



MATLAB应用技术

# 小波分析理论与

# MATLAB 7

MATLAB APPLICATION

# 实现

飞思科技产品研发中心 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

畅销书升级

0177  
32

MATLAB应用技术

# 小波分析理论与

# MATLAB 7

MATLAB APPLICATION

# 实现

飞思科技产品研发中心 编著



北方工业大学图书馆



00576687

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书是“MATLAB 应用技术”系列丛书之一，以最新推出的 MATLAB 中的小波分析工具箱 Wavelet Toolbox 3.0 版本为基础。全书共分为三部分，第 1 部分着重介绍了小波理论基础，包括小波基础知识、连续小波变换、离散小波变换、多分辨率分析与正交小波变换、小波变换和多采样滤波器组、二维小波变换与图像处理及小波包的基本原理等；第 2 部分重点说明了小波分析工具箱的详细使用方法，包括图形用户接口、小波通用函数、一维小波变换的 MATLAB 实现、二维小波变换的 MATLAB 实现、小波包变换的 MATLAB 实现、信号和图像的降噪和压缩，以及最新的信号和图像的提升小波变换等内容；第 3 部分主要介绍了小波工具箱的应用基础，以及小波变换在语音和生物医学信号处理中、故障诊断中、数字水印中的应用方法。

本书可作为理工科各专业的高年级本科生、研究生学习小波分析的辅助教材，也可作为研究和应用这一领域的科技工作者的参考书。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书的部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

小波分析理论与 MATLAB 7 实现 / 飞思科技产品研发中心编著. —北京: 电子工业出版社, 2005.3  
(MATLAB 应用技术)

ISBN 7-121-00933-1

I.小... II.飞... III.①小波分析—理论②小波分析—计算机辅助计算—软件包, MATLAB 7 IV.O177

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 010430 号

责任编辑: 郭 晶 孙伟娟

印 刷: 北京智力达印刷有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京海淀区万寿路 173 信箱 邮编: 100036

经 销: 各地新华书店

开 本: 787×1092 1/16 印张: 30.25 字数: 774.4 千字

印 次: 2005 年 3 月第 1 次印刷

印 数: 5000 册 定价: 43.00 元

凡购买电子工业出版社的图书，如有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系电话：010-68279077。质量投诉请发邮件至 zltts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

# 出版说明

MATLAB 是当今最优秀的科技应用软件之一，它以强大的科学计算与可视化功能、简单易用、开放式可扩展环境，特别是所附带的 30 多种面向不同领域的工具箱支持，使得它在许多科学领域中成为计算机辅助设计和分析、算法研究和应用开发的基本工具和首选平台。

MATLAB 具有其他高级语言难以比拟的一些优点，如编写简单、编程效率高、易学易懂等，因此 MATLAB 语言也被通俗地称为演算纸式科学算法语言。在控制、通信、信号处理及科学计算等领域中，MATLAB 都被广泛地应用，已经被认可为能够有效提高工作效率、改善设计手段的工具软件，掌握了 MATLAB 就好比掌握了开启这些专业领域大门的钥匙。

MATLAB 是从事众多工业、科研领域的必备工具。无论是在校学生，还是已经参加工作的工程技术人员和科研人员，都非常渴望快速学习 MATLAB 并熟练运用它来解决各种科学问题、工程问题。非常遗憾的是，目前市场上很难找到一套能够从入门到精通快速掌握该软件的最新学习资料，致使使用者在学习过程中遇到了实际问题而难以解决。虽然 MATLAB 软件本身具有一定的帮助功能，但是它们阅读起来并不方便，而且某些重要的概念没有给予详细的解释和说明，应用举例也偏少，使用者难以快速掌握它。

这套丛书的推出，将在 MATLAB 新版本软件 and 使用者之间架起一座桥梁，让国内的工程技术人员无需花费太多的时间和精力，就能尽快掌握该软件及它的一些新特性和新功能，并通过大量的实例告诉使用者如何解决面临的实际问题。

