

工程力学学习指导

■ 下 册 ■

主编 梅凤翔 副主编 周际平 水小平



北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

工程力学学习指导

(下 册)

主 编 梅凤翔

副主编 周际平 水小平

 北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 提 要

由梅凤翔教授等主编的《工程力学》教材是普通高等教育“十五”国家级规划教材及北京市精品教材,本书是与该教材配套的学习指导书。

本书按原教材的教学体系共分13章,每章包含基本要求和重点、主要内容概述及学习中应注意的问题、典型例题解析、自测题及其解答四部分内容。附录I和附录II还分别给出了2001~2003年北京理工大学硕士研究生入学考试理论力学试题及其解答和材料力学试题及其解答。本书文字叙述简明,选材精细恰当,将准确地理解基本概念、基本理论与有效地提高分析问题和解决问题的能力有机地结合起来,以期达到融会贯通所学知识、提高综合分析能力和激发创新思维的目的。本书是学生学习工程力学或理论力学、材料力学、流体力学基础不可多得理想参考书,也是考生报考硕士学位研究生和教师备课时值得选用的参考材料。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

工程力学学习指导.下册/梅凤翔主编. —北京:北京理工大学出版社,2003.8

ISBN 7-5640-0152-6

I. 工… II. 梅… III. 工程力学—高等学校—自学参考资料 IV. TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第037916号

出版发行/北京理工大学出版社

社 址/北京市海淀区中关村南大街5号

邮 编/100081

电 话/(010) 68914775 (办公室) 68922824 (发行部)

网 址/http://www.bitpress.com.cn

电子邮箱/chiefedit@bitpress.com.cn

经 销/全国各地新华书店

印 刷/北京圣瑞伦印刷厂

开 本/850毫米×1168毫米 1/32

印 张/16.5

字 数/419千字

版 次/2003年8月第1版 2003年8月第1次印刷

印 数/1~6000册

定 价/22.00元

责任校对/陈玉梅

责任印制/母长新

图书出现印装质量问题,本社负责调换

前 言

本书是普通高等教育“十五”国家级规划教材及北京市精品教材《工程力学》(上、下册)(由梅凤翔教授等主编,以下称主教材,即参考文献[1])的学习指导用书。

工程力学是许多工科专业的一门重要技术基础课,它的知识既可直接应用于工程实际,又为学习后续相关课程奠定了必要的基础。通过该课程的学习,读者不仅可以掌握力学的最基本概念和定理或原理,还可以学会处理力学问题的最基本方法和技能。同时,它又是一门将高等数学知识较早地应用于工程实际的课程,在对学生进行工程意识与工程能力、科学素质及创新能力的培养中起到了举足轻重的作用。当前,我国高等教育正进行着一场以教学改革为核心的极其深刻的变革,主要体现在教学体系的更新、教学内容的优化、教学起点及教学手段的提高、教学学时的减少等,为了帮助读者更全面、透彻地理解并掌握《工程力学》课程的基本概念、基本理论和基本方法,提高读者分析问题和解决问题的能力,我们组织了主教材的作者,在不断丰富和提炼的基础上,编写了这本学习指导书。这既是作者对多年积累的丰富教学经验的总结,又是对主教材教学内容的准确理解和正确、灵活运用及提高解题技巧的有益补充。

本书按主教材的体系共分二十六章,涵盖了原有工科理论力学、材料力学和流体力学基础等教学内容。每章包括以下四部分内容:基本要求和重点明确指出本章所包含的内容及应掌握的程度和重点,供读者参考;主要内容概述及学习中应注意的问题简明扼要地给出了本章的基本概念、基本原理、基本定理、基本公式和基本方法,针对读者容易出现理解错误的地方或较难理解的

