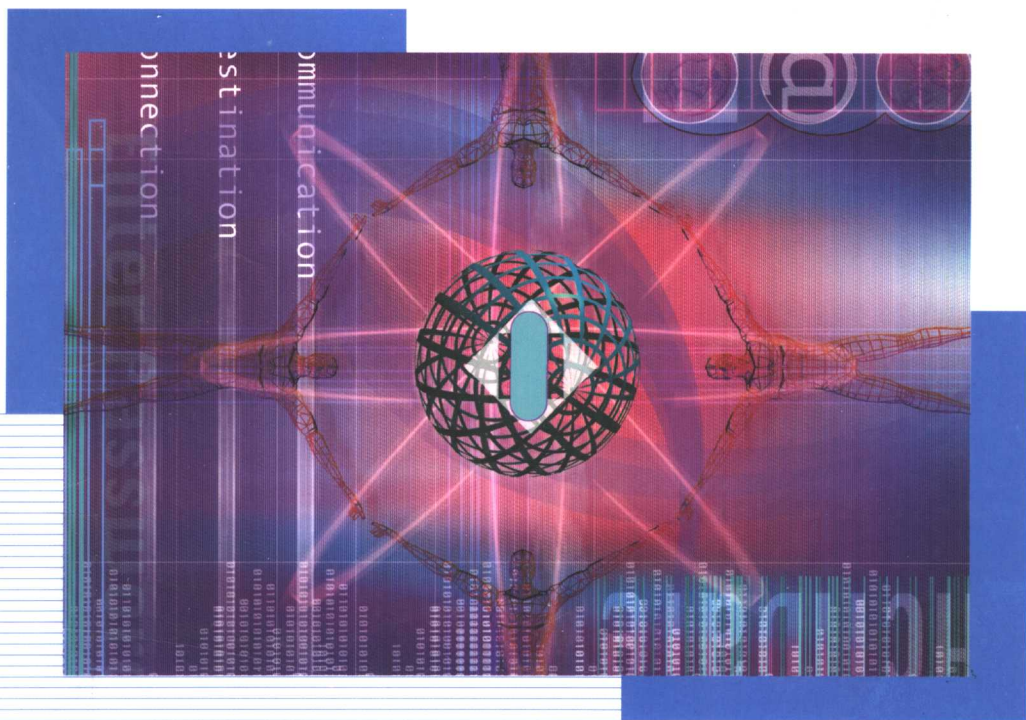





控制科学与工程研究生系列教材

反馈控制系统导论

师黎 孔金生 编著



 科学出版社
www.sciencepress.com

控制科学与工程研究生系列教材

反馈控制系统导论

师 黎 孔金生 编著



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统地介绍了反馈控制系统的理论、方法及其应用。全书共分10章, 主要内容包括: 反馈控制系统分析、系统建模及其不确定性分析、反馈控制系统稳定性分析、校正控制器设计与分析、鲁棒稳定性与鲁棒控制器、时间滞后系统分析与设计、状态空间分析法、定性控制系统分析与设计、模糊控制系统分析与设计、模糊控制系统的非线性分析、模糊辨识和估计与模糊-神经建模等。

本书可以作为高等院校自动化、电气、控制和机电类专业高年级本科生以及控制科学与工程专业、机械工程专业、电子通信专业硕士研究生的教材, 亦可作为从事涉及自动化技术的广大工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

反馈控制系统导论/师黎, 孔金生编著. —北京: 科学出版社, 2005
(控制科学与工程研究生系列教材)

ISBN 7-03-015333-2

I. 反… II. ①师…②孔… III. 反馈控制系统-教材 IV. TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 029431 号

责任编辑: 马长芳 资丽芳 姚庆爽/责任校对: 张怡君

责任印制: 钱玉芬/封面设计: 陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005年6月第一版 开本: B5(720×1000)

2005年6月第一次印刷 印张: 18 1/4

印数: 1—3 000 字数: 352 000

定价: 29.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈环伟〉)

前 言

自动控制是一个充满新奇和挑战的领域，也是一个涉及多学科的科目，它在自动化等相关学科的课程中占据核心地位。

自动控制理论是在生产实际的需要中不断发展起来的。到目前为止，自动控制理论的发展已经历了经典控制理论、现代控制理论和智能控制理论三个阶段。自动控制的应用范围已经扩展到工程领域以外的诸多领域，并获得了巨大的成功。

