

天文集刊

STUDIA ASTRONOMICA SINICA

第 2 号

1978

RBS 40/01

中国天文学会编辑
科学出版社出版

天文集刊

第2号

中国天文学会编辑

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1978年12月第一版 开本：787×1092 1/16

1978年12月第一次印刷 印张：5 3/4

印数：0001—4,650 字数：131,000

统一书号：13031·931

本社书号：1317·13—5

定价：0.92元

天文集刊

1978

第2号

目 录

利用卫星照相同步观测求待测站经纬度的一种方法·····	黄坤仪 周 雄 (1)
利用上海天文台丹容等高仪 1965—1972 年的观测结果确定星位改正 ·····	·····中国科学院上海天文台一室等高仪组 (10)
北京天文台等高初始星表 (ACPI) ·····	·····罗定江 朱元诤 肖耐园 苗永宽 凌兆芬 (27)
	* * * * *
有限厚星系盘的 Poisson 积分 ···	彭秋和 黄克谅 黄介浩 李晓卿 苏洪钧 (49)
有射电子源结构类星体的一些统计分析···	周又元 方励之 程富华 程福臻 (57)
	* * * * *
研究简讯	
论用西尔斯公式测定太阳黑子磁场的方向·····	叶式燿 王振一 金介海 (70)
1977 年 9 月黑子的加速旋转和半影的旋涡结构 ···	张柏荣 钟树华 王洪照 (76)
关于人卫摄动理论中坐标系附加摄动的问题·····	吴连大 (85)

STUDIA ASTRONOMICA SINICA 1978 No. 2

CONTENTS

A Method for Computing Longitude and Latitude of Station with Satellite Simultaneous observations·····	Huang Kun-yi, Zhou Xiong (9)
Corrections to the Positions of the Stars by Means of the Observational Results with Danjon Astrolabe during 1965—1972 ·····	The Astrolabe Division, First Laboratory, Shanghai Observatory, Academia Sinica (26)
The Astrolabe Catalogue (ACPI) of the Peking Astronomical Observatory·····	Luo Ding-jiang, Zhu Yuan-xian, Xiao Nai-yuan, Miao Yong-kuan, Lin Zhao-fen (48)
	* * * * *
Poisson's Integral of Dish-Like Galaxies with Finite Thickness ·····	Peng Qiu-he, Huang Ke-liang, Huang Jie-hao, Li Xiao-qing, Su Hong-jun (56)
Some Statistical Analyses for Quasars with Radio Components Structure ·····	·····Zhou You-yuan, Fang Li-zhi, Cheng Fu-hua, Cheng Fu-zhen (69)
	* * * * *

RESEARCH NOTES

On the Use of Seares' Formulae to the Determination of the Direction of Magnetic Fields in Sunspots·····	Ye Shi-hui, Wang Zhen-yi, Jin Jie-hai (75)
Accelerated Rotation of Sunspots in September 1977 and Spiral Structure of their Penumbrae·····	Zhang Bai-rong, Zhong Shu-hua, Wang Hong-zhao (84)
Several Problems of the Perturbation due to the Motion of the Reference System ·····	·····Wu Lian-da (91)



利用卫星照相同步观测求待测站 经纬度的一种方法*

黄 坤 仪 周 雄

(紫金山天文台)

提 要

本文提出了卫星照相同步观测求待测站经纬度的一种方法。根据卫星同步观测高程不易定准的特点,本方法利用站间坐标系弦方向 λ 分量(经度分量)求待测站经纬度,计算中的加权也以对 λ 有利为准。实践证明,这种方法比惯用的弦方向相交法或同步平面相交法为好。此外,本文还提出了一套比较完整的资料中间检查、外符合精度分析的方法。

前 言

利用人造卫星的照相同步观测求两站之间的弦方向以及求待测站的坐标,已有许多种作业方法和成果,例如弦方向相交法、同步平面相交法^[1]等等。这些方法一般地在大地坐标系中进行归算,并且直接计算出待测站的空间直角坐标。实践中,我们深感这些作法有如下的缺点:1. 大地坐标系中的弦方向两分量和地面站经纬度与高程之间的几何关系很不明朗;2. 经纬度和高程一起解算的结果也不理想,特别是当资料的分布不太均匀的时候更是如此;3. 加权比较一般化,没有着重对所求的量有利而进行。本文根据卫星同步观测高程不易定准的特点,参照大地测量中经纬度和高程分开测量的思想,利用站间坐标系弦方向 λ 分量求待测站经纬度,计算中的加权也以对 λ 有利进行。实践证明,这种方法比惯用的弦方向相交法或同步平面相交法为好。

一、同步观测资料的中间检查——共面检查图方法

根据底片计算的协差阵,经常可以发现测量和处理中的一些问题;但是,底片计算内符合好,并不总能保证资料的正确性。例如记时零点的错误,数错卫星测点和某种原因引起的系统差等就不易发现。如果不经过比较严格的检查,直接进行平差计算,经常不能得到好的结果。采用最小二乘平差,由于整个平差曲线受错误资料的影响很大, 3σ 剔除也常不能奏效。

我们计算出每个同步对和弦方向的共面误差值 σ ,同时,计算出表征同步平面方向的 l 值:

* 1977年9月5日收到。

$$\begin{cases} \sigma = \sin^{-1}[\mathbf{n} \cdot \mathbf{AB}_0], \\ l = \sin^{-1}[\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}], \\ \mathbf{P} = \frac{\mathbf{R}_A \times \mathbf{AB}_0}{|\mathbf{R}_A \times \mathbf{AB}_0|}, \mathbf{Q} = \frac{(\mathbf{r}_A \times \mathbf{r}_B) \times \mathbf{AB}_0}{|(\mathbf{r}_A \times \mathbf{r}_B) \times \mathbf{AB}_0|}, \\ \mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}_A \times \mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_A \times \mathbf{r}_B|}. \end{cases}$$

其中, $\mathbf{AB}_0$ 为已知站 A 到待测站 B 的弦方向初值, $\mathbf{r}_A$ 和 $\mathbf{r}_B$ 为 A、B 两站的观测方向, $\mathbf{R}_A$ 为 A 站的地心向量。

