普通高等教育“十五”国家级规划教材辅导用书

Digital Circuit and Logic Design

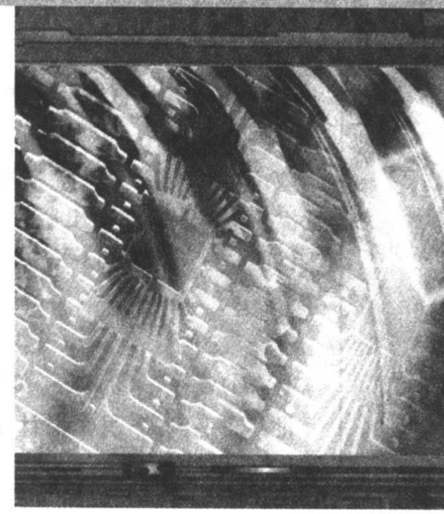
数字电路与逻辑设计

学习指导与题解

曹汉房　主编

华中科技大学出版社
http://press.hust.edu.cn

普通高等教育"十五"国家级规划教材辅导用书



Digital Circuit and Logic Design

数字电路与逻辑设计

学习指导与题解

曹汉房　主编

曹汉房　黄瑞光　王新民　王颖倩　鲁　放　姚晓东　编著

华中科技大学出版社
http://press.hust.edu.cn

图书在版编目(CIP)数据

数字电路与逻辑设计学习指导与题解/曹汉房　主编
武汉:华中科技大学出版社,2005年4月
ISBN 7-5609-3353-X

Ⅰ.数…
Ⅱ.①曹…　②黄…　③王…　④王…　⑤鲁…　⑥姚…
Ⅲ.数字电路-逻辑设计-高等学校-教学参考资料
Ⅳ.TN79

数字电路与逻辑设计学习指导与题解　　　　曹汉房　主编

责任编辑:沈旭日　　　　封面设计:潘　群
责任校对:陈　骏　　　　责任监印:熊庆玉

出版发行:华中科技大学出版社
武昌喻家山　邮编:430074　电话:(027)87557437

录　排:华中科技大学惠友文印中心
印　刷:湖北新华印务有限公司

开本:787×1092　1/16　　印张:16　　字数:354 000
版次:2005年4月第1版　　印次:2005年4月第1次印刷　　定价:22.00元
ISBN 7-5609-3353-X/TN·86

内容提要

本书主要是为配合曹汉房主编的普通高等教育“十五”国家级规划教材《数字电路与逻辑设计》(第四版)而编写的教学参考书。

与教材配套，全书共有 10 章：逻辑函数、集成逻辑门、组合逻辑电路、集成触发器、时序逻辑电路、硬件描述语言、半导体存储器、可编程逻辑器件、脉冲单元电路和模/数及数/模转换技术。针对各章有系统小结，指出知识点与难点；典型例题和考研试题解析，典型例题是从一些经典教材（如康华光主编的《电子技术基础·数字部分》(第四版)、曹汉房主编的《数字电路与逻辑设计》(第四版)）中精选出来的，考研试题则是从部分重点院校（1981～2003 年）考研试题中筛选出来的；习题全解，详细解答曹汉房主编的《数字电路与逻辑设计》(第四版)中的习题。对于难于理解的题给出题意分析或提示；对某些有代表性的题则给出多种解题方法并加以点评；对于解题过程中易出现错误的题给出了谬误分析；对于某些技巧性强的题则给出解题技巧分析。

本书有助于读者建立清晰的解题思路，提高分析问题和解决问题的能力；可作为理工院校大学生和其他层次高等学校学生及自学者的教学参考书，也可供攻读硕士研究生的考生和相关工程技术人员参考。

前　言

“数字电路与逻辑设计”是诸多后续课程的基础，是理工院校电子类学科的一门重要技术基础课程，同时也是非电类学科的必修课程．因此，在硕士研究生入学考试中，本课程被许多学科列为必考科目。