本书从反馈控制系统分析、系统建模与不确定性分析、反馈控制系统稳定性分析、校正控制器设计与分析、鲁棒稳定性分析与鲁棒控制器设计、时间滞后系统的分析与设计、状态空间分析方法、定性控制系统、模糊控制系统、模糊辨识和估计与模糊-神经建模等诸多方面出发，对反馈控制系统的理论、方法及其应用进行了系统的论述，内容涵盖经典控制理论、现代控制理论和智能控制理论等方面。全书共分 10 章，师黎编写第 1, 5, 9, 10 章；孔金生编写第 1, 4, 6, 8 章；常永英编写第 3, 7 章；郑梁玉编写第 2, 7 章。全书由师黎和孔金生进行统稿。

在本书的编写过程中，我们得到了郑州大学电气工程学院、郑州大学科研处、郑州大学教务处和科学出版社的大力支持。硕士研究生姚丽君、杨岑玉参加了部分内容的编写，并在对全书的录入、编排、仿真、画图、校对等方面做了大量的工作，在此一并表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，书中不足之处，敬请读者批评指正。

作 者

2005 年 1 月于郑州大学

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 反馈控制系统概述	1
1.2 反馈控制系统的特性	3
1.3 反馈控制原理	3
1.3.1 干扰的抑制	4
1.3.2 跟踪	5
1.3.3 对象不确定性的灵敏度	5
1.4 反馈控制系统的性能指标	6
1.4.1 暂态分析	6
1.4.2 稳态分析	10
1.5 Matlab 在控制系统中的应用	11
1.5.1 Matlab 简介	11
1.5.2 Matlab 控制功能介绍	12
1.6 本书的内容和安排	15
习题	15
第 2 章 系统建模及其不确定性分析	20
2.1 系统建模	20
2.1.1 系统的数学模型	20
2.1.2 有限维 LTI 系统模型	21
2.1.3 无限维 LTI 系统的模型	22
2.2 非线性模型的线性化	26
2.2.1 在工作点附近的线性化	26
2.2.2 反馈线性化	27
2.3 建模不确定性	28
2.3.1 动态不确定性的表述	29
2.3.2 参数不确定性转换为动态不确定性	30
2.3.3 来自系统辨识的不确定性	33
习题	33

第 3 章 反馈控制系统稳定性分析	37
3.1 信号和系统的范数	37
3.2 BIBO 稳定性分析	38
3.3 反馈控制系统的稳定性分析	40
3.4 劳斯-赫尔维兹稳定判据	43
3.5 稳定性分析的频域方法	44
3.5.1 Cauchy 定理	45
3.5.2 奈奎斯特稳定判据	45
3.5.3 稳定裕度	49
3.5.4 利用伯德图分析临界稳定状态	51
习题	53
第 4 章 校正控制器设计与分析	56
4.1 校正控制器的设计	56
4.1.1 超前控制器设计	58
4.1.2 滞后控制器设计	62
4.1.3 超前-滞后控制器设计	64
4.2 PID 控制器设计	65
4.3 跟踪和噪声抑制问题	67
4.4 伯德图中增益-相位关系	70
4.5 设计实例	71
习题	75
第 5 章 鲁棒稳定性与鲁棒控制器	79
5.1 未建模动态与对象不确定性	79
5.1.1 未建模动态	79
5.1.2 对象不确定性	81
5.2 鲁棒稳定性	82
5.2.1 鲁棒稳定判据	82
5.2.2 稳定对象的鲁棒稳定性	85
5.3 鲁棒性能指标	86
5.4 参数不确定系统的鲁棒稳定性分析	89
5.4.1 对象中的不确定性参数	89
5.4.2 鲁棒稳定的 Kharitanov 判据	90
5.4.3 Kharitanov 定理的推广	91
5.5 稳定对象的鲁棒控制器设计	93
5.5.1 所有稳定控制器的参数化	93

5.5.2 $Q(s)$ 的设计准则	93
5.6 H^∞ 控制器的设计	99
5.6.1 问题的叙述	99
5.6.2 频谱因式分解	100
5.6.3 最优 H^∞ 控制器	100
5.6.4 次优 H^∞ 控制器	103
习题	105
第 6 章 时间滞后系统的分析与设计	108
6.1 时间滞后系统的分析	108
6.1.1 滞后系统的稳定性	109
6.1.2 滞后的帕德近似	110
6.1.3 滞后裕度	115
6.2 时滞补偿控制系统	119
6.2.1 Smith 预估补偿控制	120
6.2.2 增益自适应补偿控制	121
6.2.3 观测器补偿控制	121
6.2.4 内模控制	122
6.3 大滞后系统的无模型智能控制	129
6.3.1 大滞后 SISO 非线性复杂系统问题	129
6.3.2 无模型智能控制问题	129
6.3.3 大滞后系统的无模型智能控制实现	131
习题	133
第 7 章 状态空间分析方法	135
7.1 状态空间描述法	135
7.2 状态反馈与极点配置	136
7.3 线性二次型调节器	138
7.4 状态观测器	140
7.5 反馈控制器	141
7.5.1 观测器与状态反馈	141
7.5.2 H_2 最佳控制器	142
7.5.3 所有稳定控制器的参数化	143
习题	144
第 8 章 定性控制系统	148
8.1 定性数学基础	148
8.1.1 定性量定义	148