内容作了深入、透彻的阐述,以帮助读者真正掌握所学知识的内涵;典型例题解析精选了各类典型例题,其中既包含一定的巩固基本概念、基本理论和基本方法为目的的基本概念题,又包含较多的难易程度适当的基本要求题及部分综合性较强、难度较大的题,并用较多篇幅予以示范性解答,以帮助读者领会本章的精髓,熟悉并掌握解题的基本思路、方法和技巧,题后的点评,有的对本题的解题关键予以说明,有的指出了读者在解题中容易混淆的概念或常犯的错误及错误的根源,有的对相关问题展开了进一步分析和讨论,以启迪读者的思维、开阅读者的视野,达到深刻理解课程内容和大大提高解题能力的目的;自测题及其解答主要让读者检测自己对基本概念、基本理论和计算方法的掌握程度,使读者既巩固了基础知识,又熟悉了解题方法和技巧,提高自己综合运用各方面知识的能力。典型例题和自测题中有三分之一左右选自自主教材中的习题和北京理工大学的期末试题。为了更好地帮助考生报考北京理工大学相关专业的硕士研究生,附录Ⅰ和附录Ⅱ分别给出了北京理工大学2001~2003年硕士研究生入学考试理论力学和材料力学试题,并给出了详细解答,使考生明确我校这两门课程的考试重点及解题的基本方法和技巧,同时对报考其他院校或研究单位的硕士研究生也有一定的参考价值。总之,本书对《工程力学》的基本知识要点进行了系统的总结,力求将基本概念阐述得科学、准确,将基本理论阐述得系统、全面,将基本方法阐述得清楚、易懂,帮助读者在较短的时间内融会贯通所学知识,深入理解其物理意义,提高综合分析和处理力学问题的能力。同时,本书力求使读者的科学素质和创新能力在研读本书的过程中得到一定的锻炼和提高,更好地满足21世纪对人才培养的更高要求。

本书既可作为高等院校机械类、航空航天类、土建类、水利类、工程力学类专业本科生学习工程力学或理论力学、材料力学、流体力学基础的指导用书,还可作为报考硕士研究生读者的

考前复习参考书，也可作为电大、函大、职大、现代远程教育和自学考试等相关专业的学生的学习指导书和考试复习参考书，并可作为教师教学的参考资料。

参加本书编写工作的有：梅凤翔、周际平、水小平、韩斌、刘海燕、秦晓桐、李海龙。具体分工如下：第一章至第四章，第八章由刘海燕编写；第五章至第七章，第十九章至第二十一章，第二十三章，附录Ⅰ由水小平编写；第九章至第十四章，附录Ⅱ由韩斌编写；第十五章至第十七章，第二十二章由周际平编写；第十八章由秦晓桐编写；第二十四章至第二十六章由李海龙编写。统稿由梅凤翔、周际平、水小平完成。

本书编写过程中得到了北京理工大学各级领导的关心、鼓励 and 大力支持，也得到了国内同行专家和校内同事们热情倡议，他们对本书的具体编写提出了许多宝贵的建议，在此一并表示衷心的感谢。

限于编者水平，书中的缺点和疏误之处在所难免，恳请广大同仁与读者不吝赐教。

梅凤翔、周际平、水小平
2003年5月

目 录

第十四章 组合变形	(1)
基本要求和重点.....	(1)
主要内容概述及学习中应注意的问题.....	(2)
典型例题解析.....	(6)
自测题及其解答	(28)
第十五章 能量法	(46)
基本要求和重点	(46)
主要内容概述及学习中应注意的问题	(46)
典型例题解析	(51)
自测题及其解答	(70)
第十六章 静不定结构	(78)
基本要求和重点	(78)
主要内容概述及学习中应注意的问题	(78)
典型例题解析	(88)
自测题及其解答.....	(108)
第十七章 压杆稳定	(126)
基本要求和重点.....	(126)
主要内容概述及学习中应注意的问题.....	(127)
典型例题解析.....	(131)
自测题及其解答.....	(152)
第十八章 实验应力分析	(162)
基本要求和重点.....	(162)
主要内容概述及学习中应注意的问题.....	(162)
典型例题解析.....	(165)