本套丛书首批将推出 5 种图书，简介如下：

<b>MATLAB 7 基础与提高</b>
全面系统地介绍了 MATLAB 7 这个功能强大的软件。首先详细讲解了 MATLAB 数值运算、符号运算、程序设计初步和基本绘图功能；然后举出了很多应用实例，旨在通过实践操作巩固学习前面所介绍的知识；最后讲述了 MATLAB 的高级部分，包括 GUI 界面设计、Simulink、Notbook、几种常用的工具箱，以及外部程序接口知识等。
<b>小波分析理论与 MATLAB 7 实现</b>
以最新推出的小波分析工具箱 Wavelet Toolbox 3.0 版本为基础。全书共分为三大部分，第 1 部分着重介绍了小波理论基础，包括小波基础知识、连续小波变换、离散小波变换、多分辨率分析与正交小波变换、小波变换和多采样滤波器组、二维小波变换与图像处理及小波包的基本原理等；第 2 部分重点说明了小波分析工具箱的详细使用方法，包括图形用户接口、小波通用函数、一维小波变换的 MATLAB 实现、二维小波变换的 MATLAB 实现、小波包变换的 MATLAB 实现、信号和图像的降噪和压缩，以及最新的信号和图像的提升小波变换等内容；第 3 部分主要介绍了小波工具箱的应用基础，以及小波变换在语音和生物医学信号处理中、故障诊断中、数字水印中的应用方法。

### MATLAB 7 辅助控制系统设计与仿真

通过介绍 MATLAB 7 软件及其控制系统工具箱的使用方法,并结合控制系统的设计流程及实际应用,全面系统地介绍了控制系统设计与仿真的全过程。全书内容由浅入深,以工程应用为背景,从基础知识、建模与分析、设计与仿真流程三个方面对控制系统的设计与仿真进行了深入的说明,同时书中列举大量实例,尽量贴近工程实际,具有很强的代表性。

### MATLAB 7 辅助信号处理技术与应用

系统地介绍了信号与系统基础知识、常用信号变换、离散系统结构、IIR 数字滤波器设计、FIR 数字滤波器设计、平稳信号分析、非平稳信号分析、高斯信号分析及信号处理的 GUI 实现。其中,信号与系统基础知识包括连续信号与模型、离散信号与模型;常用信号变换包括  $z$  变换、Chirp  $z$  变换、FFT 变换、DCT 变换和 Hilbert 变换等;离散系统结构包括 IIR、FIR 和 Lattice 结构;IIR 滤波器设计包括模拟和数字低通、高通、带通与带阻滤波器设计,以及基于冲激响应不变法和双线性  $z$  变换法的 IIR 滤波器设计等;FIR 滤波器设计包括基于窗函数、频率抽样法和切比雪夫逼近法的 FIR 滤波器设计;平稳信号分析包括经典功率谱估计、基于参数模型的功率谱估计和基于非参数模型的功率谱估计;非平稳信号分析包括 STFT 变换、Gabor 展开、Wigner-Ville 分布与 Choi-Williams 分布;非高斯信号分析包括基于非参数法的双谱估计、基于参数模型的双谱估计,以及双谱估计的应用;信号处理的 GUI 实现包括滤波器设计与分析的 FDATool 工具和滤波器设计与信号分析的 SPTool 工具。

### 神经网络理论与 MATLAB 7 实现

以最新推出的神经网络工具箱 4.0.3 版本为基础。本书前两章介绍了 MATLAB 7 和神经网络的基础知识,对神经网络工具箱的重要的函数门类别类地进行了详细介绍,并给出了完整的示例。从第 3 章到第 5 章,分别介绍了几种比较重要的神经网络类型,包括感知器、线性网络和 BP 网络等,介绍了这些网络的结构及学习算法,以及 MATLAB 的实现方法。第 6 章介绍了神经网络的图形用户接口,后 5 章分别讲述了如何利用神经网络工具箱解决控制、故障诊断、预测和有源消声等应用领域中的实际问题。

总之,这套书涵盖了 MATLAB 使用基础、高级编程和重要领域的应用,相信这套丛书的推出,将为 MATLAB 工程技术人员提供最权威最系统的知识参考,帮助他们快速解决学习、科研和工程实际中面临的问题。

我们的联系方式如下:

咨询电话: (010) 68134545 68131648

电子邮件: support@fecit.com.cn

服务网址: <http://www.fecit.com.cn> <http://www.fecit.net>

通用网址: 计算机图书、飞思、飞思教育、飞思科技、FECIT

飞思科技产品研发中心

# 前 言

小波分析是建立在泛函分析、Fourier 分析、样条分析及调和分析基础上的新的分析处理工具。它又被称为多分辨分析，在时域和频域同时具有良好的局部化特性，常被誉为信号分析的“数学显微镜”。近十多年来，小波分析的理论和方法在信号处理、语音分析、模式识别、数据压缩、图像处理、数字水印、量子物理等专业和领域得到了广泛的应用。

MATLAB 是一款强大的工程计算和仿真软件，刚刚发布的 R14 产品族比以往任何版本功能都更加强大，R14 中的小波工具箱 (Wavelet Toolbox 3.0) 也比以前的版本更加强大，它提供了大量可直接调用的函数和命令，并增加了很多新的功能，如提升小波变换等，基本上囊括了目前应用比较成熟的小波分析方法。

使用 MATLAB 软件和小波工具箱，用户只需选择合适的命令和函数，就能实现各种小波分析方法，大大降低了小波理论的使用门槛，是广大学生和工程技术人员的好帮手。

本书从工程应用的角度论述了小波分析的基本理论与算法，跟踪小波应用的发展前沿，详细介绍了小波变换的理论、MATLAB 实现方法和有代表性的工程应用。本书共分为三大部分：

- 第 1 部分：小波理论基础篇。共有 7 章，分别讲述了小波基础知识、连续小波变换、离散小波变换、多分辨率分析与正交小波变换、小波变换和多采样滤波器组、二维小波变换与图像处理及小波包的基本原理等小波理论。
- 第 2 部分：MATLAB 小波分析篇。共有 8 章，分别讲述了小波图形用户接口、小波通用函数、一维小波变换的 MATLAB 实现、二维小波变换的 MATLAB 实现、小波包变换的 MATLAB 实现、信号和图像的降噪和压缩，以及最新的信号和图像的提升小波变换等内容。
- 第 3 部分：小波工程应用篇。共有 4 章，分别讲述了小波工具箱的应用基础、小波变换在语音和生物医学信号处理中的应用、小波变换在故障诊断中的应用，以及小波变换在数字水印中的应用。

全书在介绍了基础理论知识的基础上，全面介绍了小波工具箱里面的主要函数，并以大量的 MATLAB 实例教会读者如何用 MATLAB 实现各种小波变换和处理方法，而对于某些难点和重点则用了较多的实例进行深入的剖析，使读者能够快速建立小波分析的知识框架。第 3 部分讲述了小波具有代表性的工程应用，每个例子都提供了可以直接运行的源代码，并做了详细的解释。

全书图文并茂，深入浅出，可读性强。相信通过本书的学习，读者不仅可以掌握小波分析的基础理论，而且能精通使用 MATLAB 实现小波分析的具体过程，取得“即学即会”、“学以致用”的学习效果，真正做到“事半功倍”。对于广大学习小波技术的学生来说，能在理论学习的同时提高工程实践能力，起到课堂上无法达到的学习效果。

本书由飞思科技产品研发中心策划并组织编写，葛哲学、廖剑利、李浩明等负责全书统稿工作。廖剑利、张建、肖俊同志负责第 1 部分的第 1 章到第 7 章的编写；葛哲学、刘

瑛、邱忠等负责本书第 2 部分的第 8 章到第 15 章及第 3 部分的第 16 章的编写；陈仲生、张丽娜、安卫华负责本书第 17 章和第 18 章的编写，孙志强、杨勇、潘薇负责本书的第 19 章的编写。此外，安莹、孙金华、刘美琴、张珏琼、谢光军、朱国强、郭玉玲、卿慧玲、王勇、葛诚、胡雷、胡艳、黄朝峰等负责书稿的材料整理和测试工作，并提供了大量的帮助与意见。另外，还有很多同志在本书的编校过程中付出了大量的劳动，在此一并表示衷心的感谢。

本书可以作为信号处理、自动控制、机械电子、机械制造与自动化、电力电气、通信工程等专业领域广大在校本科生和研究生的教学用书，也可以作为广大科研学者、工程技术人员掌握和精通 MATLAB 的自学用书和解决工程实际问题的参考用书。

