21世纪 高等职业教育通用教材

物流运筹学

刘 锋 主编

上海交通大学出版社

21 世纪高等职业教育通用教材

物流运筹学

主编　刘　锋

上 海 交 通 大 学 出 版 社

图书在版编目（CIP）数据

物流运筹学／刘锋主编．—上海：上海交通大学出版社，2005

21世纪高等职业教育通用教材

ISBN 7-313-04033-4

Ⅰ．物．．． Ⅱ．刘．．． Ⅲ．物流－物资管理－高等学校：技术学校－教材 Ⅳ．F252

中国版本图书馆CIP数据核字（2005）第078623号

物流运筹学

刘　锋　主编

上海交通大学出版社出版发行

（上海市番禺路877号　邮政编码：200030）

电话：64071208　出版人：张天蔚

上海美术印刷厂印刷　全国新华书店经销

开本：880mm × 1230mm 1/32　印张：6.5　字数：178千字

2005年8月第1版　2005年8月第1次印刷

印数：1－5050

ISBN7－313－04033－4/F·565 定价：11.00元

21世纪高等职业教育通用教材

编 审 委 员 会

主 任 名 单

序

发展高等职业教育，是实施科教兴国战略、贯彻《高等教育法》与《职业教育法》、实现《中国教育改革与发展纲要》及其《实施意见》所确定的目标和任务的重要环节；也是建立健全职业教育体系、调整高等教育结构的重要举措。

近年来，年轻的高等职业教育以自己鲜明的特色，独树一帜，打破了高等教育界传统大学一统天下的局面，在适应现代社会人才的多样化需求、实施高等教育大众化等方面，做出了重大贡献。从而在世界范围内日益受到重视，得到迅速发展。

我国改革开放不久，从1980年开始，在一些经济发展较快的中心城市就先后开办了一批职业大学。1985年，中共中央、国务院在关于教育体制改革的决定中提出，要建立从初级到高级的职业教育体系，并与普通教育相沟通。1996年《中华人民共和国职业教育法》的颁布，从法律上规定了高等职业教育的地位和作用。目前，我国高等职业教育的发展与改革正面临着很好的形势和机遇：职业大学、高等专科学校和成人高校正在积极发展专科层次的高等职业教育；部分民办高校也在试办高等职业教育；一些本科院校也建立了高等职业技术学院，为发展本科层次的高等职业教育进行探索。国家学位委员会1997年会议决定，设立工程硕士、医疗专业硕士、教育专业硕士等学位，并指出，上述学位与工程学硕士、医学科学硕士、教育学硕士等学位是不同类型的同一层次。这就为培养更高层次的一线岗位人才开了先河。

高等职业教育本身具有鲜明的职业特征，这就要求我们在改革课程体系的基础上，认真研究和改革课程教学内容及教学方法，努力加强教材建设。但迄今为止，符合职业特点和需求的教材却还不多。由泰州职业技术学院、上海第二工业大学、金陵职业大学、扬州职业大学、彭城职业大学、沙洲职业工学院、上海交通高等职业技术学校、上海交通大学技术学院、上海汽车工业总公司职工大学、立信会计高等专科学校、江阴职工大学、江南学院、常州技术师范学院、苏州职业大学、锡山

职业教育中心、上海商业职业技术学院、潍坊学院、上海工程技术大学等百余所院校长期从事高等职业教育、有丰富教学经验的资深教师共同编写的《21世纪高等职业教育通用教材》，将由上海交通大学出版社等陆续向读者朋友推出，这是一件值得庆贺的大好事，在此，我们表示衷心的祝贺。并向参加编写的全体教师表示敬意。

高职教育的教材面广量大，花色品种甚多，是一项浩繁而艰巨的工程，除了高职院校和出版社的继续努力外，还要靠国家教育部和省(市)教委加强领导，并设立高等职业教育教材基金，以资助教材编写工作，促进高职教育的发展和改革。高职教育以培养一线人才岗位与岗位群能力为中心，理论教学与实践训练并重，两者密切结合。我们在这方面的改革实践还不充分。在肯定现已编写的高职教材所取得的成绩的同时，有关学校和教师要结合各校的实际情况和实训计划，加以灵活运用，并随着教学改革的深入，进行必要的充实、修改，使之日臻完善。