8.1.2 定性量运算	148
8.2 定性控制系统的构成与设计	149
8.2.1 定性控制系统构成	149
8.2.2 定性控制系统分析	149
8.2.3 全状态反馈定性控制系统设计	152
8.3 定性-PID 控制	153
8.3.1 并联型定性-PID 控制	154
8.3.2 切换型定性-PID 控制	155
8.4 含未知扰动情况的定性控制	156
8.5 MIMO 非线性系统的定性控制	160
习题	163
第 9 章 模糊控制系统和非线性分析	164
9.1 引言	164
9.1.1 模糊控制器设计步骤	165
9.1.2 性能评价	166
9.1.3 应用领域	166
9.2 一个示范例子的介绍	167
9.2.1 选择模糊控制器的输入和输出	167
9.2.2 把控制知识融入规则中	168
9.2.3 知识的模糊量化	172
9.2.4 匹配: 决定用哪一条规则	175
9.2.5 推理步骤: 确定结论	178
9.2.6 把结论转换成控制作用	180
9.2.7 模糊决策的图形描述	183
9.3 语言变量、语言值和规则	184
9.3.1 论域	184
9.3.2 语言变量	184
9.3.3 语言值	184
9.3.4 语言规则	185
9.4 模糊集合、模糊规则和模糊推理	186
9.4.1 模糊集合	186
9.4.2 模糊 if-then 规则	191
9.4.3 模糊推理 (近似推理)	192
9.4.4 解模糊	196
9.5 模糊建模 (模糊推理系统)	199

9.5.1 Mamdani 模糊模型	200
9.5.2 Takagi-Sugeno 模糊系统	201
9.5.3 模糊系统是通用近似器	203
9.5.4 Tsukamoto 模糊模型	204
9.5.5 模糊模型的分割形式	205
9.6 模糊系统的非线性分析	205
9.6.1 参数化模糊控制器	206
9.6.2 李雅普诺夫稳定性分析	209
9.6.3 绝对稳定性和圆判据	219
9.6.4 温度控制的例子	222
9.6.5 稳态跟踪误差的分析	224
第 10 章 模糊辨识和估计与模糊-神经建模	228
10.1 模糊辨识和估计的最小二乘算法	228
10.1.1 批量最小二乘算法	228
10.1.2 递推最小二乘算法	231
10.1.3 模糊系统的调整	233
10.1.4 模糊系统的批量最小二乘训练	235
10.1.5 模糊系统的递推最小二乘训练	237
10.2 模糊辨识和估计的梯度法	238
10.2.1 标准模糊系统的训练	238
10.2.2 T-S 模糊系统的训练	241
10.2.3 动量项和步长大小	243
10.2.4 牛顿 (Newton) 和高斯-牛顿 (Gauss-Newton) 方法	244
10.3 自适应网络	247
10.3.1 自适应神经网络的结构	248
10.3.2 反向传播学习规则	251
10.3.3 复合学习规则	254
10.3.4 自适应网络的特例——神经网络	257
10.4 自适应神经-模糊推理系统	260
10.4.1 ANFIS 结构	260
10.4.2 复合学习算法	262
10.4.3 ANFIS 建模实例 1: 气动执行器建模及故障诊断	264
10.4.4 ANFIS 建模实例 2: 混沌时间序列的预测	272
参考文献	275

第 1 章 绪 论

1.1 反馈控制系统概述

在工程、生物科学、商业和经济等诸多领域中,我们都会发现许多反馈的例子。在反馈控制系统中,有一个过程(一个因果关系),这个过程的操作取决于一个或多个变量(即输入),输入会引起一些其他变量的变化。这个过程有控制输入、干扰(或噪声)输入,有可观测的过程输出变量。反馈控制器通过观测输出来获得有关过程状态的信息,然后产生一个新的控制输入使得系统性能按期望变化。由控制器做出的决定是非常重要的,在某些情况下,控制器的决定可能会导致系统的灾难,而不是系统某些性能的改善。这就是为什么反馈控制器的设计(就是决定反馈控制器进行自动调节的规律)是一个重要研究课题的主要原因。