为了帮助学习本课程的大学生和准备攻读硕士研究生的考生，巩固和加深对基本内容、基本概念、基本方法的理解与应用，建立清晰的解题思路，提高解题的能力与技巧。作者依据教育部颁发的《数字电路与逻辑设计课程基本要求》和硕士研究生入学考试的基本要求；针对作者在长期教学实践中发现学生在课程结业考试和硕士研究生入学考试中所出现的问题编写了本书。

本书是为配合曹汉房主编的普通高等学校“十五”国家级规划教材《数字电路与逻辑设计》（第四版）而编写的教学参考书．对教材的各章内容进行了系统的小结，指出了知识点与难点；对各章习题给出了详尽解答；在此基础上，对典型例题和考研试题进行了重点解析．典型例题是从现行教科书（如曹汉房主编的《数字电路与逻辑设计》（第四版）；康华光主编的《电子技术基础·数字部分》（第四版）中精选出来的；而考研试题是选自部分重点院校 1981—2003 年的考研试题．主要是选择那些基础型、概念型、实用型、逻辑技巧型和综合应用型的例题、试题；而对繁题、偏题和怪题则避免选用．书中，对难于理解题意的例题、试题进行了题意分析，指出解题思路；对某些有代表性的例题、试题给出了多种解题方法和点评，供读者参考；对某些例题、试题中常见错误进行了谬误分析；对某些技巧性的例题、试题进行了解题技巧分析。

本书附录中选编了部分重点大学近 4 年（1999—2002）的考研试卷．由于各校考试科目、试卷分值、逻辑符号不尽相同，所以除图号、表号统一编序之外，均保留原试卷风貌．对个别试题不确切之处，作者另附有注解说明．其中，部分有代表性的常见题型在相应章节中作出了详细解析。

本书由曹汉房主编，负责全书的策划与统审定稿工作．执笔分工如下：第 6 章由黄瑞光执笔；第 1、10 章由王新民执笔；第 2、9 章由王颖倩执笔；第 7、8 章由曹汉房执笔；第 3、4 章由曹汉房和姚晓东执笔，第 5 章由曹汉房和鲁放执笔。

对本书选用参考资料的著作者我们真诚地表示感谢；对帮助和支持本书出版的华中科技大学出版社以及编审、责任编辑、校对、发行等广大员工也表示衷心感谢。

由于作者水平有限，错谬之处在所难免，恳请读者批评指正。

作　者

2004 年 6 月

目 录

第1章 逻辑函数

1.1 知识点与难点

1. 数的表示方法及数制转换方法

(1) 位置记数法和多项式表示法

任何一个由 n 位整数和 m 位小数组成的任意进制(简称 R 进制)数，都可以用位置记数法和多项式表示法来表示。这里要注意其中的两个基本要素，即基数和位权值。

(2) 数制转换

(a) 任意进制数转换为十进制数的方法：对于任意进制数，依据多项式表示法按位权值展开，即可得到十进制数。

(b) 十进制数转换为任意进制数的方法：设十进制数由 n 位整数和 m 位小数组成。整数采用基数除法、小数采用基数乘法分别进行转换，然后用小数点“.”将它们合起来就可得到 R 进制数。

(c) 二进制数与八(十六)* 进制数之间的转换方法：首先，整数由小数点向左每 3(4)位为一组，最后不足 3(4)位者补 0，小数则由小数点向右每 3(4)位为一组，最后不足 3(4)者补 0；然后，将每一组 3(4)位二进制数用相应的八(十六)进制数代替即完成转换。

