端所形成的矢量即为合力 F_R ，此法称为力多边形法则。上述为两个或多个汇交力合成的几何法。

反之，一个力也可以分解为两个分力，分解也按力的平行四边形法则来进行。显然，由已知力对角线可作无穷多个平行四边形(见图 1-7)，故必须附加一定条件，才可能得到确切的结果。附加条件可能为：

- 1) 规定两个分力的方向。
- 2) 规定其中一个分力的大小和方向等。

例如，在进行直齿圆柱齿轮的受力分析时，常将齿面的法向正压力 F_n 分解为推动齿轮旋转的即沿齿轮分度圆圆周切线方向的分力——圆周力 F_t 与指向轴心的压力——径向力 F_r (见图 1-8)。若已知 F_n 与分度圆圆周切向所形成的压力角为 α ，则

$$F_t = F_n \cos \alpha$$

$$F_r = F_n \sin \alpha$$

性质 4 (作用和反作用定律) 若将两物体相互作用之一称为作用力，则另一个就称为反作用力。两物体间的作用力与反作用力必定等值、反向、共线，且分别同时作用于两个相互作用的物体上。

本公理阐明了力是物体间的相互作用，其中作用与反作用的称呼是相对的，力总是以作用与反作用的形式存在的，且以作用与反作用的方式进行传递。

这里应该注意两力平衡公理与作用与反作用公理之间的

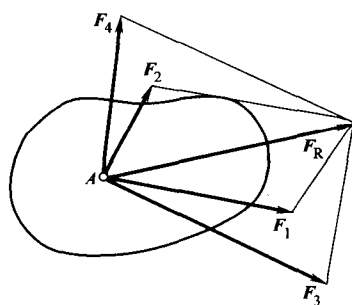


图 1-7 力的分解

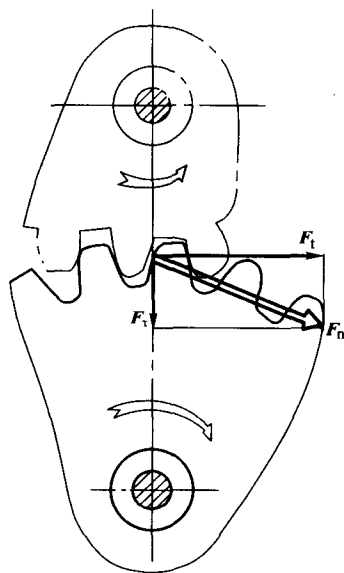


图 1-8 圆柱直齿轮受力分析

区别,前者叙述了作用在同一物体上两个力的平衡条件,后者却是描述两物体间相互作用的关系。

有时我们考察的对象是物系,物系外的物体与物系间的作用力称为外力,而物系内部物体间的相互作用力称为内力。内力总是成对出现且呈等值、反向、共线的特点,所以就物系而言,内力的合力总是为零。因此,内力不会改变物系的运动状态。但内力与外力的划分又与所取物系的范围有关,随着所取对象范围的不同,内力与外力又是可以相互转化的。

第二节 力对点之矩

一、力矩的概念

当用扳手拧紧螺母时(见图 1-9),若作用力为 F ,转动中心 O (称为矩心)到力作用线的垂直距离为 d (称为力臂),由经验可知,扳动螺母的转动效应不仅与力 F 的大小和方向有关,且与力臂 d 的大小有关,故力 F 对物体转动效应的大小可用两者的乘积 Fd 来度量。当然,若力 F 对物体的转动方向不同,其效果也不相同。表示力使物体绕某点转动效应的量称为力对点之矩(简称力矩)。

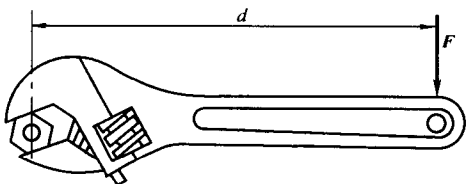


图 1-9 力对点之矩

由大量实例可归纳出力对点之矩的定义:

力对点之矩为一代数量,它的大小为力 F 的大小与力臂 d 的乘积,它的正负号表示力矩在平面上的转向。

一般规定,力使物体绕矩心逆时针旋转为正,顺时针为负。并记作

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1-8)$$

由力矩的定义和式(1-8)可知:

- 1) 当力的作用线通过矩心时,力臂值为零,力矩值也必定为零。
- 2) 力沿其作用线滑移时,不会改变力对点之矩的值,因为此时并未改变力、力臂的大小及力矩的转向。