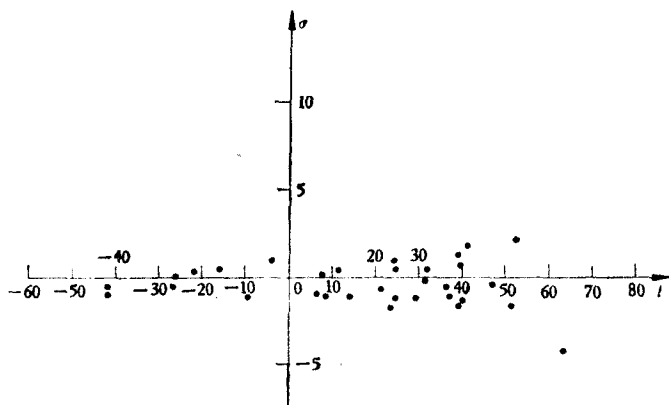


图1 美国 9001—9010 站的共面检查图

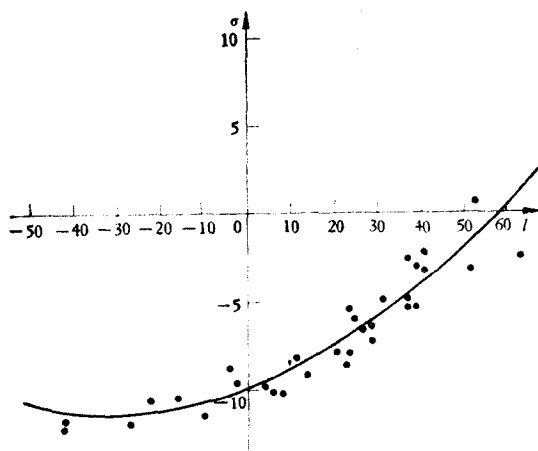


图2 9001—9010 站的共面检查图 (9010 站坐标 Z 分量加 $\Delta Z = 146$ 米的误差)

以 l 为横坐标, σ 为纵坐标作图, 如弦方向初值正确, 则点子沿横轴弥散, 如图 1; 如弦方向初值有误差, 则沿正 (余) 弦曲线弥散, 如图 2, 图中实线代表由弦方向误差引起的理论曲线。曲线和横坐标轴交点的 $l = l_0$, 代表了弦方向及其误差向量组成的平面的方向, 曲线的振幅则代表此误差向量的大小。如果点子偏向横轴的上方或下方, 则不能以弦方向初值的误差和观测值的偶然弥散来解释, 而应考虑观测资料存在某种原因引起的系统差。例如, 我国某两站对 pageos 卫星同步观测初期, 曾出现过这种情况, 鉴于卫星倾

角接近 90° , 观测又都是升段, 我们估计某站记时有系统差, 得到了记时系统迟滞测试的证实。

判定一个同步对质量的优劣, 不能只以 σ 值为标准, 而应以 σ 值对整体组成的正弦曲线的偏离为标准。

二、站间坐标系弦方向的计算

1. 站间坐标系

定义站间坐标系的三个坐标轴在大地坐标系中的方向 ($\mathbf{X}'$ 、 $\mathbf{Y}'$ 、 $\mathbf{Z}'$) 为^[2]

$$\mathbf{X}' \equiv \begin{pmatrix} X'_x \\ X'_y \\ X'_z \end{pmatrix} = \frac{\mathbf{R}_{B_0} - \mathbf{R}_A}{|\mathbf{R}_{B_0} - \mathbf{R}_A|}, \quad (1)$$

$$\mathbf{Y}' \equiv \begin{pmatrix} Y'_x \\ Y'_y \\ Y'_z \end{pmatrix} = \frac{\mathbf{R}_A \times \mathbf{R}_{B_0}}{|\mathbf{R}_A \times \mathbf{R}_{B_0}|}, \quad (2)$$

$$\mathbf{Z}' \equiv \begin{pmatrix} Z'_x \\ Z'_y \\ Z'_z \end{pmatrix} = \mathbf{X}' \times \mathbf{Y}'. \quad (3)$$

其中, $\mathbf{R}_A$ 和 $\mathbf{R}_{B_0}$ 分别代表已知站 A 和待测站 B (初值) 的地心向量。

从底片处理得出大地坐标系的观测向量

$$\mathbf{r}_i = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

则站间坐标系的观测向量应为

$$\mathbf{r}'_i = \begin{pmatrix} X'_i \\ Y'_i \\ Z'_i \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}. \quad (4)$$

G 为大地坐标系和站间坐标系的转换矩阵, 其元素值可由(1)(2)(3)式推算:

$$G = \begin{pmatrix} X'_x & X'_y & X'_z \\ Y'_x & Y'_y & Y'_z \\ Z'_x & Z'_y & Z'_z \end{pmatrix}. \quad (5)$$

2. 站间坐标系弦方向的平差计算

在站间坐标系中, 设弦方向初值为

$$\mathbf{AB}_0 = \begin{pmatrix} \cos \psi_0 \cos \lambda_0 \\ \cos \psi_0 \sin \lambda_0 \\ \sin \psi_0 \end{pmatrix}.$$

同步观测两方向的矢量为 $\mathbf{r}'_{A_i} \times \mathbf{r}'_{B_i} = \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \end{pmatrix}$.

则对共面条件 $(\mathbf{r}'_{A_i} \times \mathbf{r}'_{B_i}) \cdot \mathbf{AB} = 0$ 进行泰勒展开, 可得微分改正条件方程

$$\begin{aligned} & (-A_i \sin \phi_0 \cos \lambda_0 - B_i \sin \phi_0 \sin \lambda_0 + C_i \cos \phi_0) \Delta \phi + (-A_i \sin \lambda_0 + B_i \cos \lambda_0) \\ & \cdot \Delta \lambda \cos \phi_0 + (A_i \cos \phi_0 \cos \lambda_0 + B_i \cos \phi_0 \sin \lambda_0 + C_i \sin \phi_0) = v_i \\ & i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (6)$$

第一次计算, $\lambda_0 = \phi_0 = 0$, 迭代, 以及协差阵的计算均按常规方法进行, 迭代至

$$\Delta \phi_n \leq 5 \times 10^{-7},$$

$$\Delta \lambda_n \cos \phi_n \leq 5 \times 10^{-7}.$$

在站间坐标系中, 弦方向两分量意义比较明朗, λ 分量相当于 A 站至 B 站的“大地方位角”, 用来确定待测站的经纬度, 因此, 加权以有利求 λ 为准.