自测题及其解答·····	(168)
第十九章 动能定理 ·····	(171)
基本要求和重点·····	(171)
主要内容概述及学习中应注意的问题·····	(172)
典型例题解析·····	(178)
自测题及其解答·····	(202)
第二十章 动量原理 ·····	(214)
基本要求和重点·····	(214)
主要内容概述及学习中应注意的问题·····	(215)
典型例题解析·····	(225)
自测题及其解答·····	(249)
第二十一章 达朗贝尔原理 ·····	(264)
基本要求和重点·····	(264)
主要内容概述及学习中应注意的问题·····	(265)
典型例题解析·····	(270)
自测题及其解答·····	(295)
第二十二章 变形固体的动力失效问题 ·····	(310)
基本要求和重点·····	(310)
主要内容概述及学习中应注意的问题·····	(311)
典型例题解析·····	(320)
自测题及其解答·····	(338)
第二十三章 动力学普遍方程和拉格朗日方程 ·····	(347)
基本要求和重点·····	(347)
主要内容概述及学习中应注意的问题·····	(348)
典型例题解析·····	(353)
自测题及其解答·····	(381)
第二十四章 流体静力学 ·····	(396)
基本要求和重点·····	(396)
主要内容概述及学习中应注意的问题·····	(397)

典型例题解析·····	(399)
自测题及其解答·····	(406)
第二十五章 流体运动学 ·····	(415)
基本要求和重点·····	(415)
主要内容概述及学习中应注意的问题·····	(416)
典型例题解析·····	(420)
自测题及其解答·····	(427)
第二十六章 流体动力学 ·····	(434)
基本要求和重点·····	(434)
主要内容概述及学习中应注意的问题·····	(435)
典型例题解析·····	(439)
自测题及其解答·····	(447)
附录 I 北京理工大学2001~2003年硕士研究生入学考试 理论力学试题及其解答·····	(456)
附录 II 北京理工大学2001~2003年硕士研究生入学考试 材料力学试题及其解答·····	(488)
主要参考文献 ·····	(516)

第十四章

组合变形



基本要求和重点

一、基本要求

(1) 了解组合变形杆件的一般分析方法, 即分解、分别计算、叠加这 3 个基本步骤以及适用的范围。

(2) 在任意复杂应力状态下, 了解材料常见的两种破坏方式 (即断裂与屈服) 以及从这两种破坏方式出发建立的 4 种常用强度理论。掌握选用适当的强度理论对构件危险点进行强度分析的方法。

(3) 掌握斜弯曲、拉弯组合及偏心拉压杆件的应力分析和强度计算方法。

(4) 熟练掌握弯扭组合变形圆轴的应力、变形和强度计算方法。

二、重点

对组合变形的杆件正确地进行分解和叠加, 找出危险点并选用适当的强度理论进行强度计算。



主要内容概述及学习中 应注意的问题

一、组合变形杆件的基本概念及应注意的问题

杆件中同时存在两种或两种以上基本变形的情况称为组合变形。在杆件材料处于线弹性范围内且为小变形时,可采用以下基本分析方法,即将全部载荷分解为静力等效的几组载荷,每组载荷分别对应于一种基本变形,然后对每组载荷产生的基本变形独立计算,最后将各种基本变形下的内力、应力、应变和位移分别进行叠加,得到组合变形下的相应结果。

组合变形时分析的重点是如何将载荷进行适当的分解,以及分解后分别计算的结果正确地叠加。分解的原则是使原有的载荷等效为几组载荷,每组载荷都对应于一种基本变形,这样才可对每组载荷引起的变形分别单独计算。这就要求对引起每种基本变形所需要的载荷特点有综合全面的了解。而分别计算各基本变形引起的内力、应力、变形和位移之后,应该正确地将其进行叠加,叠加的方式依所叠加量的特点而不同,或者为代数叠加,或者为矢量叠加。特别是不同种类的应力分量(如正应力和切应力)进行叠加时,即将其同时作用在该点,形成一个二向应力状态。组合变形进行分解和叠加的计算,前提条件是材料处于线弹性范围之内,且变形为小变形,否则叠加原理是不适用的。

对组合变形的杆件进行应力分析和强度计算时,常常需要在危险点或者横截面上的指定点切取原始单元体,并画出其应力状态。注意切取单元体时以一对横截面为基础,切出的单元体上各面的应力根据截面上的应力分布公式得出。再从应力分析公式得出该单元体的主应力,并进行强度校核。