由于小波理论处于不断的发展中，MATLAB 所涉及的知识面极为广泛，加之作者水平有限，所以错误和疏漏之处在所难免。在此，诚恳地期望得到各领域专家和广大读者的批评指正。

我们的联系方式如下：

咨询电话：(010) 68134545      68131648

电子邮件：support@fecit.com.cn

服务网址：<http://www.fecit.com.cn>      <http://www.fecit.net>

通用网址：计算机图书、飞思、飞思教育、飞思科技、FECIT

编著者

2005 年 1 月 1 日

# 目 录

## 第 1 部分 小波理论基础篇

第 1 章 基础知识 .....	3
1.1 小波分析的数学基础 .....	3
1.1.1 函数空间与基 .....	3
1.1.2 傅里叶变换 .....	8
1.1.3 时频分析法 .....	10
1.2 MATLAB 7 和小波工具箱 3.0 介绍 .....	17
1.2.1 MATLAB 7 及其新特性 .....	17
1.2.2 小波工具箱 3.0 及其新特性 .....	21
1.3 MATLAB 相关基础知识介绍 .....	22
1.3.1 信号的产生和显示 .....	22
1.3.2 MATLAB 7 的基本图像类型与相互转换 .....	24
第 2 章 连续小波变换 .....	29
2.1 连续小波变换及性质 .....	29
2.1.1 连续小波基函数 .....	29
2.1.2 连续小波变换的定义和性质 .....	33
2.2 几种常用的小波 .....	37
第 3 章 离散小波变换 .....	49
3.1 尺度和位移的离散化方法 .....	49
3.2 小波框架理论 .....	51
3.2.1 框架 .....	51
3.2.2 小波框架 .....	53
3.3 二进小波变换 .....	57
3.3.1 二进小波变换及其逆变换 .....	57
3.3.2 二进小波的性质 .....	58
3.3.3 二进正交小波 .....	60
第 4 章 多分辨率分析与正交小波变换 .....	61
4.1 多分辨率分析 .....	61
4.2 尺度函数和小波函数 .....	65
4.2.1 尺度函数及其空间 .....	66
4.2.2 小波函数及其小波空间 .....	66



4.2.3	尺度函数 $\phi(r)$ 和小波函数 $\psi(r)$ 的性质 .....	67
4.3	二尺度方程及多分辨率滤波器组 .....	69
4.3.1	二尺度差分方程 .....	69
4.3.2	滤波器系数 $h_{0k}$ 和 $h_{1k}$ 的性质 .....	70
4.4	二进正交小波变换的 Mallat 算法 .....	74
4.4.1	Mallat 算法的信号分解过程 .....	74
4.4.2	Mallat 算法的信号重建过程 .....	77
4.4.3	Mallat 算法的频带分解特点 .....	79
<b>第 5 章</b>	<b>小波变换和多采样滤波器组 .....</b>	<b>81</b>
5.1	多采样数字信号处理的一些基本关系 .....	81
5.2	双通道多采样率滤波器组的理想重建条件 .....	85
5.3	正交镜像滤波器与共轭正交滤波器 .....	89
5.3.1	正交镜像对称滤波器组 (Quadrature Mirror Filter Bank, 简称 QMF) .....	89
5.3.2	共轭正交滤波器组 (Conjugate Quadrature Filter Bank, 简称 CQF) .....	90
5.4	双正交滤波器组与双正交小波 .....	94
<b>第 6 章</b>	<b>二维小波变换与图像处理 .....</b>	<b>99</b>
6.1	二维小波变换 .....	99
6.2	二维多分辨率分析及小波子空间分析 .....	102
6.3	图像的多分辨率分解和合成 .....	105
<b>第 7 章</b>	<b>小波包的基本理论 .....</b>	<b>109</b>
7.1	小波包的基本原理 .....	110
7.1.1	小波包的定义 .....	110
7.1.2	小波包的正交性质 .....	112
7.2	小波包的子空间分解 .....	113
7.2.1	小波包的子空间分解过程 .....	113
7.2.2	子空间的频带 .....	115
7.3	小波包的分解与重建 .....	116
7.4	最优小波包基的选择 .....	117