3. 条件方程的“权”^[4]

对共面条件微分可得

$$(\mathbf{r}'_A \times \mathbf{r}'_B) \cdot d\mathbf{AB}_0 + (\mathbf{r}'_B \times \mathbf{AB}_0) d\mathbf{r}'_A + (\mathbf{AB}_0 \times \mathbf{r}'_A) d\mathbf{r}'_B + \Delta_0 = 0 \quad (7)$$

其中, $\Delta_0 = (\mathbf{r}'_A \times \mathbf{r}'_B) \cdot \mathbf{AB}_0$

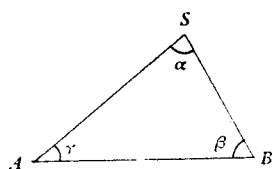


图 3

$$\begin{aligned} \therefore \begin{cases} (\mathbf{r}'_A \times \mathbf{r}'_B) \cdot d\mathbf{AB}_0 = C \Delta \phi + B \Delta \lambda \cos \phi \\ \quad = \sin \alpha (C_0 \Delta \phi + B_0 \Delta \lambda \cos \phi), \\ \mathbf{r}'_B \times \mathbf{AB}_0 = \sin \beta \cdot \mathbf{n}, \\ \mathbf{AB}_0 \times \mathbf{r}'_A = \sin \gamma \cdot \mathbf{n}, \end{cases} \\ \therefore \begin{cases} (\mathbf{r}'_B \times \mathbf{AB}_0) \cdot d\mathbf{r}'_A = \sin \beta \cdot d\mathbf{r}_A^*, \\ (\mathbf{AB}_0 \times \mathbf{r}'_A) \cdot d\mathbf{r}'_B = \sin \gamma \cdot d\mathbf{r}_B^*. \end{cases} \end{aligned}$$

把上面诸式代入(7)式, 并以增量代替微分得

$$C \Delta \phi + B \Delta \lambda \cos \phi + \sin \beta \Delta r_A^* + \sin \gamma \Delta r_B^* + \Delta_0 = 0. \quad (8)$$

其中 Δr_A^* 和 Δr_B^* 为 $\mathbf{r}'_A$ 和 $\mathbf{r}'_B$ 投影于同步平面法向 $\mathbf{n}$ 的误差分量.

因为每对同步观测将产生(8)式这样的方程, 解 $\Delta \phi$ 和 $\Delta \lambda \cos \phi$ 是可能的. 但是, 一对同步观测不能给出未知数 $\Delta \phi$ 和 $\Delta \lambda \cos \phi$ 的解, 所以, 在这种情况下, 说弦方向的协差阵是没有意义的. 但是, 此矩阵的逆——权矩阵是存在的, 可由下式给出

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} W_\phi & W_{\phi \cdot \lambda \cos \phi} \\ W_{\lambda \cos \phi \cdot \phi} & W_{\lambda \cos \phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C^2 & CB \\ BC & B^2 \end{pmatrix} \frac{1}{M^2} \quad (9)$$

其中, M^2 为单位权方差, 如果 A 站和 B 站的观测是相互独立的, 则由(8)式显然有

$$M^2 = \sin^2 \beta \sigma_A^2 + \sin^2 \gamma \sigma_B^2$$

所以

$$W_{\Delta \lambda \cos \phi} = \frac{B^2}{\sin^2 \beta \sigma_A^2 + \sin^2 \gamma \sigma_B^2} = \frac{B_0^2 \sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta \sigma_A^2 + \sin^2 \gamma \sigma_B^2}, \quad (10)$$

$$W_{\Delta \phi} = \frac{C^2}{\sin^2 \beta \sigma_A^2 + \sin^2 \gamma \sigma_B^2} = \frac{C_0^2 \sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta \sigma_A^2 + \sin^2 \gamma \sigma_B^2}, \quad (11)$$

$$W_{\mathbf{AB}} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta \sigma_A^2 + \sin^2 \gamma \sigma_B^2}. \quad (12)$$

其中, σ_A 和 σ_B 为 A、B 两站投影于同步平面法线方向的观测中误差. 为简单起见, 可用观测中误差代替, 其值由底片处理结果给出.

α 、 β 、 γ 的意义如图 3 所示, 显然, 它们可由下列式子算出

$$\begin{cases} \cos \gamma_i = X'_{A_i}, \\ \cos(180^\circ - \beta_i) = X'_{B_i}, \\ \cos \alpha_i = \mathbf{r}'_{A_i} \cdot \mathbf{r}'_{B_i}. \end{cases} \quad (13)$$

B_0 就是同步平面和 OAB 平面(站间坐标系的 XZ 平面)的交角余弦, 而 C_0 就是同步平面和 OAB 平面的交角正弦, $B_0^2 + C_0^2 = 1$. 因此, 由(10)式可见, 卫星在 OAB 平面内的情况下, $B_0 = 1$, 对测定弦方向 λ 分量最为有利. 在极限情况下, 当 $\sigma_A = \sigma_B$, $\alpha \rightarrow 180^\circ$, $\beta = \gamma \rightarrow 0$ 时, $W_{\Delta\lambda\cos\phi} \rightarrow \frac{2}{\sigma^2}$. 反之, 当同步平面垂直于 OAB 平面时, $C_0 = 1$, 对测定弦方向 ϕ 分量最为有利, 其极限也是当 $\alpha \rightarrow 180^\circ$, $\beta = \gamma \rightarrow 0$ 时, $W_{\Delta\phi} \rightarrow \frac{2}{\sigma_0^2}$. 当然, 实际上这种极限情况是不可能发生的, 卫星不可能位于两站的联线上.

一般地, 实际观测所形成的卫星和测站相对几何分布总是 $\sum B_0^2 > \sum C_0^2$. 因此, 利用卫星照相同步观测决定 λ 分量的精度一般地要比 ϕ 分量的精度高, 特别是当资料分布不均匀的情况, 相差更大. 所以, 把经纬度的解算同高程分离开来, 利用站间坐标系的 λ 分量计算经纬度可以提高精度.

三、待测站经纬度的计算

1. 待测站经纬度的计算

首先讨论两个已知站的情况:

待测站位于“A₁站——待测站”弦方向 λ 分量得出的 λ_1 平面和“A₂站——待测站”得出的 λ_2 平面内, 即应在 λ_1 和 λ_2 平面的交线上. 此交线与参考椭球相交, 即可求得待测站的经纬度. 由于它和通过待测站的法线的交角只有几个弧分, 因此, 待测站高程初值的误差对计算经纬度几乎毫无影响. 例如, 高程初值如有 10 米的误差, 则引起经纬度的误差只有 1 厘米左右. 因此, 经纬度与高程的计算分离开来了.

鉴于交线与参考椭球的交点离开初值点不远, 为计算方便起见, 先算出 λ_1 平面和 λ_2 平面与垂直于待测站法线的切平面的交线 l_1 和 l_2 , 再由 l_1 和 l_2 相交得出待测站的坐标.