某些组合变形的杆件,若涉及到杆中某点处的应变,需特别强

调的是要注意分析该点所处的应力状态是单向应力状态还是二向或三向应力状态。以避免简单的将单向胡克定律 $\sigma = E\epsilon$ 用于二向或三向应力状态。

组合变形这一章中的题目,一般来说,综合性都比较强,解题时分解、分算、叠加的思路一定要清楚,要全面理解和运用以前各章对每种基本变形的分析结果,每一组载荷及所对应的内力、应力、变形要十分仔细地分别画出并计算出来,切忌分析混乱而导致出错。

二、常用的强度理论及相应的相当应力

1. 常用的强度理论

(1) 杆件的破坏有常见的两种不同表现形式——断裂和屈服。选择不同的物理量来衡量杆件受力的变形程度,并将其作为强度失效的决定因素,就形成了不同的强度理论。其中最大拉应力理论(第一强度理论)和最大拉应变理论(第二强度理论)一般适用于脆性材料;最大切应力理论(第三强度理论)和畸变能理论(第四强度理论)一般适用于塑性材料。4个强度理论的强度条件的统一形式为 $\sigma_{ri} \leq [\sigma]$, σ_{ri} 依次为

$$\sigma_{r1} = \sigma_1$$

$$\sigma_{r2} = \sigma_1 - \nu (\sigma_2 + \sigma_3)$$

$$\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3$$

$$\sigma_{r4} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

其中 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 为危险点的主应力。

(2) 在变形体静力学中,从强度的观点出发对结构安全性的判定标准是根据“一点处失效”的准则,即任何结构,只要其中某一点处出现了断裂或屈服现象,就认为结构整体失去了正常工作能力。因此,在进行强度计算时,需要正确判断危险点位置及危险点的应

力状态。一般情况下,危险点应力状态是复杂应力状态,依据不同的机理解释及假说判断其安全与否,就形成了不同的强度理论,它们都有各自的实验验证及适用范围。一般可根据材料是脆性还是塑性来选择适当的强度理论,但危险点所处的应力状态特点也是一个影响因素。

2. 常见的组合变形杆件危险点应力状态类型

工程中,发生组合变形的杆件,其危险点常具有三类典型的应力状态,第一类危险点为单向应力状态,选择哪一个强度理论都有相同的强度条件 $\sigma \leq [\sigma]$ 。第二类危险点为纯剪切应力状态(一种特殊的二向应力状态),选用不同的强度理论相当于在强度条件中给出不同的许用切应力 $\tau = [\tau]$ 。第三类危险点为前两种危险点的叠加(属于更一般的二向应力状态),若选用第三强度理论,则强度条件为 $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$;若选用第四强度理论,则强度条件为 $\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$ 。

三、典型的组合变形形式

1. 斜弯曲

(1) 斜弯曲是指载荷作用面通过梁截面的弯曲中心但不与任一形心主平面平行时的弯曲,分析方法是将其分解为在两个相互垂直的形心主平面内的平面弯曲。分别计算后再叠加,斜弯曲与平面弯曲不同之处是中性轴通过截面形心但不与载荷所在的平面垂直,弯曲后的挠曲线也不在载荷的作用平面内,但挠曲线所在平面仍与中性层垂直。

(2) 斜弯曲在两个互相垂直的形心主平面内同时发生弯曲变形。对一般形状的截面,若 $I_y \neq I_z$,双向弯曲的结果会使挠曲平面与载荷平面不重合,这就是所谓“斜弯曲”的含义。但对圆形、正方形及正多边形截面,总有 $I_y = I_z$,双向弯曲的结果使挠曲平面总是

与载荷作用平面重合,即总是平面弯曲。这时可将同一截面上沿两个不同方向的弯矩 M_y 和 M_z 的矢量和 $M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$ 作为总弯矩,按平面弯曲计算。