## 第 2 部分 MATLAB 小波分析篇

<b>第 8 章</b>	<b>MATLAB 小波图形用户接口 .....</b>	<b>123</b>
8.1	小波 GUI 的启动和简介 .....	123
8.1.1	小波 GUI 的启动和功能 .....	123

8.1.2	小波 GUI 的基本说明 .....	125
8.2	小波 GUI 中的小波和小波包显示 .....	131
8.2.1	小波信息显示 .....	131
8.2.2	小波包信息显示 .....	133
8.3	小波 GUI 中的信号和图像延拓 .....	134
8.3.1	信号延拓 .....	134
8.3.2	图像延拓 .....	137
8.4	一维小波变换 .....	137
8.4.1	一维连续小波变换 .....	138
8.4.2	一维连续复小波变换 .....	142
8.4.3	一维离散小波变换 .....	143
8.4.4	一维小波包变换 .....	153
8.5	一维小波变换专用工具 .....	160
8.5.1	一维平稳小波降噪 .....	160
8.5.2	一维小波密度估计 .....	163
8.5.3	一维回归估计 .....	165
8.5.4	一维小波系数选取 .....	168
8.5.5	一维 FBM 信号产生 .....	170
8.6	二维小波分析 GUI .....	172
8.6.1	二维小波分解 .....	172
8.6.2	二维小波包分解 .....	179
8.7	二维小波专用工具 .....	180
8.7.1	二维平稳小波降噪 .....	180
8.7.2	二维小波系数选择 .....	181
8.7.3	图像融合 .....	182
<b>第 9 章</b>	<b>小波通用函数和小波函数 .....</b>	<b>185</b>
9.1	小波通用函数 .....	186
9.2	小波函数 .....	218
<b>第 10 章</b>	<b>一维小波变换的 MATLAB 实现 .....</b>	<b>231</b>
10.1	一维连续小波变换 .....	231
10.1.1	一维连续小波变换的函数 .....	231
10.1.2	一维连续小波变换命令行实现方法 .....	234
10.1.3	综合应用实例 .....	236
10.2	一维离散小波分析 .....	238
10.2.1	一维离散小波变换的函数 .....	238
10.2.2	一维离散小波变换命令行实现方法 .....	254
10.3	一维信号延拓 .....	258

10.3.1	延拓函数介绍 .....	258
10.3.2	信号延拓的命令行实现 .....	259
10.4	一维平稳小波变换 .....	261
10.4.1	一维平稳小波变换的函数 .....	261
10.4.2	一维 SWT 的命令行实现方法 .....	264
<b>第 11 章</b>	<b>二维小波变换的 MATLAB 实现 .....</b>	<b>271</b>
11.1	二维离散小波变换 .....	271
11.1.1	二维离散小波函数介绍 .....	271
11.1.2	二维离散小波变换的命令行实现 .....	287
11.1.3	综合应用实例 .....	292
11.2	二维离散平稳小波变换 .....	294
11.2.1	二维离散平稳小波函数介绍 .....	294
11.2.2	二维离散平稳小波变换的命令行实现 .....	298
11.2.3	综合应用实例 .....	304
<b>第 12 章</b>	<b>小波包变换的 MATLAB 实现 .....</b>	<b>307</b>
<b>第 13 章</b>	<b>信号和图像的降噪与压缩 .....</b>	<b>321</b>
13.1	使用小波进行降噪和压缩 .....	321
13.1.1	小波降噪和压缩函数 .....	321
13.1.2	信号的小波降噪 .....	343
13.1.3	信号的小波压缩 .....	346
13.1.4	图像的小波降噪 .....	347
13.1.5	图像的小波压缩 .....	349
13.2	使用小波包进行降噪和压缩 .....	353
13.2.1	小波包降噪和压缩函数 .....	353
13.2.2	信号的小波包降噪 .....	358
13.2.3	信号的小波包压缩 .....	359
13.2.4	图像的小波包降噪 .....	360
13.2.5	图像的小波包压缩 .....	361
<b>第 14 章</b>	<b>信号和图像的提升小波变换 .....</b>	<b>363</b>
14.1	引言 .....	363
14.2	MATLAB 7 的提升小波函数介绍 .....	364
<b>第 15 章</b>	<b>小波工具箱的其他功能 .....</b>	<b>383</b>
15.1	小波工具箱的其他函数 .....	383
15.2	自定义小波基函数的添加 .....	387
15.2.1	准备工作 .....	387
15.2.2	添加一个新小波函数 .....	389