在切平面上, 以待测站初值为原点建立直角坐标系, X 轴向东, Y 轴向北, 如图 4. 则

l_1 和 l_2 与 X 轴的交角分别为 $\alpha_1 + \lambda_1$ 和 $\alpha_2 + \lambda_2$

而

$$\begin{cases} \sin \alpha_1 = \mathbf{Y}'_{A_1} \cdot \boldsymbol{\xi}, \\ \sin \alpha_2 = \mathbf{Y}'_{A_2} \cdot \boldsymbol{\xi}, \\ \cos(\alpha_2 - \alpha_1) = \mathbf{Y}'_{A_1} \cdot \mathbf{Y}'_{A_2}. \end{cases} \quad (14)$$

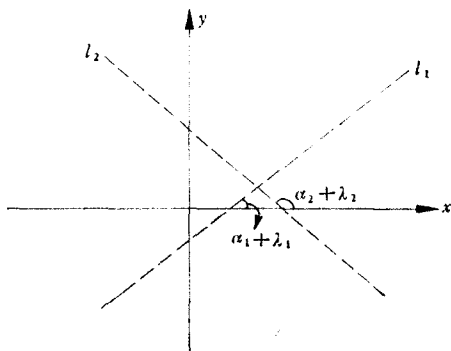


图 4

其中

$$\begin{cases} \mathbf{Y}'_{A_1} = \frac{\mathbf{R}_{A_1} \times \mathbf{R}_{B_0}}{|\mathbf{R}_{A_1} \times \mathbf{R}_{B_0}|}, \\ \mathbf{Y}'_{A_2} = \frac{\mathbf{R}_{A_2} \times \mathbf{R}_{B_0}}{|\mathbf{R}_{A_2} \times \mathbf{R}_{B_0}|}. \end{cases} \quad (15)$$

$$\xi = \frac{\mathbf{K} \times \mathbf{R}_{B_0}}{|\mathbf{K} \times \mathbf{R}_{B_0}|} = \begin{pmatrix} -\sin L_{B_0} \\ \cos L_{B_0} \\ 0 \end{pmatrix}; \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

式中, $\mathbf{R}_{A_1}$ 、 $\mathbf{R}_{A_2}$ 和 $\mathbf{R}_{B_0}$ 分别代表已知站 A_1 、 A_2 和待测站 B (初值) 的地心向量, $\mathbf{Y}'_{A_1}$ 和 $\mathbf{Y}'_{A_2}$ 在建立站间坐标系时已由 (2) 式算过。计算中, 以 $L_{A_i} > L_{B_0}$, $\cos \alpha_i$ 为正; $L_{A_i} < L_{B_0}$, $\cos \alpha_i$ 为负; 判定 α_i 的象限。

直线 l_1 和 l_2 离开原点的距离 d_1 和 d_2 可从下式求得

$$\begin{cases} d_1 = \lambda_1 D_1, \\ d_2 = \lambda_2 D_2. \end{cases} \quad (17)$$

其中

$$D_1 = [(X_{A_1} - X_{B_0})^2 + (Y_{A_1} - Y_{B_0})^2 + (Z_{A_1} - Z_{B_0})^2]^{1/2},$$

$$D_2 = [(X_{A_2} - X_{B_0})^2 + (Y_{A_2} - Y_{B_0})^2 + (Z_{A_2} - Z_{B_0})^2]^{1/2}.$$

d_i 可正可负, 符号和 λ_i 相同。式中 λ_i 以弧度为单位, D_1 和 D_2 以地球赤道半径为单位。

因此, l_i 直线的法方程式可写成

$$\sin(\alpha_i + \lambda_i)X - \cos(\alpha_i + \lambda_i)Y = d_i, \quad i = 1, 2, \quad (18)$$

解之得

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \frac{+1}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)} \begin{pmatrix} -\cos(\alpha_2 + \lambda_2) & \cos(\alpha_1 + \lambda_1) \\ -\sin(\alpha_2 + \lambda_2) & \sin(\alpha_1 + \lambda_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

把 (X、Y) 转换成经纬度改正值, 得

$$\begin{cases} \Delta L \cos B = X, \\ \Delta B = Y. \end{cases} \quad (20)$$

把已知站推广到 n 个的情况, 可把 (18) 式写成

$$\begin{aligned} \sin(\alpha_i + \lambda_i)X - \cos(\alpha_i + \lambda_i)Y - d_i &= v_i, \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (21)$$

条件方程以 $w_i = \frac{1}{\varepsilon_{d_i}^2}$ 加权, 利用最小二乘法解出 (X、Y)

2. 待测站点位误差计算

由 (19) 式可见, 测定待测站点位的误差是由于测定 λ_i 平面的误差引起的, 具体地表现为 d_i 的误差

$$\begin{aligned} \text{令} \quad \varepsilon_i^2 &= \frac{1}{\sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)} \varepsilon_{d_i}^2 = \frac{1}{\sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)} D_i^2 \sigma_{\Delta \lambda_i \cos \psi_i}^2, \\ i &= 1, 2. \end{aligned} \quad (22)$$

可以认为, ε_1 和 ε_2 是相互独立的, 因此, 根据误差传播定律, 有

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{L\cos B}^2 & \varepsilon_{L\cos B \cdot B} \\ \varepsilon_{B \cdot L\cos B} & \varepsilon_B^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_2 & \cos \alpha_1 \\ \sin \alpha_2 & \sin \alpha_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1^2 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha_2 & \sin \alpha_2 \\ \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \end{pmatrix}. \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{平面位置总误差为 } m &= \pm \sqrt{\varepsilon_{L\cos B}^2 + \varepsilon_B^2}, \\ \text{纬度误差为 } m_B &= \pm \sqrt{\varepsilon_B^2}, \\ \text{经度误差为 } m_L &= \pm \sqrt{\varepsilon_{L\cos B}^2 / \cos B}, \\ \text{相关系数为 } \rho &= \frac{\varepsilon_{L\cos B \cdot B}}{\sqrt{\varepsilon_{L\cos B}^2} \sqrt{\varepsilon_B^2}} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

如果已知站有 n 个, 则条件方程以 $w_i = \frac{1}{\varepsilon_{d_i}^2}$ 加权, 并以惯常的方法求出协差阵, 即以法方程系数矩阵的逆矩阵为权倒数矩阵, 再乘以单位权方差即得协差阵。

四、观测的外符合精度

解出弦方向后最后得出的残差, 可以认为是由于观测误差引起的, 由(8)式可得,

$$\sin \beta_i \Delta r_{A_i}^* + \sin \gamma_i \Delta r_{B_i}^* = v_i; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (25)$$

由于方程个数有 n 个, 未知数却有 $2n$ 个, 由(25)式无法解出观测误差 $\Delta r_{A_i}^*$ 和 $\Delta r_{B_i}^*$. 但是, 如果 $\Delta r_{A_i}^*$ 和 $\Delta r_{B_i}^*$ 是相互独立的, 则可将误差方程(25)式变成方差方程
即有

$$\sin^2 \beta_i \sigma_{A_i}^{*2} + \sin^2 \gamma_i \sigma_{B_i}^{*2} = \sigma_0^2 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (26)$$