(3)斜弯曲时横截面上最大拉应力与最大压应力点的确定,应注意按两个方向的平面弯曲分别得出应力分布后叠加的结果来判断,尤其要注意正确找出危险点位置。

2. 拉弯组合变形及偏心拉压

拉弯组合变形及偏心拉压的杆件在分析时可将全部载荷分解为分别产生的轴向拉压和弯曲的两组载荷,分别计算后叠加,此时截面上的中性轴即正应力数值为零的点构成的直线不过截面的形心,仍将截面分为拉应力区和压应力区。此时最大拉应力与最大压应力点的确定,可分别在拉、压应力区周边上作与中性轴平行的周边切线或只有一个交点的直线,切点或交点即最大拉应力或最大压应力点。

3. 弯扭组合变形

(1)弯扭组合变形时可按叠加法的原则分别计算弯曲与扭转的应力和变形之后叠加。进行强度计算时其危险截面上的危险点属于第三类危险点(二向应力状态),若用第三强度理论或第四强度理论,强度条件分别为

$$\sigma_{r3} = \sqrt{\left(\frac{M}{W}\right)^2 + 4\left(\frac{T}{W_p}\right)^2} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{r4} = \sqrt{\left(\frac{M}{W}\right)^2 + 3\left(\frac{T}{W_p}\right)^2} \leq [\sigma]$$

其中, M 和 T 分别为最危险截面上的弯矩和扭矩, W 和 W_p 分别为抗弯截面系数和抗扭截面系数,在圆轴情况下, $W_p = 2W$,以上二式则化简为

$$\sigma_{r3} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{\text{M}} = \frac{\sqrt{M^2 + 0.75 T^2}}{W} \leq [\sigma]$$

(2) 弯扭组合分解为弯曲与扭转并分别计算出弯曲正应力和扭转切应力后叠加, 叠加时属于不同种类的弯曲正应力与扭转切应力共同作用于单元体上(弯曲切应力若存在, 多数情况下其数值远小于扭转切应力, 常略去不计)。一般危险点在危险截面的周边上距中性轴最远处, 且为单向应力状态与纯剪应力状态的叠加。注意强度条件表达式中, 第三强度理论和第四强度理论分别写为 $\frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W} \leq [\sigma]$ 和 $\frac{\sqrt{M^2 + 0.75 T^2}}{W} \leq [\sigma]$ 时, 只能适用于圆轴, 此外, 如果圆轴弯扭组合中的弯曲是斜弯曲, 则式中的 M 应理解为总弯矩, 即 $M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$ 。



典型例题解析

例 14.1 基本概念题

14.1.1 正方形截面棱柱体, 放于刚性平面上并轴向受压(图 a)和置于刚性同尺寸方模中并轴向受压(图 b), 在这两种情况下, 其 $\sigma_{i3}^{(a)}$ 和 $\sigma_{i3}^{(b)}$ 有以下结论, _____ 是正确的。

- (a) $\sigma_{i3}^{(a)} = \sigma, \sigma_{i3}^{(b)} = \sigma$; (b) $\sigma_{i3}^{(a)} = \sigma; \sigma_{i3}^{(b)} = 2\sigma$;
 (c) $\sigma_{i3}^{(a)} = \sigma, \sigma_{i3}^{(b)} = 0$; (d) $\sigma_{i3}^{(a)} = \sigma, \sigma_{i3}^{(b)} = \frac{1-2\nu}{1-\nu}\sigma$ 。

解 应选择(d)。

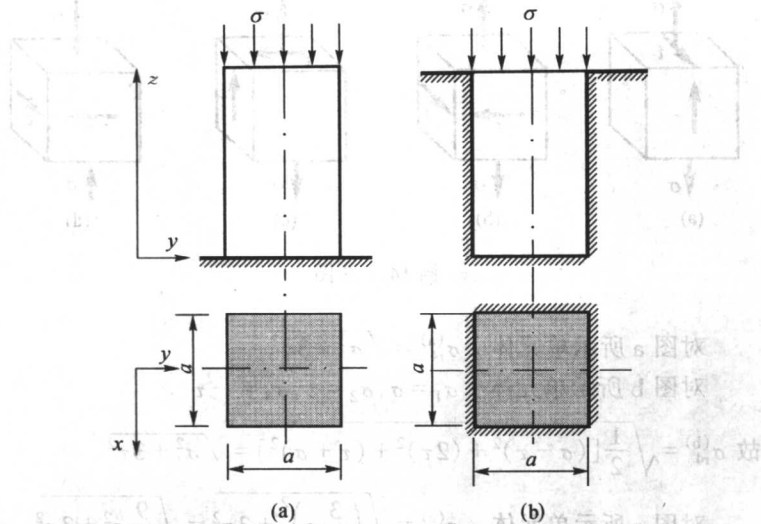
对图 a 所示的杆

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -\sigma, \text{故 } \sigma_{i3} = \sigma$$