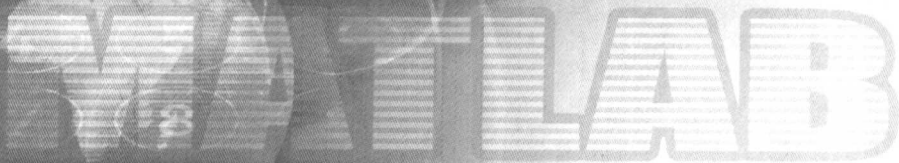
15.2.3 添加新小波函数之后 .....	389
15.3 面向对象的设计 .....	390

### 第3部分 小波工程应用篇

第16章 小波工具箱的应用基础 .....	395
16.1 一维小波分析的应用 .....	395
16.1.1 小波分解在普通信号分析中的应用 .....	395
16.1.2 小波变换在信号特征检测中的应用 .....	411
16.2 二维小波分析的应用 .....	417
16.2.1 小波分析在图像平滑中的应用 .....	417
16.2.2 小波分析在图像增强中的应用 .....	418
16.2.3 小波分析在图像融合中的应用 .....	420
16.3 小波包分析的应用 .....	422
16.3.1 小波包在信号时频分析中的应用 .....	423
16.3.2 小波包在图像边缘检测中的应用 .....	429
第17章 小波变换在语音和生物医学信号处理中的应用 .....	431
17.1 小波变换在语音信号处理中的应用 .....	431
17.1.1 小波变换在语音增强中的应用 .....	431
17.1.2 小波变换在语音压缩中的应用 .....	433
17.2 小波变换在生物医学信号处理中的应用 .....	435
17.2.1 基于小波变换的ECG信号压缩 .....	435
17.2.2 基于小波变换的EEG信号多分辨率分析 .....	437
第18章 小波变换在故障诊断中的应用 .....	441
18.1 引言 .....	441
18.2 基本原理 .....	442
18.3 小波变换在轴承故障诊断中的应用 .....	444
18.3.1 轴承外环故障诊断 .....	444
18.3.2 轴承滚动体故障诊断 .....	448
18.4 小波变换在齿轮故障诊断中的应用 .....	450
18.5 小波包在轴承故障诊断中的应用 .....	452
18.5.1 轴承外环故障诊断 .....	453
18.5.2 轴承滚动体故障诊断 .....	454
18.6 小波包在转子碰摩故障诊断中的应用 .....	456
18.6.1 尖锐碰摩故障早期检测 .....	456
18.6.2 局部碰摩故障早期检测 .....	459

第 19 章 小波变换在数字水印中的应用 .....	463
19.1 数字水印技术简述 .....	463
19.2 基于小波变换的数字水印的实现 .....	465
19.2.1 基本原理 .....	465
19.2.2 例程分析 .....	467
参考文献 .....	471

# 第 1 部分 小波理论基础篇

The MATLAB logo is displayed in a stylized, blocky font with horizontal lines through the letters. It is positioned at the top of a dark, textured banner that spans across the page.

本书共分为三大部分：小波理论基础篇、MATLAB 小波分析篇和小波工程应用篇。这是第 1 部分，主要讲述小波的理论基础，以帮助掌握小波的各种概念和各种变换方法，对于更为深入的理论，本书没有做介绍，感兴趣的读者可以参考其他相关专业书籍。

本部分主要内容包括：

- 基础知识
- 连续小波变换
- 离散小波变换
- 多分辨率分析与正交小波变换
- 小波变换和多采样滤波器组
- 二维小波变换与图像处理
- 小波包的基本理论



# 第1章 基础知识

本章主要介绍一些基础知识,为后面的小波理论学习和 MATLAB 小波工具箱学习做准备。

本章主要内容:

- 小波分析的数学基础
- MATLAB 7 和小波工具箱 3.0 介绍
- MATLAB 相关基础知识介绍

## 1.1 小波分析的数学基础

小波分析 (Wavelet Analysis) 或多分辨率分析 (Multiresolution Analysis) 是傅里叶分析发展史上里程碑式的进展,近年来在法、美、英等国家成为众多学科共同关注的热点。它被看成是调和分析这一数学领域半个世纪以来工作的结晶,其基础理论知识涉及到泛函分析、傅里叶分析、信号与系统、数字信号处理等诸方面,同时具有理论深刻和应用十分广泛的工程的双重意义。在此书的开头,我们首先将小波变换基本理论介绍给广大读者,基于这种思想,我们尽量避免繁琐的数学证明及推导,采用工程观点及数学概念较为直观地叙述其思想,以揭示小波变换的实质,使读者可以透过复杂的数学公式来窥探小波的精髓。

本节主要内容:

- 函数空间与基
- 傅里叶变换
- 时频分析方法

### 1.1.1 函数空间与基

在这里我们首先简要介绍一下与小波分析有关的泛函分析的基础知识。泛函分析是 20 世纪初发展起来的一个重要数学分支,其中一个非常重要的基本概念就是函数空间。函数空间就是由函数构成的集合。在此,我们给出了集合中最简单最常用的函数空间的定义,并列出了它们的主要性质,然后再给出空间的基和算子的概念。

在本书中,我们将采用如下标准符号:

$Z$  代表整数集,  $R$  代表实数集,  $C$  代表复数集,  $Z_+$  代表正整数集,  $R^n$  代表  $n$  维欧氏

空间,内积为  $\langle x, y \rangle = \int_R x(t) \cdot \overline{y(t)} dt$ ,  $\overline{y}$  为  $y$  的共轭 ( $y$  的共轭也可以写成  $y^*$ )。



# 小波分析理论与 MATLAB 7 实现

## 1. 函数空间

在此, 我们介绍几种常用的函数空间。

### (1) 距离空间

定义: 设  $X$  是任一集合, 如果  $X$  中任意两个元素  $x$  与  $y$ , 都对应一个实数  $\rho(x, y)$ , 而且满足:

①非负性:  $\rho(x, y) \geq 0$ , 当且仅当  $x = y$  时,  $\rho(x, y) = 0$ ;

②对称性:  $\rho(x, y) = \rho(y, x)$ ;

③三角不等式: 对于任意的  $x, y, z \in X$ , 有  $\rho(x, y) \leq \rho(x, z) + \rho(z, y)$ , 则称  $\rho(x, y)$  为  $x$  与  $y$  之间的距离, 而称  $X$  为以  $\rho(x, y)$  为距离的距离空间。

常用的距离空间有如下几种:

①  $n$  维欧氏空间。设  $R^n$  表示  $n$  维向量  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  的全体所构成的集合, 称为  $n$  维欧氏空间, 其中  $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$  都是实数。

对于任意的  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n), y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in R^n$ , 定义

$$\rho(x, y) = \left[ \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1-1)$$

为  $R^n$  空间的距离, 因此, 按照  $\rho(x, y)$ ,  $R^n$  是一个距离空间。

②连续函数空间  $C[a, b]$ 。令:  $C[a, b] = \{x(t) \mid x(t) \text{ 是 } [a, b] \text{ 上的连续函数}\}$ , 则称  $C[a, b]$  为  $[a, b]$  上的连续函数空间, 在  $C[a, b]$  上定义

$$\rho(x, y) = \max |x(t) - y(t)| \quad t \in [a, b]; x, y \in C[a, b] \quad (1-2)$$

可以证明  $\rho(x, y)$  满足距离的三个条件, 故  $C[a, b]$  按照距离  $\rho(x, y)$  是一个距离空间。

③平方可积函数空间。令  $L^2(R) = \left\{ x(t) \mid \int_R |x(t)|^2 dt < \infty \right\}$ , 则称  $L^2(R)$  为平方可积函数空间, 在  $L^2(R)$  上定义

$$\rho(x, y) = \left( \int_R [x(t) - y(t)]^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \quad x, y \in L^2(R) \quad (1-3)$$

则  $L^2(R)$  空间按照上式为一距离空间。

④平方可积离散序列空间  $l^2$ 。令

$$l^2 = \left\{ x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \mid \sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^2 < \infty \right\} \quad (1-4)$$

则称  $l^2$  为平方可积离散序列空间。  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\} \in l^2, y = \{y_1, y_2, \dots, y_n, \dots\} \in l^2$ ,