其中, $\sigma_{A_i}^{*2}$ 和 $\sigma_{B_i}^{*2}$ 为 A 、 B 两站垂直于同步平面分量的观测方差, 而根据残差和中误差关系的讨论^[3], σ_0^2 就是解算(6)式的单位权方差. 这样, 就把未知数的个数压缩到 2 个, 按最小二乘法就可解出 $\sigma_{A_i}^{*2}$ 和 $\sigma_{B_i}^{*2}$. 假定垂直于同步平面的分量的方差同平行于同步平面的分量的方差相同, 则可求得观测的总方差 σ_A^2 和 σ_B^2 :

$$\text{即} \quad \sigma_A^2 = 2\sigma_{A_i}^{*2}, \quad \sigma_B^2 = 2\sigma_{B_i}^{*2}. \quad (27)$$

σ_A 、 σ_B 即代表 A 、 B 两站的同步观测外符合中误差. 如观测站有 n 个, 亦可如法处理.

值得注意的是 $\sigma_{A_i}^{*2}$ 、 $\sigma_{B_i}^{*2}$ 均为正值, 而且不能大于某个限值 K , 因此, (26)式应写成

$$\begin{cases} \sin^2 \beta_i \sigma_{A_i}^{*2} + \sin^2 \gamma_i \sigma_{B_i}^{*2} = \sigma_0^2, \\ 0 \leq \sigma_{A_i}^{*2} \leq K, \\ 0 \leq \sigma_{B_i}^{*2} \leq K. \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (28)$$

事实上, 这是求残差平方和为最小值的 $\sigma_{A_i}^{*2}$ 和 $\sigma_{B_i}^{*2}$. 如用普通最小二乘法解算得出 $\sigma_{A_i}^{*2}$ 和 $\sigma_{B_i}^{*2}$ 为负的结果, 则应采用优选法解算.

对于其它的同步观测的站对, 同样有上列方程组, 但对某确定站, 其方差只有一个, 因此, 可以合在一起解算.

表 1 列出我国某三站对 pageos 卫星照相观测底片处理的中误差平均值, 和用(26)式与(27)式算得的同步观测的外符合中误差. 由表可见, 后者比前者略大一些, 但相差很小, 这说明, 观测结果没有显著的系统差, 更进一步表明了观测结果的可靠性.

表 1

精 度 \ 测 站	A	B	C
底片处理的中误差平均值	1''00	1''04	1''49
同步观测的外符合中误差	1''55	2''21	1''49

五、结果和讨论

利用我国某三站对 pageos 卫星的照相同步观测资料 (A-C29 对同步资料, B-C44 对同步资料) 分别按本方法与同步平面相交法(加高程约束)计算了某一待测站的经纬度, 其精度列于表 2。

表 2

方 法	w	m_L	m_B	$m_{L\cos B}$	m	ρ	$m(M)$
本 方 法	w_1	0''148	0''174	0''141	0''224	-0.517	6.931 米
	1	0''248	0''263	0''238	0''354	-0.727	10.952 米
同步平面 相 交 法	w_1	0''201	0''229	0''192	0''299	-0.661	9.248 米

由表 2 可见, 利用本方法计算待测站经纬度, 精度要比同步平面相交法高。如果同步平面相交法不加高程约束, 则精度相差还要大一些。同时, 采用 w_1 加权, 可以提高结果的精度。

本方法只用于测定某待测站经纬度, 而没有解决高程的计算问题, 我们认为, 高程可以与经纬度分开处理, 解算高程时, 以 w_ϕ 加权是合适的。此外, 本方法不适用于几何卫星大地测量的网状整体平差, 但是, 直接利用站间坐标系的 λ 和 ϕ 两分量, 也许是有益的。

本文经过紫台人卫室讨论, 不少同志提出许多宝贵意见。例如, 童傅同志和吴连大同志曾提出高程约束求待测站坐标的方法, 对本文的产生有一定的促进作用; 吴连大同志曾仔细审核本文并对本文的计算工作给予具体的帮助。此外, 唐述钊教授, 卢福康教授, 唐昌先教授和张瑞华同志等都提出很好的意见, 作者谨致深切的谢意。

参 考 文 献

- [1] G. Karsky et al., "The determination of the coordinates of station 1147 at Ondřejov" Space Research XV.
- [2] L. Aardoom, A. Girnius, and G. veis: "Geometric methods" SAO SR 200 1. 63—77.
- [3] A. A. Clifford: "Multivariate Error Analysis".
- [4] K. Lamback: "Optimum station-satellite configuration for simultaneous observations to satellites" SAO SR 231.

A METHOD FOR COMPUTING LONGITUDE AND LATITUDE OF STATION WITH SATELLITE SIMULTANEOUS OBSERVATIONS

HUANG KUN-YI, ZHOU XIONG

(Purple Mountain Observatory, Academia Sinica)

Abstract

In this paper a method for computing longitude and latitude of station with satellite simultaneous observations is suggested. On account of difficulty to determine station height exactly with simultaneous observations and with reference to the method to determine the height and coordinates of surface separately in Geodesy, λ components of directions between stations in the station-station coordinate systems are used to determine longitude and latitude of a station. The way to take the weight in computation is also for the best determination of λ component. The result proves that the method is better than usual method of directions crossing or synchronization planes crossing.

In addition, methods to check the simultaneous data and to analyse the accuracy of external consistency with variance equations are presented too.

利用上海天文台丹容等高仪 1965—1972 年的观测结果确定星位改正*

中国科学院上海天文台一室等高仪组

提 要

用上海天文台丹容等高仪的观测结果改进星表,主要包括根据观测资料计算了 92 颗恒星的个别位置改正 $\Delta\alpha$ 和 $\Delta\delta$, 以及某些赤纬区域的系统改正 $(\Delta\alpha)_s$ 和 $(\Delta\delta)_s$, 并且分析了一些仪器误差对确定星位改正的影响。

一、仪器和观测纲要

1958 年开始,上海天文台使用丹容等高仪(No.14)进行时间和纬度的常规测定工作。仪器的位置如下:

$$\lambda = 8^{\text{h}}05^{\text{m}}42^{\text{s}}.534 \text{ E},$$

$$\varphi = 31^{\circ}11'25''.0 \text{ N}.$$

时间记录系统在 1970 年以前采用印字计时仪,后来采用电子计数器,精度为 0.0002。

观测纲要全部采用 FK₄ 星,共 270 颗,其中 92 颗恒星两次过等高圈。全部恒星分成 12 个星组,每组星数约 30 颗左右,每一星组观测约二小时,连锁观测,每月 7 日换组。为了减小周日光行差的影响,使每晚观测的两组的月平均观测时刻对称于子夜。这个纲要主要是为了测时目的编选的,测纬的权重较小,两者权重之比为 1.6。这个纲要对确定星位改正是不利的,因为两次过等高圈的恒星少,大距附近两次过等高圈的恒星更少。