(3) 转换精度

十进制数转换为二进制数(或其他进制数)时有转换精度指标。转换精度取决于二进制数的小数的位数，故应依据转换精度要求来确定小数的位数(参见例 1.2.2)。

2. 代数法化简逻辑函数

(1) 化简准则

(a) 将逻辑函数化简为与或式(或与式)的要求是与(或)项最少。

(b) 在满足第(a)条的条件下，要求每个与(或)项的变量数最少。

(2) 3 个基本运算(代入、反演、对偶)规则

这 3 个基本运算的应用及注意事项参见题 1.3.8。

(3) 添加项和添加项消除规则及其应用

(a) 添加项规则：如果两个乘积项中分别包含一个变量及其反变量，则用它们的系数组成一个新乘积项加入原函数不会改变函数之值。

---

* 本书采用两种类似的定义或叙述合为一句或一段文字描述的表示方法。

(b) 添加项消除规则：若函数中的某个与项是另外两个与项的添加项，则可把该与项从函数中消除。

在逻辑函数化简中，可先利用添加项规则增加一些添加项，然后利用添加项消除规则，删除某些与项以达到化简之目的(参见例 1.2.3～例 1.2.6)。

(4) 逻辑命题正确性的判断

采用数学中的“穷举法”，令变量 A 在为 **0** 或 **1** 两种取值时，判定逻辑命题是否正确(参见例 1.2.9)。

3. 卡诺图及其应用

(1) 卡诺图的构成及性质

(a) 卡诺图中变量排列应符合循环码规则，即相邻最小项(相邻单元)所对应的与项只有一个变量是反相的。

(b) 相邻最小项(最大项)及相邻合并圈的构成方法参见教材 1.4.2 节。

(c) 对于 n 变量的卡诺图，任何一个最小项 m_i 都有 n 个相邻最小项。除了几何位置相邻者之外，同纵、横轴对称的最小项也是相邻最小项。

(2) 已知逻辑函数，如何填写卡诺图

一般有列真值表法、逻辑函数标准型法、观察法等。其中以观察法较为简便，可以免去列表或将函数展开为标准型等烦琐过程(参见例 1.2.16、例 1.2.22)。

(3) 已知卡诺图，如何化简逻辑函数

(a) 在逻辑函数 F 的卡诺图上对 **1(0)**画合并圈，可得 F 的最简与或(或与)式，每一个合并圈就是一个与(或)项。它们的构成方法是，若变量为 **0(1)**者，则取其反变量；变量为 **1(0)**者，则取其原变量构成与(或)项。所有与(或)项之和(积)便是最简与或(或与)式。

(b) 在 F 的卡诺图上，对 **0** 画合并圈可得 $\overline{F}$ 的与或式，其与项构成方法同(a)。由此便可得到 F 的与或非表达式(参见例 3.2.1)。

(c) 化简准则：在覆盖全部 **1(0)**的条件下，合并圈最少，每个合并圈最大；在含有无关最小项ϕ的卡诺图中应充分利用ϕ的随意态特性，使其化简结果最佳(参见例 1.2.7、例 1.2.23)。

(4) 卡诺图的灵活运用

(a) 证明两个函数相等或互补(参见例 1.2.5)。

(b) 求两个函数之和、两个函数之积、两个函数的异或、两个函数的同或运算等(参见例 1.2.8)。

(c) 多输出函数化简(参见例 1.2.10)。

1.2 典型例题和考研试题解析

例 1.2.1 将十进制数$(1002.45)_{10}$转换为十六进制数。

解 **[解法 1]** 先将$(1002.45)_{10}$转换为二进制数，然后再将此二进制数转换为十六进制数。若要将十进制数转换为二进制数，则可采用基数乘、除法分别对整数和小数部分进行转换，即

		余数			取整	
2	1002			$0.45\times2=0.9$	0	b_{-1}
2	501	0	b_0	$0.9\times2=1.8$	1	
2	250	1		$0.8\times2=1.6$	1	
2	125	0		$0.6\times2=1.2$	1	
2	62	1		$0.2\times2=0.4$	0	⋮
2	31	0		$0.4\times2=0.8$	0	
2	15	1	⋮	$0.8\times2=1.6$	1	
2	7	1		$0.6\times2=1.2$	1	b_{-8}
2	3	1				
2	1	1				
	0	1	b_9			