对图 b 所示的杆

$\sigma_z = -\sigma$, 设 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma'$, 则由广义胡克定律

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \frac{\sigma' - \nu(\sigma' - \sigma)}{E} = \frac{\sigma'(1-\nu) + \nu\sigma}{E} = 0$$



例 14.1.1 图

故 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma' = -\frac{\nu \sigma}{1 - \nu}$

因而 $\sigma_1 = \sigma_2 = -\frac{\nu}{1 - \nu} \sigma, \sigma_3 = -\sigma$,

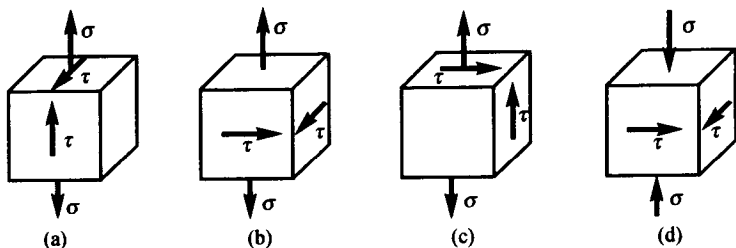
$$\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3 = -\frac{\nu \sigma}{1 - \nu} + \sigma = \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \sigma$$

点评

图 a 所示杆为轴向压缩, 杆中各点均为单向应力状态, 非零主应力为轴向应力 $-\sigma$, 图 b 所示杆, 其各点均为三向应力状态, 轴向的主应力仍为 $-\sigma$, 另两个主应力需借助于广义胡克定律由另两个方向的正应变为零得出。

14.1.2 同一材料中的 4 个单元体应力状态如图所示 (设 $|\sigma| > |\tau| > 0$), 依第四强度理论, 单元体 最危险。

解 应选择 (c)。



例 14.1.2 图

对图 a 所示单元体 $\sigma_{rd}^{(a)} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$

对图 b 所示单元体 $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = \tau, \sigma_3 = -\tau$

$$\text{故 } \sigma_{rd}^{(b)} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma - \tau)^2 + (2\tau)^2 + (\tau + \sigma)^2]} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

对图 c 所示单元体 $\sigma_{rd}^{(c)} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\sigma\right)^2 + 3\tau^2} = \sqrt{\frac{9}{4}\sigma^2 + 3\tau^2}$

对图 d 所示单元体 $\sigma_1 = \tau, \sigma_2 = -\tau, \sigma_3 = -\sigma$

$$\sigma_{rd}^{(d)} = \sqrt{\frac{1}{2}[(2\tau)^2 + (\sigma - \tau)^2 + (\sigma + \tau)^2]} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

故图 a, 图 b, 图 d 所示这 3 个单元体的相当应力 σ_{rd} 相同, 而图 c 所示单元体的 σ_{rd} 值更大一些。因此, 图 c 所示单元体最危险。

点评

判断一点处的应力状态是否达到破坏, 取决于所选用的强度理论, 由该点的 3 个主应力经计算得出的相当应力值。任何两个危险点的不同应力状态, 只要有完全相同的相当应力值, 则这两个点破坏与否的结论就完全相同。在讨论复杂受力状态下的构件, 尤其是发生组合变形的杆件时, 一定要计算清楚危险点的应力状态, 再按照相应的强度理论去判断。

14.1.3 如图所示, 两端受轴力 F_N , 弯矩 M 及扭矩 T 共同作用的低碳钢圆轴, 截面积为 A , 抗弯截面系数为 W , 则其危险点的相当应力为_____。