一个典型的反馈控制系统由四部分组成:被控过程、传感器装置、执行器和控制器,如图 1.1 所示。被控过程是实际物理系统,是不能改变的。执行器和检测器是由过程工程师根据物理和经济的要求(就是测量信号的范围和这些装置的性能价格比)来选择的。控制器是针对一个给定的对象(整个系统,它包括被控过程、传感器和执行器)而设计的。

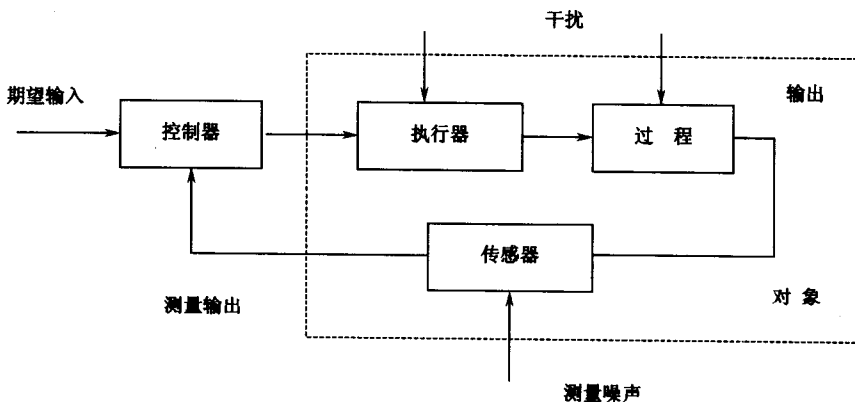


图 1.1 一个典型的反馈控制系统

在工程应用中,控制器通常是一台计算机或用计算机实现具有操作界面的人

工操作站。生物系统可能更复杂;例如,中枢神经网络是人体一个非常复杂的控制器。在商业和经济领域中遇到的反馈控制系统可能涉及成队的人,他们是主要决策者,如管理者、政府官员或政治家等。

对被控过程性能(这就是输入和输出之间的因果关系)的很好理解对设计将要采用的控制规律是非常有帮助的。许多工程系统可以由自然界的物理定律准确描述。因此,与输入-输出关系很复杂的其他学科的数学模型相比较,工程应用中采用的数学模型所含的不确定性较低。

在这本书中,我们将研究一些反馈控制系统的基本问题。着重讨论单输入单输出(SISO)过程,反馈控制的典型应用是在工程中,假设有一个描述基本(一般)过程动态性能的数学模型(建模不确定性也被考虑进去了),反馈控制系统的成功很大程度上依赖于被控过程(或不确定模型),即这个模型是否真实反映了被控过程。因此,控制中的第一步是获得基本过程简单而且相对准确的数学模型。为了