因此
$$(1002.45)_{10}=(1111101010.01110011)_2=(3EA.73)_{16}$$

提示 二进制数转换为十六进制的方法参见 1.1 节之 1。

[解法 2] 采用基数(16)乘、除法，即

		余数		取整
16	1002		$0.45\times16=7.2$	7
16	62	10	$0.2\times16=3.2$	3
16	3	14	$0.2\times16=3.2$	3
	0	3	$0.2\times16=3.2$	3

因此
$$(1002.45)_{10}=(3EA.7333)_{16}$$

[解法 3] 整数转换可依据数值之特点，采用二进制数的加、减法获得。对于本例，则有

$$\begin{aligned}(1002)_{10}&=(1024-22)_{10}=(2^{10}-22)_{10}=(100\ 0000\ 0000-1\ 0110)_2\\&=(11\ 1110\ 1010)_2=(3EA)_{16}\end{aligned}$$

小数转换同[解法 2]或[解法 1]。

点评 因十进制数较大，故[解法 1]中基数乘、除法过程烦琐，[解法 2]的转换过程则较简便。对于某些十进制数可采用[解法 3]，甚至采用心算便可完成。例如，若要将$(1025.75)_{10}$转换为十六进制，则

$$(1025.75)_{10}=(2^{10}+1+2^{-1}+2^{-2})_{10}=(100\ 0000\ 0001.11)_2=(401.C)_{16}$$

例 1.2.2 将$(25.49)_{10}$转换为二进制数，要求转换精度为 1%。

题意分析 将十进制数转换为二进制数时，可能会出现有限的二进制数不能完全表示十进制数的情况，即转换存在误差，称为截断误差(剩余误差)。显然，截断误差由二进

制数小数的位数决定，所以本例应依据精度要求先确定小数的位数。

解 将$(25.49)_{10}$转换为二进制数的精度取决于二进制数小数部分的位数 m，即 m 应依据精度要求确定，令 $2^{-m} \leqslant 1\%$，则可得

$$m\lg 2 \geqslant \lg 100$$

所以，$m \geqslant 6.66$。取 $m=7$，则有

$$\begin{aligned}
0.49\times 2 &= 0.98 & a_{-1} &= 0\\
0.98\times 2 &= 1.96 & a_{-2} &= 1\\
0.96\times 2 &= 1.92 & a_{-3} &= 1\\
0.92\times 2 &= 1.84 & a_{-4} &= 1\\
0.84\times 2 &= 1.68 & a_{-5} &= 1\\
0.68\times 2 &= 1.36 & a_{-6} &= 1\\
0.36\times 2 &= 0.72 & a_{-7} &= 0
\end{aligned}$$

因此

$$(25.49)_{10} = (11001.0111110)_2$$

剩余误差为 $e < 2^{-7} \approx 0.7\%$。显然在允许的精度之内。

例 1.2.3 用代数法证明：$\overline{\bar{A}+C+D} \bullet \overline{(A+\bar{C})(\bar{A}+B)(\bar{B}+C)} = A\bar{C} + \bar{A}BD + \bar{B}CD$。

解 $\overline{\bar{A}+C+D} \bullet \overline{(A+\bar{C})(\bar{A}+B)(\bar{B}+C)} = A\bar{C} + D(\bar{A}C + A\bar{B} + B\bar{C})$

$$= A\bar{C} + \bar{A}CD + A\bar{B}D + B\bar{C}D$$

$$= A\bar{C} + \bar{A}CD + A\bar{B}D + B\bar{C}D + \bar{B}CD + \bar{A}BD \qquad \text{(添加项)}$$

$$= A\bar{C} + \bar{A}BD + \bar{B}CD \qquad \text{(添加项消除)}$$

提示 因为$\bar{B}CD$是$\bar{A}CD$和$A\bar{B}D$的添加项，$\bar{A}BD$是$\bar{A}CD$和$B\bar{C}D$的添加项，所以它们加入函数不会改变函数之值；由于$\bar{A}CD$是$\bar{B}CD$和$\bar{A}BD$的添加项，$B\bar{C}D$是$A\bar{C}$和$\bar{A}BD$的添加项，$A\bar{B}D$是$A\bar{C}$和$\bar{B}CD$的添加项，所以可以将其从函数中消除。