阳春三月，莺歌燕舞，百花齐放，愿我国高等职业教育及其教材建设如春天里的花园，群芳争妍，为我国的经济建设和社会发展作出应有的贡献！

叶春生

前　言

运筹学是一门应用科学，它广泛应用现有数学知识和技术，解决现实生活中所提出的各类问题，为科学决策提供科学方法和依据，是决策者实现科学决策的有力工具。

运筹学这门课程不但是许多本科院校管理类专业的专业基础课之一，而且越来越多的高职高专院校、成人院校的物流专业、工程造价专业及其他管理类专业也开设了运筹学课程，运筹学的普及教育受到了高度重视。在这样的形势下，我们深深感到需要有一本能够体现高职教育特点的、切合高职教育实际的运筹学教材，作为尝试我们编写了这一教材，期望能够满足高职高专院校、成人院校运筹学课程教学的需要。

本教材以“讲清概念、注重应用、培养能力”为宗旨，充分体现了“适度、够用”的高职教学原则，同时兼顾了对学生数学建模能力的培养。

本教材具有以下特点：(1)概念叙述准确，原理分析透彻，方法步骤简明；(2)选材精练，文字叙述通俗；(3)淡化逻辑论证，充分体现数学的直观性；(4)充分考虑到了高职高专院校、成人院校学生的数学基础和后续课程的教学需求，较好地处理了运筹学课程教学的前后衔接问题。

本书的第 1 章、第 2 章由杨华执笔，第 3 章、第 5 章和附录由贾学龙执笔，第 4 章由管莉军执笔，第 6 章、第 7 章和前言由刘锋执笔；刘锋还负责教材的总体构思和统稿。

在本书的编写过程中我们得到了许多同事和专家的帮助，也参考了许多同行和专家的著作，在此对一切给予我们支持和帮助的朋友、同事以及参考文献的作者一并表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，书中一定还存在一些疏漏和错误，恳请同行和广大读者批评指正，我们将不胜感激！

编者

目　　录

第 1 章　线性规划

线性规划是运筹学的一个最基本的分支，是科学、工程、管理领域广泛应用的数学模型。它研究的是在一组线性不等式(或等式)组成的约束条件下，某个线性函数的最值问题，也称之为优化问题。简单地说是用最合理的方式、有限的资源达到最满意的效果(一般是花费最小或收益最大)。

1.1　线性规划的数学模型

1.1.1　线性规划问题的实例

例 1.1　原料分配问题：

某工厂生产 A，B 两种产品，生产每吨 A 需要 9 t 煤、4 kW 电和 3 个工作日，生产每吨 B 需要 5 t 煤、5 kW 电和 10 个工作日。已知生产每吨 A，B 分别获利 7×10^3 元和 1.2×10^4 元。由于条件限制，只有 360 t 煤、200 kW 电力和 300 个工作日，请问怎样合理地安排 A，B 的生产计划，才能使厂家获利最大。

解：为了更直观地表示题目中的数学条件，给出表 1.1。

表 1.1

单位需求 产品 资源	A	B	最大限制条件
煤	9	5	360
电力	4	5	200
工作日	3	10	300
利润(元/t)	7000	12000	

设变量 x_1, x_2 分别表示生产 A,B 的产量,单位为 t。根据每种产品对资源的耗费情况和现有资源的数量,可以得到以下三个不等式:

$$9x_1+5x_2\leqslant 360\text{(煤的限制)}$$

$$4x_1+5x_2\leqslant 200\text{(电力限制)}$$

$$3x_1+10x_2\leqslant 300\text{(工作日限制)}$$

而且根据变量的实际意义,x_1, x_2 不能为负数,即 $x_1, x_2\geqslant 0$。用大写字母 Z 表示生产 x_1 吨产品 A 和生产 x_2 吨产品 B 所获得的利润,单位为元,则有 $Z=7\,000x_1+12\,000x_2$,现在的问题是在以上限制条件下求目标函数 Z 的最大值。那么这个问题的完整的数学模型可写为

$$\max Z=7\,000x_1+12\,000x_2,$$

$$\text{s. t.}\begin{cases}9x_1+5x_2\leqslant 360,\\4x_1+5x_2\leqslant 200,\\3x_1+10x_2\leqslant 300,\\x_1, x_2\geqslant 0。\end{cases}$$

其中 max 表示求最大值,是英文 maximize 的缩写,s. t. 表示约束条件,是英文 subject to 的缩写。

例 1.2 环保问题:

靠近某河流有两个化工厂(图 1.1),流经化工厂 A 的流量为每天 500 万 m^3,在两个工厂之间有一条流量为每天 200 万 m^3 的支流。化工厂 A 每天排放的含有有害物质的工业污水 2 万 m^3,化工厂 B 每天排放的这种污水 1.4 万 m^3。从化工厂 A 排出的工业污水在流到化工厂 B 以前,有 20%可自然净化。根据环保要求,河流中工业污水的含量不应大于 2%。因此,两个工厂需各自处理一部分污水,A 处理工业

图 1.1

污水的成本是1 000元/万 m^3，B的成本是800元/万 m^3。请问在满足环保要求的条件下，每厂各应处理多少工业污水，才能使两厂处理污水的总费用最小。

解： 设化工厂A，B分别处理工业污水 x_1，x_2 万 m^3，Z 为两厂处理污水的总费用，根据环保要求建立数学模型如下：

$$\min Z = 1\,000x_1 + 8\,00x_2,$$

$$\text{s. t.}\begin{cases}\dfrac{(2-x_1)\cdot 80\% + (1.4-x_2)}{700} \leqslant 0.2‰,\\ \dfrac{2-x_1}{500} \leqslant 0.2‰,\\ 0 \leqslant x_1 \leqslant 2,\quad 0 \leqslant x_2 \leqslant 1.4。\end{cases}$$

例 1.3 运输问题：

要从甲乙两仓库运送库存原棉，以满足A，B，C三个纺织厂的需求，三个纺织厂各自需求的原棉数量，两个仓库的各自库存量，以及单位原棉从各仓库运到纺织厂所需费用如表1.2所示。

表 1.2

单位运费 工厂 / 仓库	A	B	C	仓库库存量
甲	2	1	3	50
乙	2	2	4	30
工厂需求量	40	15	25	

求出一种能满足每个纺织厂需求的运输方案，并且使总费用最小。

解： 设由甲仓库运往A，B，C三个纺织厂的原棉数量分别为 x_1，x_2，x_3，由乙仓库运往A，B，C三个纺织厂的原棉数量分别为 x_4，x_5，x_6，根据库存量的限制和三个纺织厂的需求，建立如下数学模型：

$$\max Z = 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 2x_5 + 4x_6,$$

$$\text{s. t.}\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leqslant 50, \\ x_4 + x_5 + x_6 \leqslant 30, \\ x_1 + x_4 = 40, \\ x_2 + x_5 = 15, \\ x_3 + x_6 = 25, \\ x_i \geqslant 0, \quad (i = 1, \cdots, 6)。\end{cases}$$

由上面几个例子可以看出，建立线性规划问题的数学模型，一般可分为以下几个步骤：

(1) 确定决策变量。决策变量是一组未知量($x_1, x_2, \cdots, x_n$)，代表某一方案，这是模型最重要的参数。

(2) 确定目标函数。将决策者所追求的目标用决策变量的线性函数表示，以便求最大值或最小值。

(3) 确定约束条件。找出问题所有的限制或约束用决策变量的线性等式或不等式表示。

也正是由于目标函数是线性函数，约束条件是线性等式或不等式，我们解决的是目标函数的最大或最小问题，所以称这类问题为线性规划问题。用数学语言描述线性规划问题，其一般形式为

目标函数 $\quad \max(\min) Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n,$

满足的约束条件
$$\text{s. t.}\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leqslant (=, \geqslant) b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leqslant (=, \geqslant) b_2, \\ \quad\vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad\quad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leqslant (=, \geqslant) b_m, \\ x_1, x_2, \cdots, x_n \geqslant 0。\end{cases}$$

上式中 a_{ij}, b_i, c_j ($i=1,2,\cdots,m$; $j=1,2,\cdots,n$)为已知常数，其中 c_j ($j=1,2,\cdots,n$)称为价值系数；b_i ($i=1,2,\cdots,m$)称为限定系数；a_{ij} ($i=1,2,\cdots,m$; $j=1,2,\cdots,n$)称为技术系数。

也可用矩阵的形式描述为

$$\max(\min) \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{CX},$$
$$\text{s. t.} \quad \boldsymbol{AX} \leqslant (\geqslant) \boldsymbol{b},$$
$$\boldsymbol{X} \geqslant \boldsymbol{0},$$

其中

$$\boldsymbol{C} = (c_1, c_2, \cdots, c_n),$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}; \boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}; \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}; \boldsymbol{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}。$$