1965—1972 年的 8 年期间,共有 11 位观测者测了 1980 组。如果某一次观测的星数少于 20 颗,或一组星的单星误差大于 $\pm 0''.40$,这组结果就不采用。

二、基本方法

计算星位改正的方法,基本上采用 B. Guinot 提出的方法^[1],但考虑了温度对等高仪稜镜棱角变化的影响。

一组观测的条件方程式为:

$$15 \cos \phi \cdot \sin A_i \cdot x + \cos A_i \cdot y - dz + \delta h_i = v_i. \quad (1)$$

式中, x 为主钟改正值, y 为纬度改正, dz 为天顶距改正, δh_i 由观测的记录时刻和恒星的列表位置计算得出。

计算时,先取近似值 x_0 和 y_0 ,然后再求出对它们的改正 Δx 和 Δy 。此时(1)式改写

* 1977 年 6 月 27 日收到,1977 年 11 月 7 日收到修改稿。

为:

$$15 \cos \varphi \cdot \sin A_i \cdot x_0 + \cos A_i \cdot y_0 + \delta h_i - dz + 15 \cos \varphi \cdot \sin A_i \cdot \Delta x + \cos A_i \cdot \Delta y = v_i, \quad (2)$$

令

$$a_i = dz - (15 \cos \varphi \cdot \sin A_i \cdot x_0 + \cos A_i \cdot y_0 + \delta h_i),$$

则(2)式变为:

$$15 \cos \varphi \cdot \sin A_i \cdot \Delta x + \cos A_i \cdot \Delta y - a_i = v_i. \quad (3)$$

式中,下标 i 表示某一颗星。对一次观测而言, a_i 值并不等于每颗星的残差 v_i 。若给出条件 $\Delta x \leq 0''.02$ 和 $\Delta y \leq 0''.02$, 再加上 Δx 和 Δy 的随机性,则在多次观测的情况下, a_i 值的平均值 $\bar{a}_i$ 可以认为等于一颗星的残差平均值 $\bar{v}_i$, 即有

$$\bar{v}_i = -\bar{a}_i. \quad (4)$$

它是能够代表一颗星的系统差的。 $-\bar{a}_i$ 值即为一颗星相对于一组星的平均点的系统误差。由于星等、光谱型和仪器方位的影响,会给 $-\bar{a}_i$ 带来系统误差,即所谓星等差 a_m , 光谱型差 a_{sp} 和方位差 a_A 。令这些误差对高度的改正表为 Δa_1 ,

$$\Delta a_1 = \Delta a_m + \Delta a_{sp} + \Delta a_A. \quad (5)$$

又由于各个星组的平均点不同,需要利用同一夜晚同一观测者两组观测结果的组间差来求出各个星组的平均点之差,扣去闭合差,用通常的链锁法求出各个星组的改正值 du 、 $d\varphi$ 和 ddz , 然后根据每颗星的方位角,由下式:

$$15 \cos \varphi \cdot \sin A_i \cdot du + \cos A_i \cdot d\varphi - ddz = \Delta a_2 \quad (6)$$

求出每颗星相对于一个总的平均点的系统改正 Δa_2 , 则值

$$a'_i = -\bar{a}_i + \Delta a_{i1} + \Delta a_{i2} \quad (7)$$

可以认为是由 FK₄ 星表的星位误差 $\Delta\alpha$ 和 $\Delta\delta$ 所引起的。

每颗星的赤经误差 $\Delta\alpha$ 和赤纬误差 $\Delta\delta$ 对其高度的影响为

$$d(\delta h_i) = -15 \cos \varphi \cdot \sin A_i \cdot \Delta\alpha_i + \cos q_i \cdot \Delta\delta_i. \quad (8)$$

式中 q_i 为 i 颗星的星位角。

若把 a'_i 看成是这种影响的结果,则有:

$$d(\delta h_i)_E = a'_{iE} + |\sin A_i| \cdot \xi + \cos A_i \cdot \eta - \zeta = 15 \cos \varphi \cdot |\sin A_i| \cdot \Delta\alpha_i - \cos q_i \cdot \Delta\delta_i \quad (9)$$

$$d(\delta h_i)_W = a'_{iW} - |\sin A_i| \cdot \xi + \cos A_i \cdot \eta - \zeta = -15 \cos \varphi \cdot |\sin A_i| \cdot \Delta\alpha_i - \cos q_i \cdot \Delta\delta_i \quad (10)$$

式中,下标 E 和 W 分别表示一颗星东面和西面过等高圈的观测; ξ 、 η 、 ζ 分别表示为春分点和赤道面的误差。

对二次过等高圈的同一颗恒星,可有:

$$a'_{iE} + a'_{iW} + 2(\cos A_i \cdot \eta - \zeta) = -2 \cos q_i \cdot \Delta\delta_i \quad (11)$$

$$a'_{iE} - a'_{iW} + 2|\sin A_i| \cdot \xi = 30 \cos \varphi \cdot |\sin A_i| \cdot \Delta\alpha_i \quad (12)$$

由此:

$$\Delta\delta_i = -\frac{a'_{iE} + a'_{iW}}{2 \cos q_i} - \frac{\cos A_i \cdot \eta - \zeta}{\cos q_i} \quad (13)$$

$$\Delta\alpha_i = \frac{a'_{iE} - a'_{iW}}{30 \cos \varphi \cdot |\sin A_i|} + \frac{1}{15} \sec \varphi \cdot \xi \quad (14)$$

对一次过等高圈的某一恒星,则有

$$\Delta\delta_i = -\frac{a'_{iE}}{\cos q_i} + \frac{15 \cos \varphi \cdot |\sin A_i|}{\cos q_i} \cdot \Delta\alpha_i, \quad (15)$$

$$\Delta\delta_i = -\frac{a'_{iW}}{\cos q_i} - \frac{15 \cos \varphi \cdot |\sin A_i|}{\cos q_i} \cdot \Delta\alpha_i; \quad (16)$$

和

$$\Delta\alpha_i = \frac{a'_{iE}}{15 \cos \varphi \cdot |\sin A_i|} + \frac{\cos q_i}{15 \cos \varphi \cdot |\sin A_i|} \cdot \Delta\delta_i, \quad (17)$$

或

$$\Delta\alpha_i = -\frac{a'_{iW}}{15 \cos \varphi \cdot |\sin A_i|} - \frac{\cos q_i}{15 \cos \varphi \cdot |\sin A_i|} \cdot \Delta\delta_i. \quad (18)$$

若给定了 $\Delta\alpha$ 一定的误差范围,则可求出 $\Delta\delta_i$; 同样,若给定了 $\Delta\delta$ 一定的误差范围,则可求出 $\Delta\alpha_i$.