解题技巧分析 利用添加项规则先在函数中增加某个添加项(例如，$\bar{B}CD$、$\bar{A}BD$)，再利用添加项消除规则删除某些与项，可使函数简化。

例 1.2.4 用代数法化简逻辑函数：

(1) $F = A(A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+C+D)(E+\bar{C}\bar{D})$

(2) $F = AB + A\bar{C} + \bar{B}C + B\bar{C} + \bar{B}D + B\bar{D} + ADE(G+H)$

解(1) **[解法 1]** $F = A(A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+C+D)(E+\bar{C}\bar{D}) = \overline{\bar{A}+\bar{A}BC+A\bar{C}\bar{D}+\bar{E}\overline{\bar{C}\bar{D}}}$

$$= \overline{\bar{A}+\bar{C}\bar{D}+\bar{E}\overline{\bar{C}\bar{D}}} = \overline{\bar{A}+\bar{C}\bar{D}+\bar{E}} = AE(C+D) = ACE + ADE$$

[解法 2] $F' = A + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}CD + E(\bar{C}+\bar{D})$

$$= A + CD + \bar{C}E + \bar{D}E = A + CD + \bar{C}E + \bar{D}E + CE = A + CD + E$$

$$F = (F')' = A \bullet (C+D) \bullet E = ACE + ADE$$

提示 利用对偶规则先求函数的对偶式，再利用函数对偶式之对偶式仍等于函数的规则进行化简。

[解法 3]
$$\begin{aligned}\overline{F} &= \overline{A} + \overline{A}BC + A\overline{C}\,\overline{D} + \overline{E}(C + D)\\ &= \overline{A} + \overline{C}\,\overline{D} + C\overline{E} + D\overline{E} + \overline{C}\,\overline{E}\\ &= \overline{A} + \overline{C}\,\overline{D} + \overline{E}\end{aligned}$$
$$F = \overline{\overline{F}} = A(C + D)E = ACE + ADE$$

点评　简化或与式，采用[解法 2]可取得简化运算过程的效果。

解(2)　[解法 1]
$$\begin{aligned}F &= AB + A\overline{C} + \overline{B}C + B\overline{C} + \overline{B}D + B\overline{D} + ADE(H + G)\\ &= A\overline{\overline{B}C} + \overline{B}C + B\overline{C} + \overline{B}D + B\overline{D} + ADE(H + G)\\ &= A + \overline{B}C + B\overline{C} + \overline{B}D + B\overline{D}\\ &= A + \overline{B}C(D + \overline{D}) + B\overline{C} + \overline{B}D + B\overline{D}(C + \overline{C})\\ &= A + \overline{B}CD + \overline{B}C\overline{D} + B\overline{C} + \overline{B}D + BC\overline{D} + B\overline{C}\,\overline{D}\\ &= A + \overline{B}D + B\overline{C} + C\overline{D}(B + \overline{B}) = A + \overline{B}D + B\overline{C} + C\overline{D}\end{aligned}$$

[解法 2]
$$\begin{aligned}F &= A\overline{\overline{B}C} + \overline{B}C + B\overline{C} + \overline{B}D + B\overline{D} + ADE(H + G)\\ &= A + \overline{B}C + B\overline{C} + \overline{B}D + B\overline{D}\\ &= A + \overline{B}C + B\overline{C} + \overline{B}D + B\overline{D} + C\overline{D} &&\text{(添加项)}\\ &= A + \overline{B}D + B\overline{C} + C\overline{D} &&\text{(添加项消除)}\end{aligned}$$