1.1.2 线性规划问题的标准形

线性规划问题的标准形要求所有约束必须为等式约束，变量为非负变量，目标函数没有硬性规定，求最大和最小都可以。

形如： $\max Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n,$

$$\text{s. t.} \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_n, \\ x_1, x_2, \cdots, x_n \geqslant 0;\ b_1, b_2, \cdots, b_m \geqslant 0。 \end{cases}$$

线性规划的标准形具有以下四个特征：

(1) 决策变量全部大于或等于零。

(2) 约束条件全为线性等式。

(3) 限定系数全部是非负值。

(4) 目标函数值求最大(或最小)。

1.1.3 线性规划问题的标准化(非标准形过渡到标准形)

如果线性规划问题不是标准形式，则可通过一系列的数学变形将其转化为标准形：

(1) 当约束条件为不等式时，转化为等式。当“≤”时，在不等式的左端加上一个非负的松弛变量，可化为等式；当“≥”时，在不等式的左

端减去一个非负的剩余变量，可化为等式。

(2) 当决策变量 x_i 不满足非负条件时，则增加两个新的非负决策变量 $x'_i \geqslant 0$，$x''_i \geqslant 0$，令 $x_i = x'_i - x''_i$。

(3) 若限定系数 b_i 不满足非负时，两端同时乘以(-1)得$-b_i \geqslant 0$。

例 1.4 将下列线性规划问题转化为标准形：

$$\min Z = -x_1 + 2x_2 - 3x_3,$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leqslant 7, \\ x_1 - x_2 + x_3 \geqslant 2, \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_1, x_2 \geqslant 0, x_3 \text{ 无约束。} \end{cases}$$

解：① 令 $x_3 = x_4 - x_5$，其中 $x_4, x_5 \geqslant 0$。

② 在第一个不等式的左端加入松弛变量 x_6。

③ 在第二个不等式的左端减去剩余变量 x_7，即可得该问题的标准形：

$$\min Z = -x_1 + 2x_2 - 3(x_4 - x_5) + 0x_6 + 0x_7,$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 + (x_4 - x_5) + x_6 = 7, \\ x_1 - x_2 + (x_4 - x_5) - x_7 = 2, \\ -3x_1 + x_2 + 2(x_4 - x_5) = 5, \\ x_1, x_2, x_4, x_5, x_6, x_7 \geqslant 0。 \end{cases}$$

1.2 线性规划问题的图解法及解的性质

线性规划问题的图解法是借助坐标和图形来求解的一种方法，利用几何图形来确定模型的可行解和最优解。图解法主要用于两个变量的线性规划问题。

1.2.1 图解法

例 1.5 用图解法求解下列线性规划模型的解：

$$\max Z = x_1 + 2x_2,$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leqslant 3, \\ x_1 + x_2 \leqslant 2, \\ x_1, x_2 \geqslant 0。\end{cases}$$

解：具体步骤如下(图 1.2)：

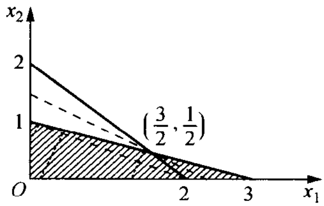

图 1.2

① 由全部约束条件构造可行域图形。以 x_1 为横轴，x_2 为纵轴建立平面直角坐标系，变量的非负条件将图形限制在第一象限。每个约束条件代表一个半平面，如：$x_1+3x_2 \leqslant 3$ 代表 $x_1+3x_2=3$ 边界线的下半平面。全部约束条件即各半平面的交集，成为该线性问题的可行域。显然，可行域内各点都满足约束条件，都可作为解，称之为可行解。

② 做出目标函数的等值线。目标函数代表以 Z 为参数，斜率为$-\frac{1}{2}$的一簇平行线 $x_2=-\frac{1}{2}x_1+Z$，位于同一条直线上的点具有相同的目标函数值，因而称它为等值线。

③ 寻找最优解。沿垂直于等值线的方向(即等值线的法线方向)，移动目标函数代表的平行线，当移动到点时，目标函数达到最大。从而确定$\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$为最优点，即 $x_1=\frac{3}{2}$，$x_2=\frac{1}{2}$为最优解，Z 的最大值 Z^* 等于$\frac{5}{2}$。

例 1.6 用图解法求解下列线性规划模型的解：