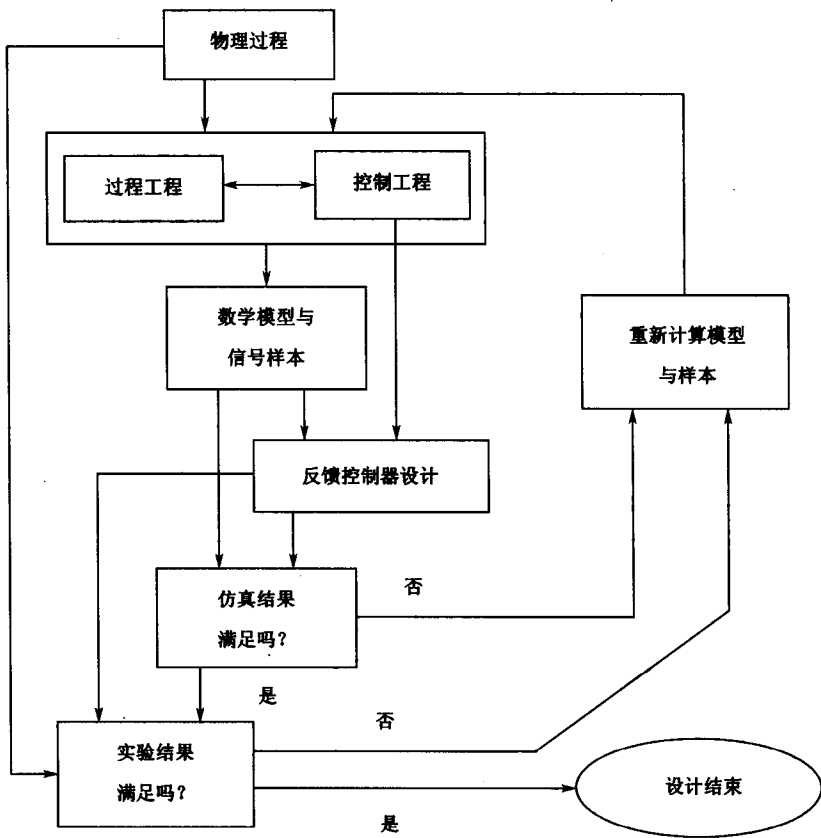


图 1.2 控制器设计过程

达到这个目的,控制工程师必须和熟悉被控过程物理特性的工艺工程师交流。一旦获得了被控过程的数学模型和确定了控制的性能指标,控制工程师就用一定的设计技术去设计反馈控制器。当然,这个控制器必须通过模拟和实验检验其性能指标是否满足。如果所得到的性能指标不满意,那么就on须重新确定过程模型和设计指标,利用新的模型和性能指标设计一个新的控制器,直到获得满意结果为止。控制器的设计过程如图 1.2 所示。

在控制器设计过程中,建模是至关重要的一步,这一步的结果是建立一个标称过程模型和代表我们对标称模型信任程度的不确定描述。通常,不确定量可以减少,就是说通过把标称模型描述(如增加变量和方程的数量)变得更复杂些来增加信任程度,从而减少不确定性。另一方面,对于非常复杂的过程模型的控制器设计与分析是很困难的,这就需要在系统建模中采取折中原则,一个有用的标称过程模型应该是足够简单,这样控制器的设计就切实可行。同时相应的不确定程度应该足够低,这样性能分析(模拟和实验)就会得到令人满意的结果。

1.2 反馈控制系统的特性

反馈控制系统是通过引入反馈来改善控制系统的性能,有趣的是这种情况也常常出现在诸如生物系统和物理系统等各类自然系统中,反馈是这些系统固有的现象。例如,人的心率控制系统就是一个反馈控制系统。

反馈控制系统的特性包括四个方面,控制系统对参数变化的灵敏度、控制系统的瞬态响应的控制、反馈控制系统的抗干扰作用、反馈控制系统的稳态误差。反馈控制系统的价值在于通过设计合适的反馈回路,可以调节系统的瞬态响应,可以使系统的灵敏度以及干扰造成的影响明显地减少,还可以减少系统的稳态误差,使之趋于零。

反馈控制系统由于反馈的引入带来了许多好处,自然地这些好处也需要付出代价。反馈的第一个明显代价是增加了元器件的数量和系统的复杂性,第二个代价是增益的损失,第三个代价是可能带来系统的不稳定,虽然开环系统是稳定的,但相应的闭环系统却可能并不总是稳定的。

1.3 反馈控制原理

使用反馈控制的主要目的是减少“不确定性”的影响。不确定性可以是对象描述中的建模误差(即未知系统),或干扰/噪声(即未知信号)。

首先我们比较开环或闭环控制系统。开环控制和闭环控制形式如图 1.3 所示,其中 $r(t)$ 是参考输入(就是希望的输出), $v(t)$ 是干扰, $y(t)$ 是输出。当 $H =$

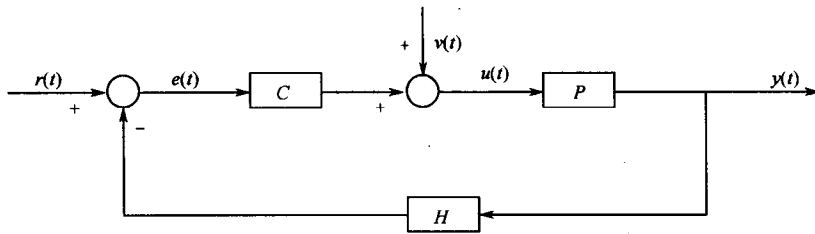


图 1.3 开环与闭环系统
 $H=0$:开环; $H=1$:闭环(反馈起作用)

1, 反馈起作用, $r(t)$ 和 $y(t)$ 比较, 并把差反馈到控制器。注意在反馈控制系统中, 当传感器发生故障(即传感器输出固定在零)时, 系统就变成开环控制, 即 $H=0$ 。