提示　$C\overline{D}$ 是 $\overline{B}C$ 和 $B\overline{D}$ 的添加项；$\overline{B}C$ 是 $\overline{B}D$ 和 $C\overline{D}$ 的添加项、$B\overline{D}$ 是 $B\overline{C}$ 和 $C\overline{D}$ 的添加项，故可从函数中删除。

点评　[解法2]利用添加项规则先增加一项，构成的某些与项是它和另外一些与项的添加项，再将这些与项从函数中删除来达到化简之目的。比较两种解法，显然后者为佳。

例 1.2.5　证明：$A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{A}C = \overline{A}B + \overline{B}C + A\overline{C}$。

题意分析　题意未限制解题方法，故可借助真值表、卡诺图等工具，或者用代数法求解。

解　[解法 1]
$$\begin{aligned}A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{A}C &= A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{A}C + \overline{A}B + \overline{B}C + A\overline{C} &&\text{(添加项)}\\ &= \overline{A}B + \overline{B}C + A\overline{C} &&\text{(添加项消除)}\end{aligned}$$

提示　$\overline{A}B$ 是 $B\overline{C}$ 和 $\overline{A}C$ 的添加项，$\overline{B}C$ 是 $A\overline{B}$ 和 $\overline{A}C$ 的添加项，$A\overline{C}$ 是 $A\overline{B}$ 和 $B\overline{C}$ 的添加项，故可加入函数之中；$A\overline{B}$ 是 $\overline{B}C$ 和 $A\overline{C}$ 的添加项，$B\overline{C}$ 是 $\overline{A}B$ 和 $A\overline{C}$ 的添加项，$\overline{A}C$ 是 $\overline{A}B$ 和 $\overline{B}C$ 的添加项，故可从函数中删除。

[解法 2]　用真值表法证明。设
$$F = A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{A}C \qquad G = \overline{A}B + \overline{B}C + A\overline{C}$$
则可列出 F 和 G 的真值表，如表 1.2.1 所示。由表可见：ABC 的任何一组取值，函数 F 和 G 都具有相同的值。因此，$F = G$。

[解法 3]　用卡诺图法证明。用观察法画出 F 和 G 的卡诺图，如图 1.2.1 所示。由图可见：两张卡诺图的 0、1 分布完全相同。因此，$F = G$。

例 1.2.6　设 $F = A \oplus B \oplus C$，证明 $F' = A \odot B \odot C$。

解　[解法 1]　$F = A\overline{B \oplus C} + \overline{A}(B \oplus C) = A\overline{B\overline{C} + \overline{B}C} + \overline{A}(B\overline{C} + \overline{B}C)$

表 1.2.1

A	B	C	F	G
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1

F

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1

G

图 1.2.1

$$F' = [A + \overline{(B+\bar{C})(\bar{B}+C)}][\bar{A} + (B+\bar{C})(\bar{B}+C)]$$
$$= (A + \overline{BC+\bar{B}\bar{C}})(\bar{A} + BC + \bar{B}\bar{C}) = (A + \overline{B \odot C})(\bar{A} + B \odot C)$$
$$= A(B \odot C) + \bar{A}\overline{(B \odot C)} = A \odot B \odot C$$

[解法 2] $F = A \oplus (B\bar{C} + \bar{B}C)$

$$F' = A \odot [(B+\bar{C})(\bar{B}+C)] = A \odot (BC + \bar{B}\bar{C}) = A \odot B \odot C$$

[解法 3] $F = A \oplus (B \oplus C) = A(B \odot C) + \bar{A}(B \oplus C)$

$$F' = [A + (B \oplus C)][\bar{A} + (B \odot C)]$$
$$= A(B \odot C) + \bar{A}\overline{(B \odot C)} = A \odot B \odot C$$