力矩的单位为 $\text{N}\cdot\text{m}$ (牛·米)。

二、合力矩定理

合力矩定理 平面力系的合力对平面上任一点之矩,等于所有各分力对同一点力矩的代数和。

由于合力与原力系对物体的作用等效,故有

$$M_O(F_R) = \sum M_O(F) \quad (1-9)$$

上述合力矩定理不仅适用于平面力系,对于空间力系也都同样成立。

在计算力矩时,有时力臂值未在图上直接标出,计算亦较繁。应用这个定理,可将力沿图上标注尺寸的方向作正交分解,分别计算各分力的力矩,然后相加得出原力对该点之矩。

例 1-1 图1-10 所示圆柱直齿轮的齿面受一啮合角 $\alpha = 20^\circ$ 的法向压力 $F_n = 1\text{kN}$ 的作用,

齿面分度圆直径 $d = 60\text{mm}$ 。试计算力对轴心的力矩。

解 1 根据力对点之矩的定义, 按图 1-10a 有

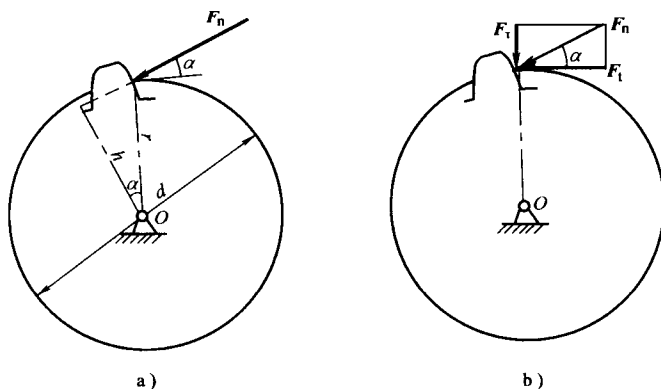


图 1-10 圆柱直齿轮力矩的计算

$$M_O(F_n) = F_n h = F_n \frac{d}{2} \cos \alpha = 28.2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

解 2 将 F_n 沿半径的方向分解成一组正交的圆周力 $F_t = F_n \cos \alpha$ 与径向力 $F_r = F_n \sin \alpha$ (见图 1-10b), 按合力矩定理有

$$M_O(F_n) = M_O(F_t) + M_O(F_r) = F_t r + 0 = 28.2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

例 1-2 一轮在轮轴处受一切向力 F 的作用, 如图 1-11 所示。已知 F 、 R 、 r 和 α 。试求此力对轮与地面接触点 A 的力矩。

解 由于力 F 对矩心 A 的力臂未标明且不易求出, 故将 F 在 B 点分解为正交的 F_x 和 F_y , 再应用合力矩定理, 有

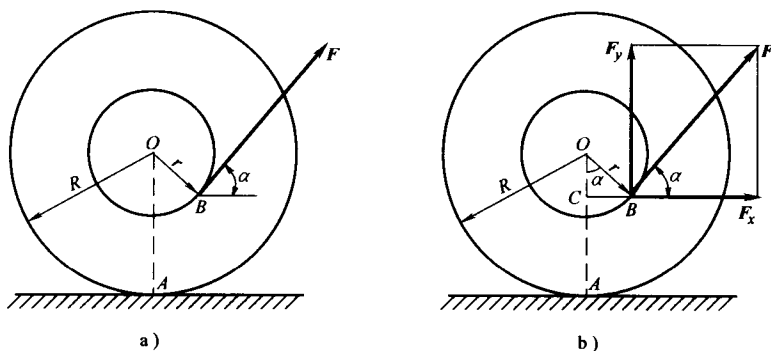


图 1-11 轮轴力矩

$$M_A(F) = M_A(F_x) + M_A(F_y)$$

$$M_A(F_x) = -F_x CA = -F_x(OA - OC) = -F \cos \alpha (R - r \cos \alpha)$$

$$M_A(F_y) = F_y CB = Fr \sin^2 \alpha$$

$$M_A(F) = -F \cos \alpha (R - r \cos \alpha) + Fr \sin^2 \alpha = F(r - R \cos \alpha)$$