如果系统的频带宽度是无限的(就是对象和控制器是合适的, 但不是严格合适的), 反馈的连接点 $e(t) = r(t) - y(t)$ 可能成为一个数学问题。为弄清这个问题, 考虑简单的情况, 即 $v(t) = 0$, $P(s) = K_p$, $C(s) = -K_p^{-1}$, 此时, $y(t) = -e(t) = y(t) - r(t)$, 对 $r(t) \neq 0$ 它是没有意义的。

另一个例子是下面的情况: 令 $P(s) = \frac{2s}{s+2}$, $C(s) = -0.5$, 那么从 $r(t)$ 到 $e(t)$ 的传递函数是

$$(1 + P(s)C(s))^{-1} = \frac{s+2}{2} \quad (1.1)$$

这个传递函数是不合适的, 即没有结果的, 所以它是物理不可实现的。综上所述, 我们说如果 $P(\infty)C(\infty) \neq -1$, 反馈系统构成是很好的。实际中, 大多数物理动态过程没有无限频带宽, 就是 $P(s)$ 和相应的 $P(s)C(s)$ 是严格合适的。因此, 在这种情况下, 反馈控制系统的构成是很好的。在本书中, 所考虑的反馈系统被假设是很好构成的, 除非另作说明。

在讨论反馈的优点之前, 我们应该注意到, $P(s)$ 可能是稳定的, 但是如果 $C(s)$ 选择得不好, 反馈系统可能会变得不稳定(就是一个有界的参考输入信号 $r(s)$, 或干扰输入 $v(t)$ 可能会引起反馈回路中无界的信号, $u(t)$ 和/或 $y(t)$)。在以下讨论中, 我们假设反馈系统是稳定的。

1.3.1 干扰的抑制

在图 1.3 中, 设 $v(t) \neq 0$, $r(t) \equiv 0$ 。在这种情况下, 输出 $y(t)$ 的幅值应该尽可能小, 这样 $y(t)$ 才会尽可能接近希望的响应 $r(t)$ 。

对于开环控制系统类型, $H=0$, 输出是

$$Y(s) = P(s)(V(s) + C(s)R(s)) \quad (1.2)$$

因为 $R(s) = 0$, 控制器就不会在干扰响应中起作用, 即 $Y(s) = P(s)V(s)$ 。当 $H = 1$ 时, 反馈起作用, 在这种情况下有

$$Y(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)C(s)}(V(s) + C(s)R(s)) \quad (1.3)$$

因此, 由 $v(t)$ 引起的响应是

$$Y(s) = P(s)(1 + P(s)C(s))^{-1}V(s) \quad (1.4)$$

此时系统的闭环响应等于开环响应乘以因数 $(1 + P(s)C(s))^{-1}$ 。为了很好的干扰抑制, 我们需要通过选择一个合适的 $C(s)$ 来减小这个因数。

设 $|V(j\omega)|$ 表示干扰的频域幅值, 为了讨论方便, 假设对 $\omega \in \Omega$, $|V(j\omega)| \neq 0$, 并且对于由 Ω 定义的频域之外的 ω , $|V(j\omega)| \approx 0$ 。

如果设计的控制器满足以下条件:

$$|(1 + P(j\omega)C(j\omega))^{-1}| \ll 1 \quad \forall \omega \in \Omega \quad (1.5)$$

那么, 通过反馈就可以获得对干扰的很好抑制, 式(1.5)的左边是干扰抑制系数。

1.3.2 跟踪

现在考虑当 $r(t) \neq 0$, $v(t) \equiv 0$ 的对偶问题。在这种情况下, 跟踪误差 $e(t) = r(t) - y(t)$ 应该是尽可能的小。在开环回路情况下, 如果 $C(s) = \frac{1}{P(s)}$, 则目标能达到。但是注意如果 $P(s)$ 是严格适合的, 那么 $C(s)$ 就不是合适的, 即非因果的。为了避免出现这种问题, 在 $|R(s)|$ 比较大的复平面区域内, 我们可以用 $C(s) = \frac{1}{P(s)}$ 来近似。但是如果 $P(s)$ 是不稳定的和在右半平面分布的极点有不稳定性, 那么, $\frac{1}{P(s)}$ 就不能准确实现, 跟踪误差是无界的。

在反馈控制系统中, 跟踪误差是

$$E(s) = (1 + P(s)C(s))^{-1}R(s) \quad (1.6)$$

这就是说, 类似于干扰抑制, 设计者应该在 $|R(j\omega)|$ 比较大的复平面区域内, 按 $|(1 + P(j\omega)C(j\omega))^{-1}| \ll 1$ 来选择 $C(s)$ 。