谬误分析 本例的一种错误解法是

$$F = A \oplus (B \oplus C)$$
$$F' = A \odot (B \oplus C) = A(B \oplus C) + \bar{A}\overline{(B \oplus C)}$$
$$= AB\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}\bar{C} = (A \odot B)\bar{C} + (A \oplus B)C$$
$$= (A \odot B)\bar{C} + \overline{(A \odot B)}C = A \odot B \oplus C$$

由于在求对偶式时，$B \oplus C$ 未取对偶函数，所以，会得出错误的结论。

例 1.2.7 利用卡诺图化简逻辑函数 $F(A,B,C,D,E) = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}D + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \sum\phi$，式中，$\sum\phi = ABC + A\bar{B}\bar{D}$。

解 [解法 1] 将 F 变换为标准与或式：

$$F = \bar{A}\bar{B}C(D+\bar{D})(E+\bar{E}) + A\bar{B}D(C+\bar{C})(E+\bar{E}) + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}(E+\bar{E})$$
$$= \bar{A}\bar{B}CDE + \bar{A}\bar{B}CD\bar{E} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}E + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}\bar{E} + A\bar{B}CDE + A\bar{B}CD\bar{E}$$
$$+ A\bar{B}\bar{C}DE + A\bar{B}\bar{C}D\bar{E} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}E + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{E} + \sum\phi$$

式中 $\sum\phi = ABC + A\bar{B}\bar{D} = ABC(D+\bar{D})(E+\bar{E}) + A\bar{B}\bar{D}(C+\bar{C})(E+\bar{E})$

$$= ABCDE + ABCD\bar{E} + ABC\bar{D}E + ABC\bar{D}\bar{E} + A\bar{B}C\bar{D}E + A\bar{B}C\bar{D}\bar{E} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}E + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{E}$$

因此 $F(A,B,C,D,E) = \sum m(0,1,4,5,6,7,18,19,22,23) + \sum\phi(16,17,20,21,28,29,30,31)$

由上式画卡诺图，如图 1.2.2 所示。由图可得 $F = A\bar{B} + \bar{B}D + \bar{B}C$。

[解法 2] 由于函数 F 由与或式及随意态表达式 $\sum\phi$ 两部分构成，故可以先采用观察填图法，用 **1** 完成与或式的填写，而用 × 完成 $\sum\phi$ 的填写，其结果如图 1.2.3 所示；然后考虑利用随意态 ×，重新画合并圈，其结果与图 1.2.2 所示的完全相同。因此，其最简表

达式也完全相同。

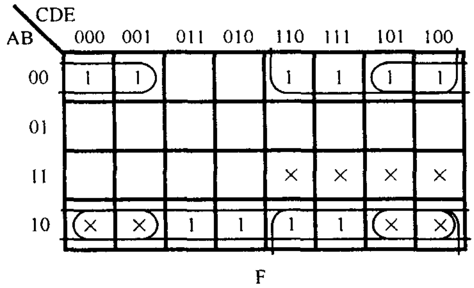


图 1.2.2

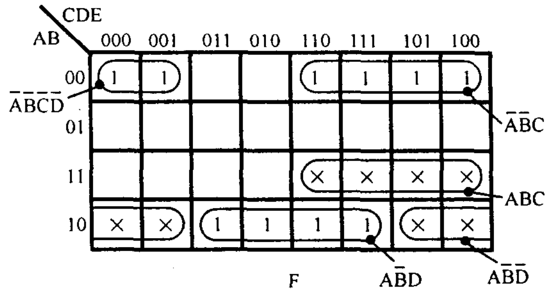


图 1.2.3

例 1.2.8 已知逻辑函数 $F_1=\bar{B}CD+B\bar{C}+\bar{C}\bar{D}$，$F_2=\bar{A}\bar{B}\bar{C}+A\bar{D}+CD$，试求：$G=F_1\bullet F_2$；$L=F_1\oplus F_2$；$H=F_1\odot F_2$ 的最简与或式。