利用丹容等高仪的观测结果还可以求得星表某些区域的系统改正 $(\Delta\alpha)_s$ 和 $(\Delta\delta)_s$ [2]. 将所有在纲要中观测的恒星按赤纬分带,在同一个区域内,按东、西星来统计残差 a'_i 的平均值 $\bar{a}'_E$ 和 $\bar{a}'_W$. 在同一赤纬区,东、西星的赤纬平均值接近相等,用 $\bar{\delta}$ 表示,可以算出 $(\Delta\alpha)_s$ 和 $(\Delta\delta)_s$:

$$(\Delta\alpha)_s = \frac{\bar{a}'_E - \bar{a}'_W}{30 \cos \varphi \cdot |\sin \bar{A}|} + \frac{1}{15} \sec \varphi \cdot \xi, \quad (19)$$

$$(\Delta\delta)_s = -\frac{\bar{a}'_E + \bar{a}'_W}{2 \cos \bar{q}} - \frac{\cos \bar{A} \cdot \eta - \zeta}{\cos \bar{q}}. \quad (20)$$

三、组内系统改正

1. 统计残差的平均值 $\bar{a}_i$

对 1965—72 年观测的每一颗星的残差 $a_{i,j}$ 取平均,得

$$\bar{a}_i = \frac{\sum_{j=1}^n a_{i,j}}{n}, \quad (21)$$

并算出了它们的均方差:

$$M_{a_i} = \pm \sqrt{\frac{(a_{i,j} - \bar{a}_{ij})^2}{n(n-1)}}, \quad (j = 1, 2, \dots, n). \quad (22)$$

结果列于表 1.

2. 残差平均值 $\bar{a}_i$ 与组内修平值 Δh_i 的关系

为了减小观测的均方差,并使有缺星的观测星组求出来的 x 、 y 和 dz 能够保持在完整组的系统内,归算必须加上组内修平值,使结果不受星位误差的影响. 反过来,在求星位改正时,必须在残差平均值上加进组内修平值. 我们这次是采用 1961—64.5 年的资料计算的组内修平值 Δh_i .

表1 每颗星的残差平均值 $\bar{a}_i$ 及其均方差 M_{a_i} (单位: 0."01)

序 号	0 ^h	2 ^h	4 ^h	6 ^h	8 ^h	10 ^h	12 ^h	14 ^h	16 ^h	18 ^h	20 ^h	22 ^h
	$\bar{a}_i M_{a_i}$	$\bar{a}_i M_{a_i}$	$\bar{a}_i M_{a_i}$	$\bar{a}_i M_{a_i}$	$\bar{a}_i M_{a_i}$	$\bar{a}_i M_{a_i}$	$\bar{a}_i M_{a_i}$	$\bar{a}_i M_{a_i}$	$\bar{a}_i M_{a_i}$	$\bar{a}_i M_{a_i}$	$\bar{a}_i M_{a_i}$	$\bar{a}_i M_{a_i}$
1	9±2.4	4±1.8	3±2.0	5±1.8	-6±3.4	-4±3.1	4±3.1	6±3.5	-5±3.0	0±2.3	-4±1.8	2±3.2
2	0 1.6	5 2.0	3 1.6	-4 1.6	-2 2.7	-2 2.5	2 4.0	-6 4.3	-8 3.2	-3 2.1	-4±1.8	9 2.1
3	0 2.0	6 1.5	6 1.8	-7 1.9	-8 2.7	-2 3.0	0 3.3	-4 3.4	-4 3.0	0 2.1	-2 1.5	4 1.6
4	1 1.5	-3 1.8	0 1.7	2 2.1	-0 2.4	-6 2.1	7 3.6	4 3.3	-5 2.2	5 2.5	-1 1.8	-4 2.1
5	-4 1.7	-2 1.2	4 1.4	-4 1.8	-2 1.6	-1 2.5	-3 3.6	6 3.8	-9 2.3	-4 1.9	-4 1.5	-2 1.5
6	-10 2.1	1 1.4	4 1.2	5 1.6	1 1.6	2 2.3	4 3.6	-6 3.1	2 2.2	-6 2.4	2 1.5	-4 1.7
7	1 1.3	1 1.3	4 1.5	4 2.3	2 2.0	-10 2.8	-6 3.9	-0 4.4	-4 2.5	-4 1.7	-4 1.3	-8 1.8
8	6 1.2	-8 1.7	9 1.6	0 1.3	-2 2.1	8 2.3	-4 3.2	-4 2.8	-2 2.8	0 2.3	1 1.6	-3 2.1
9	-2 1.3	-4 1.4	-4 1.5	3 1.4	8 2.4	-3 2.1	3 2.6	-4 3.2	7 2.3	-6 1.8	0 1.6	-2 1.9
10	-1 1.3	-2 1.2	-6 2.3	-8 1.6	-4 3.0	-2 3.2	-2 2.7	-6 3.8	0 2.1	-8 2.2	0 2.0	0 2.6
11	2 1.1	0 1.3	4 2.1	2 1.6	4 2.5	0 2.5	8 2.2	-3 4.3	11 3.7	2 1.6	-2 1.6	-4 1.8
12	-8 2.1	-2 1.5	-2 2.0	2 1.8	2 2.0	-4 1.5	-6 2.5	-4 3.0	-3 3.0	11 2.1	-2 1.5	-2 1.8
13	3 1.4	6 1.8	1 1.3	1 1.2	1 2.4	10 3.2	-6 2.3	5 3.4	2 2.0	-4 1.9	-2 1.6	4 1.7
14	-5 1.5	0 1.6	-4 2.1	-2 2.3	0 2.3	4 1.9	4 2.9	6 3.4	0 2.8	-3 3.1	0 1.4	2 2.2
15	-2 1.2	1 1.8	-2 1.6	-2 1.7	4 2.0	0 2.8	4 2.4	-4 2.6	4 3.1	4 2.0	3 2.4	4 1.4
16	-2 1.3	4 1.4	-8 2.3	-6 1.4	-6 2.3	6 2.6	2 2.8	-3 2.6	4 2.2	1 2.0	10 1.7	3 1.2
17	-1 1.5	-2 1.7	-6 1.3	4 1.5	-2 2.6	-2 4.0	-4 4.1	-7 2.8	2 2.4	-3 2.3	-4 2.0	-6 1.9
18	13 1.1	1 1.8	-6 1.3	-6 1.3	10 2.9	-2 2.3	-1 3.3	1 2.6	3 2.9	0 1.9	-6 2.2	-2 2.7
19	-8 2.0	4 2.1	-2 1.5	-8 2.1	-2 2.1	0 2.1	4 2.5	2 4.3	2 2.0	-4 1.9	0 1.7	-2 1.8
20	-9 1.2	-2 1.6	-4 1.5	0 1.8	-3 3.0	4 2.0	-4 3.6	2 3.4	-1 2.0	-2 3.0	-2 1.5	-2 1.6
21	2 1.2	2 1.3	-5 1.5	-12 1.6	2 2.6	-2 1.8	-2 2.5	3 3.0	-4 2.4	0 2.1	-2 1.4	2 1.4
22	3 1.2	-5 1.4	-4 1.3	7 1.8	0 2.1	-2 2.5	-6 3.3	2 2.3	-4 2.2	2 1.7	-2 1.9	2 1.6
23	-10 1.7	0 1.3	-2 1.6	0 1.8	-3 3.7	-3 1.8	2 2.6	1 2.8	8 3.4	4 1.6	-2 2.2	-4 1.8
24	-4 1.3	4 1.2	-10 2.7	2 1.6	-14 3.0	-1 1.9	2 3.3	-4 2.5	-2 3.4	-4 1.3	-7 2.1	-2 1.8
25	-2 1.4	-6 1.4	-2 1.6	2 1.6	0 1.9	0 2.8	2 2.4	-2 2.7	-8 2.7	0 2.1	0 1.4	1 1.5
26	4 1.7	9 1.6	-5 2.0	6 1.6	-11 2.0	-2 1.8	-12 2.4	4 3.4	-2 2.6	4 4.1	-2 1.6	4 1.6
27	9 1.4	-5 1.6	-3 1.7	-2 1.6	-1 1.7	-2 2.3	0 3.6	0 3.0	-6 2.6	-2 2.0	-2 1.6	-8 1.7
28	2 1.3	-10 1.8	5 1.8	-11 1.9	-5 2.5	-6 2.6	4 2.6	0 3.1	0 3.8	-4 3.0	5 1.6	-3 1.6
29	-1 1.4	-7 2.0	2 1.3	4 1.6	-2 2.3	3 3.3	-5 2.1	2 2.8	-3 2.8	3 2.3	5 2.4	-8 1.8
30	-6 1.6	-6 1.6	-2 1.3	4 1.8	14 2.5	-6 2.7	-6 2.7	-2 4.0	-2 4.0	4 2.2	-3 1.3	-5 1.9
31				0 2.0	-2 2.2	0 2.8	0 2.8	0 3.4			-2 2.0	
32				-4 2.0								
33				12 2.1								