1.3.3 对象不确定性的灵敏度

对于一个由参数 α 决定的函数 F , F 对 α 变化的灵敏度用 S_α^F 表示, 其定义如下:

$$S_\alpha^F = \lim_{\Delta_\alpha \rightarrow 0} \frac{\Delta_F/F}{\Delta_\alpha/\alpha} \Big|_{\alpha=\alpha_0} = \frac{\alpha}{F} \frac{\partial F}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=\alpha_0} \quad (1.7)$$

式中 α_0 是 α 的标称值, Δ_α 、 Δ_F 分别代表 α 、 F 在其标称值 α_0 点的估计值的偏差量。

从参考输入 $r(t)$ 到输出 $y(t)$ 的传递函数是

$$T_{01}(s) = P(s)C(s) \quad (\text{对于开环系统}) \quad (1.8)$$

$$T_{c1}(s) = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)} \quad (\text{对于闭环系统}) \quad (1.9)$$

假设对象存在不确定性,因此对象的模型是 $P = P_0 + \Delta P$ 。那么,上面的传递函数可以写成 $T_{01} = T_{01,0} + \Delta T_{01}$ 和 $T_{c1} = T_{c1,0} + \Delta T_{c1}$,其中 $T_{01,0}$ 和 $T_{c1,0}$ 是当用 P_0 代替 P 时的标称值。

应用式(1.7)的定义, T_{01} 和 T_{c1} 相对 P 变化的灵敏度为

$$S_P^{T_{01}} = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\Delta T_{01} / T_{01,0}}{\Delta P / P_0} = 1 \quad (1.10)$$

$$S_P^{T_{c1}} = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\Delta T_{c1} / T_{c1,0}}{\Delta P / P_0} = \frac{1}{1 + P_0(s)C(s)} \quad (1.11)$$

式(1.10)意味着 T_{01} 变化的百分率等于 P 变化的百分率。式(1.11)说明如果存在一个使 T_{c1} 变化百分率变小的频率范围,那么我们能够按在这个频段范围内使函数 $(1 + P_0(s)C(s))^{-1}$ 有较小幅值的方式来设计控制器。因此,通过应用反馈控制可以使 P 变化的影响减少。显然,通过开环控制就不能取得这样的效果。

式(1.11)中,函数 $(1 + P_0(s)C(s))^{-1}$ 叫做“标称灵敏度函数”,用 $S(s)$ 来表示。在同一函数中用 $P = P_0 + \Delta P$ 代替 P_0 ,我们得到用 $S_\Delta(s)$ 表示的灵敏度函数。由以上分析可知,灵敏度函数起着重要作用。

1.4 反馈控制系统的性能指标

前面我们讨论了反馈控制的基本原理,知道反馈最重要的作用是减少不确定部分的影响。本节中,我们将针对某些特定的跟踪问题,定义和分析反馈控制系统的时域性能指标,讨论中,我们忽略对象的不确定部分和干扰。

1.4.1 暂态分析

在图 1.3 所示的标准反馈控制系统中,假设从 $r(t)$ 到 $y(t)$ 的传递函数如下:

$$T(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad 0 < \zeta < 1 \quad \omega_0 \in \mathbb{R} \quad (1.12)$$

当 $r(t)$ 是单位阶跃函数时,反馈控制系统输出 $y(t)$ 为

$$\dot{Y}(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \frac{1}{s} \quad (1.13)$$

即

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_0 t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \theta) \quad t \geq 0 \quad (1.14)$$

式中 $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}$, $\theta = \arccos(\zeta)$ 。