第三节 力偶的概念及其运算法则

一、力偶的定义

在日常生活及生产实践中,常见到物体受一对大小相等、方向相反但不在同一作用线上的平行力作用,如图 1-12 所示的汽车转向盘及拧水龙头等实例。

一对等值、反向、不共线的平行力组成的力系称为力偶,此二力之间的距离称为力偶臂。由以上实例可知,力偶对物体作用的外效应是使物体单纯地产生转动运动的变化。

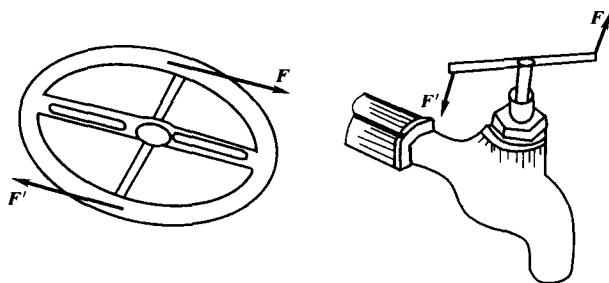


图 1-12 力偶实例

二、力偶的三要素

由实例可知,在力偶的作用面内,力偶对物体的转动效应,取决于组成力偶两反向平行力的大小 F 、力偶臂 d 的大小以及力偶的转向。

在力学上,以 F 与 d 的乘积冠以适当的正负号作为量度力偶在其作用面内对物体转动效应的物理量,称为力偶矩,并记作 $M(F, F')$ 或 M , 即

$$M(F, F') = M = \pm Fd \quad (1-10)$$

一般规定,逆时针转动的力偶取正值,顺时针取负值。

力偶矩的单位为 $\text{N}\cdot\text{m}$ 或 $\text{N}\cdot\text{mm}$ 。

力偶对物体的转动效应取决于下列三要素:

- 1) 力偶矩的大小。
- 2) 力偶的转向。
- 3) 力偶的作用面——它的方位表征作用面在空间的位置及旋转轴的方向;作用面方位由垂直于作用面的垂线指向来表征。凡空间相互平行的平面,它们的方位均相同。

凡三要素相同的力偶则彼此等效,即它们可以相互置换。

三、力偶的性质

性质 1 力偶对其作用面内任意点的力矩恒等于此力偶的力偶矩,而与矩心的位置无关。

证明:设在刚体某平面上 A 、 B 两点作用一力偶 $M = Fd$, 现求此力偶对任意点 O 的力矩,取 x 表示 O 点到 F 之垂直距离,按力矩定义, F 与 F' 对 O 点的力矩和为

$$M_O(F) + M_O(F') = Fx - F(x - d) = Fd$$

即

$$M_O(F) + M_O(F') = M(F, F')$$

故不论点选于何处, 力偶对该点之矩永远等于它的力偶矩, 而与力偶对矩心的相对位置无关。

性质 2 力偶在任意坐标轴上的投影之和为零 (见图 1-13), 故力偶无合力, 一个力偶既不能与一个力等效, 也不能用一个力来平衡。

由于性质 1、2 的存在, 对力偶可作如下处理:

1) 力偶在它的作用面内, 可任意转移位置。其作用效果和原力偶相同, 即力偶对于刚体上任一点的力偶矩值不因易位而改变。

2) 力偶在不改变力偶矩大小和转向的条件下, 可同时改变力偶中两反向平行力的大小、方向以及力偶臂的大小, 而力偶的作用效应不变。

图 1-14a、b、c 中力偶的作用效应都相同。力偶的力偶臂、力及其方向既然可改变, 就可简明地以一个带箭头的弧线并标出值来表示力偶, 如图 1-14d 所示。

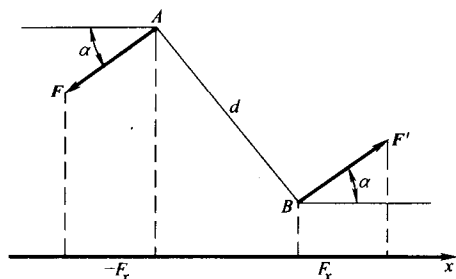


图 1-13 力偶的投影

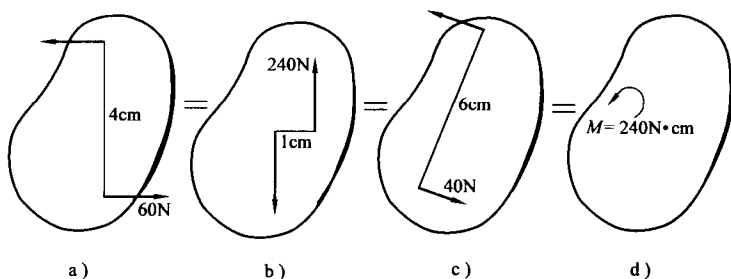


图 1-14 等效力偶

四、平面力偶系的合成

设在刚体某平面上有两个力偶 M_1 和 M_2 的作用, 如图 1-15a 所示, 现求其合成的结果。

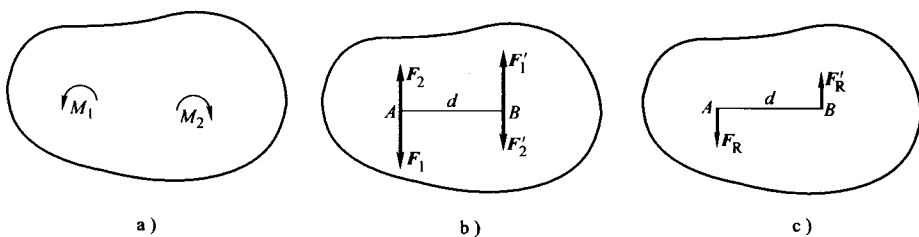


图 1-15 力偶合成

在平面上任取一线段 $AB = d$ 当作公共力偶臂, 并把每一个力偶化为一组作用在两点的反向平行力, 如图 1-15b 所示。根据力偶的等效条件, 有

$$F_1 = M_1/d \quad F_2 = M_2/d$$

于是, A 、 B 两点各得一组共线力系, 其合力各为 F_R 和 F'_R , 如图 1-15c 所示, 且有

$$F_R = F_1 + F_2$$

$$M = F_R d = (F_1 + F_2) d = M_1 + M_2$$

若在刚体上有若干力偶作用, 采用上述方法叠加, 可得合力偶矩为

$$M = M_1 + M_2 + \cdots + M_n = \sum M \quad (1-11)$$

平面力偶系可合成为一合力偶，合力偶矩为各分力偶矩的代数和。

第四节 力的平移定理

图 1-16 描述了力向作用线外一点的平移过程。欲将作用于刚体上 A 点的力 F 平移到平面上任一点 B (见图 1-16a)，则可在 B 点施加一对与 F 等值的平衡力 F' 、 F'' (见图 1-16b)， F' 与 F 平行、等值且同向， F'' 称为平移力，余下 F 与 F'' 为一对等值反向不共线的平行力，组成一个力偶，称为附加力偶，其力偶矩等于原力 F 对 B 点的力矩，即

$$M = M_B(F) = \pm Fd$$

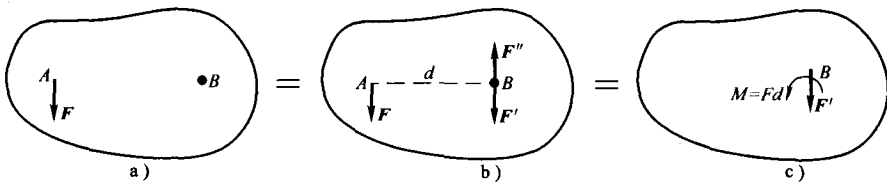


图 1-16 力的平移

于是，作用在 A 点上的力 F ，就与作用于 B 点的平移力 F' 和附加力偶 M 的联合作用等效，如图 1-16 所示。

由此可见：作用在刚体上的力，均可平移到同一刚体内任一点，但同时附加一个力偶，其力偶矩等于原力对该点之矩。此即力的平移定理。

力的平移定理表明了力对绕力作用线外的中心转动的物体有两种作用，一是平移力的作用，二是附加力偶对物体产生的旋转作用，如图 1-17 所示。

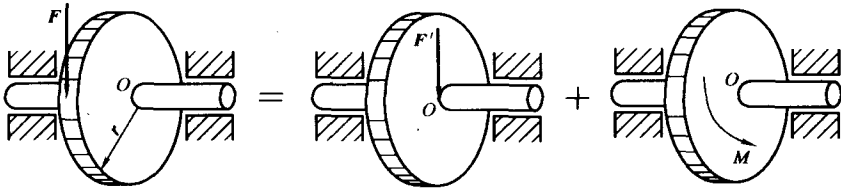


图 1-17 圆周力对轴的两端作用

圆周力 F 作用于转轴的齿轮上，为观察力 F 的作用效应，将力 F 平移至轴心 O 点，则有平移力 F' 作用于轴上，同时有附加力偶 M 使齿轮绕轴旋转。再以削乒乓球为例，分析力 F 对球的作用效应：将力 F 平移至球心，得平移力 F' 与附加力偶 M ，平移力 F' 决定球心的轨迹，而附加力偶则使球产生旋转。

应该指出，力的平移定理的逆定理同样成立，即在刚体上同平面的力 F 和力偶 M 可合成一合力 F_R ，只是合力 F_R 与力 F 的作用位置不同而已。