3. 光行差常数改变 ΔK 对残差平均值的影响

从 1973 年年初开始,在我国的时间和纬度工作中采用了新的周年光行差常数 20''496. 周年光行差对恒星赤道坐标的影响为

$$\Delta\alpha = -k \cos \lambda_{\odot} \cos \varepsilon \cos \alpha \sec \delta - k \sin \lambda_{\odot} \sin \alpha \sec \delta = Cc + Dd,$$

$$\Delta\delta = -k \cos \lambda_{\odot} \cos \varepsilon (\tan \varepsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta) - k \sin \lambda_{\odot} \cos \alpha \sin \delta = Cc' + Dd',$$

其中

$$C = -k \cos \lambda_{\odot} \cos \varepsilon, \quad D = -k \sin \lambda_{\odot}.$$

k 为周年光行差常数,现在增加了 $\Delta K = 0''.026$, 引起 $\Delta\alpha$ 和 $\Delta\delta$ 的变化为

$$\delta(\Delta\alpha) = \Delta C \cdot c + \Delta D \cdot d,$$

$$\delta(\Delta\delta) = \Delta C \cdot c' + \Delta D \cdot d'.$$

由此星位置误差的变化引起等高观测误差方程式中 δh 的变化为

$$\delta(\delta h') = -15 \cos \varphi \sin A_i \delta(\Delta\alpha) + \cos q_i \delta(\Delta\delta).$$

用最小二乘法解这个误差方程式,可得:

$$15 \cos \varphi \sin A_i \Delta x' + \cos A_i \Delta y' - \Delta dz' + \delta(\delta h'_i) = -\Delta a_{\Delta K}.$$

这里, $\delta(\delta h'_i)$ 为已知量, $\Delta x'$ 、 $\Delta y'$ 和 $\Delta dz'$ 即为 ΔK 对时间、纬度和天顶距改正的影响,而 $\Delta a_{\Delta K}$ 为对每颗星的影响。

经过具体计算,对每颗星的影响最大可达 $\pm 0''.005$; 但对大多数星而言,这个值在 $\pm 0''.003$ 以下. 在每颗星的残差平均值上加进这个改正量以后,即已把所有的观测都化到新的光行差常数系统。

4. 星序改正

在统计残差时,发现每组星的残差平均值存在着一种随时间变化的系统变化,它可能反映了等高仪棱镜棱角的变化. 在用最小二乘法求 x 、 y 和 dz 时,我们假定 dz 为常数,即在观测一个星组的过程中,假定仪器的棱角不变. 但实际上是变化的,这种仪器误差在残差中是应该有反映的。

在对每颗星的残差平均值作了 Δh_i 、 $\Delta a_{\Delta K}$ 和 $\Delta a_{B(z)}$ 的改正以后,对全部星组按观测次序取平均,其中去掉了 $\bar{a}_i > 0''.24$ 的星(可以认为主要由星位误差所引起). 然后用三点移动平均的方法平滑,按观测次序用平滑值点图如图 1. 再用一元回归分析方法解出平滑值与观测时刻 t 的关系:

$$\Delta a_N = 0''.0068 + 0''.0005/\text{分} \times (t - 60\text{分}). \quad (23)$$

式中,60 分钟为一组星的中央时刻。

利用(23)式对每个星组的每一颗星进行改正。

5. 星等改正问题

用经过星序改正后的每颗星的残差平均值 $\bar{a}_{ii}$, 按星等区间取平均. 为了避免有的区间内星数太少,适当考虑了星等区间的取法使各个区间内的星数大致相等,并保证有足够的数量,统计结果见表 2, 并绘图如图 2. 由表可见,亮星和暗星的观测误差相差较大,但系统差不明显. 因此未作星等改正,即公式(5)中的 $\Delta a_m = 0$.

6. 光谱型改正问题

用经过星序改正后的每颗星的残差平均值 $\bar{a}_{ii}$ 按光谱型取平均,统计结果见表 3, 并