对于某些类型的 ζ , $y(t)$ 的阶跃响应如图 1.4 所示。因为 $T(0) = 1$, 所以 $y(t)$ 的稳态值是 $y_{ss} = 1$ 。

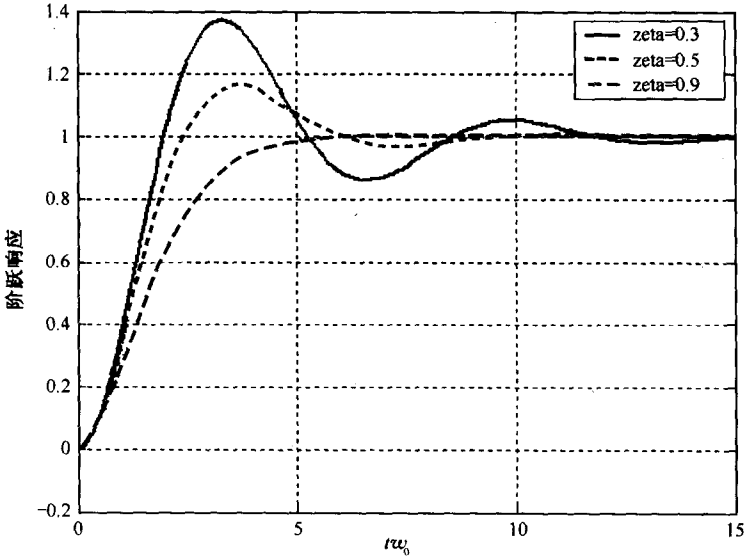


图 1.4 反馈控制系统的阶跃响应

最大超调量的百分比定义为

$$PO = \frac{y_P - y_{ss}}{y_{ss}} \times 100\% \quad (1.15)$$

式中 y_P 是峰值, y_{ss} 为稳态误差。通过计算, 我们可以知道 $y(t)$ 的峰值在 $t_P = \frac{\pi}{\omega_d}$ 时刻出现, 而且

$$PO = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \times 100\% \quad (1.16)$$

图 1.5 给出了 PO 和 ζ 的函数关系。我们希望输出尽快达到稳态值, 且超调量要相对较小。为了有一个小的 PO, ζ 应大些。例如, 如果希望 $PO \leq 10\%$, 那么 ζ 必须大于或等于 0.6。

定义调整时间为响应 $y(t)$ 保持在其终值的 2% 内的最短时间, 即

$$t_s = \min\{t' : |y(t) - y_{ss}| \leq 0.02y_{ss}, \forall t \geq t'\} \quad (1.17)$$

有时我们用 5% 代替 2% 来定义调整时间。从概念上讲, 这些没有意义上的不同。

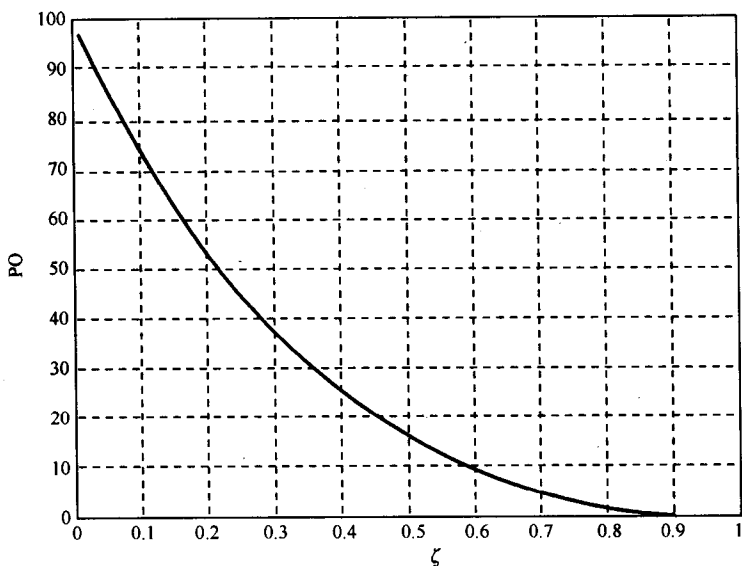


图 1.5 PO 和 ζ 的函数关系

对二阶系统的响应,按 2% 定义调整时间,其调整时间为

$$t_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_0} \quad (1.18)$$

因此,为得到一个快速稳定的响应,应选 $\zeta\omega_0$ 的乘积大些。

$T(s)$ 的极点是

$$r_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (1.19)$$

因此,一旦最大允许调整时间和 PO 确定, $T(s)$ 的极点就应该位于由最小的允许的 ζ 和 $\zeta\omega_0$ 所确定的复平面的某个区域内。

例如,假设希望的 PO 和 t_s 为 $PO \leq 10\%$ 和 $t_s \leq 8s$ 。

针对这些设计要求,我们可以确定闭环系统极点应该分布的复平面的区域,具体方法如下。从 PO 指标得出 $\zeta \geq 0.6$, 等价于 $\theta \leq 53^\circ$ (已知 $\cos(\theta) = \zeta$)。当且仅当 $\text{Re}(r_{1,2}) \leq -0.5$, 调整时间的指标才能满足。因此,希望的闭环极点分布在图 1.6 所示的扇形阴影区域内。

如果闭环传递函数 $T(s)$ 的阶次高于二阶,根据其零点和极点的分布,我们有可能用一个二阶系统的响应来近似其闭环阶跃响应。

例如,考虑如下三阶系统

$$T(s) = \frac{\omega_0^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2)(1 + s/r)} \quad (1.20)$$