解 利用乘积卡诺图可以方便地写出 G 的表达式。乘积卡诺图很容易由 F_1 和 F_2 的卡诺图得到，即将相应小方格的逻辑值相乘。由图 1.2.4 所示的 F_1 和 F_2 的卡诺图，可得到 $F_1\bullet F_2$ 卡诺图，如图 1.2.5(a)所示。由此可得

$$G=F_1\bullet F_2=A\bar{C}\bar{D}+\bar{B}\bar{C}\bar{D}+\bar{B}CD$$

为了写出 $L=F_1\oplus F_2$ 的最简与或式，可以将 F_1 和 F_2 的卡诺图中相应小方格的逻辑值异或，得到异或卡诺图，如图 1.2.5(b)所示。由图可得

$$L=BD+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{C}D+AC\bar{D}$$

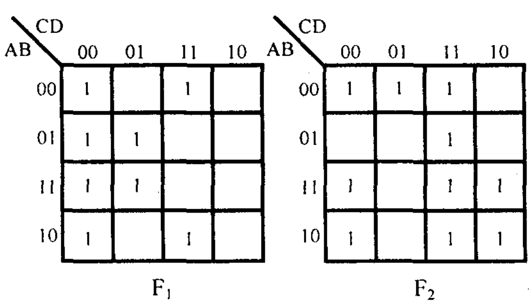


图 1.2.4

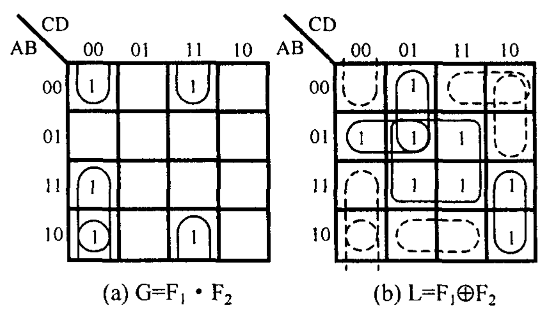


图 1.2.5

因为 $H=F_1\odot F_2=\overline{F_1\oplus F_2}=\bar{L}$，所以在图 1.2.5(b)中由圈 0(如虚线圈所示)可以直接写出 $\bar{L}$ 的最简与或式：

$$H=\bar{L}=A\bar{C}\bar{D}+\bar{B}\bar{C}\bar{D}+A\bar{B}D+\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}C\bar{D}$$

例 1.2.9 下列命题是否正确？为什么？

(1) 若 $A+B=A+C$，则 $B=C$；

(2) 若 $A+B=AB$，则 $A=B$；

(3) 若 $A\bullet B\neq A\bullet C$，则 $B\neq C$；

(4) 若 $\overline{A+B}=\overline{AB}$，则 $A=B$；

(5) 若 $A+B=A+C$ 且 $AB=AC$，则 $B=C$。

解(1) 此命题错误。因为当 $A=1$ 时，$B\neq C$ 时，等式仍然成立。

解(2) 此命题正确。因为若 $A\neq B$，则等式不能成立。例如，$A=1$，$B=0$，则 $A+B\neq A\bullet B$。因此，满足等式成立的条件必须是 $A=B(A=B=0$ 或 $A=B=1)$。

解(3) 此命题正确。因为等式成立的必要条件是 $A=1$，此时若 $B=C$，则等式仍然不成立。只有 $B\neq C$ 时，等式才成立。

解(4) 此命题正确。因为只有当 $A=0$，$B=0$ 时，或者当 $A=1$，$B=1$ 时，等式才能成立，所以 $A=B$。

解(5) 此命题正确。因为若 $B\neq C$，则无论 A 为何值都不可能同时使两个等式成立，例如，当 $A=0$ 时，由第一条件等式有 $B=C$，此时第二条件等式也成立，当 $A=1$ 时，若要第二条件等式成立，则要求 $B=C$，此时第一条件等式也成立，所以 $B=C$ 是使两个等式同时成立的必要条件。

例 1.2.10[2,3] 简化以下多输出逻辑函数：

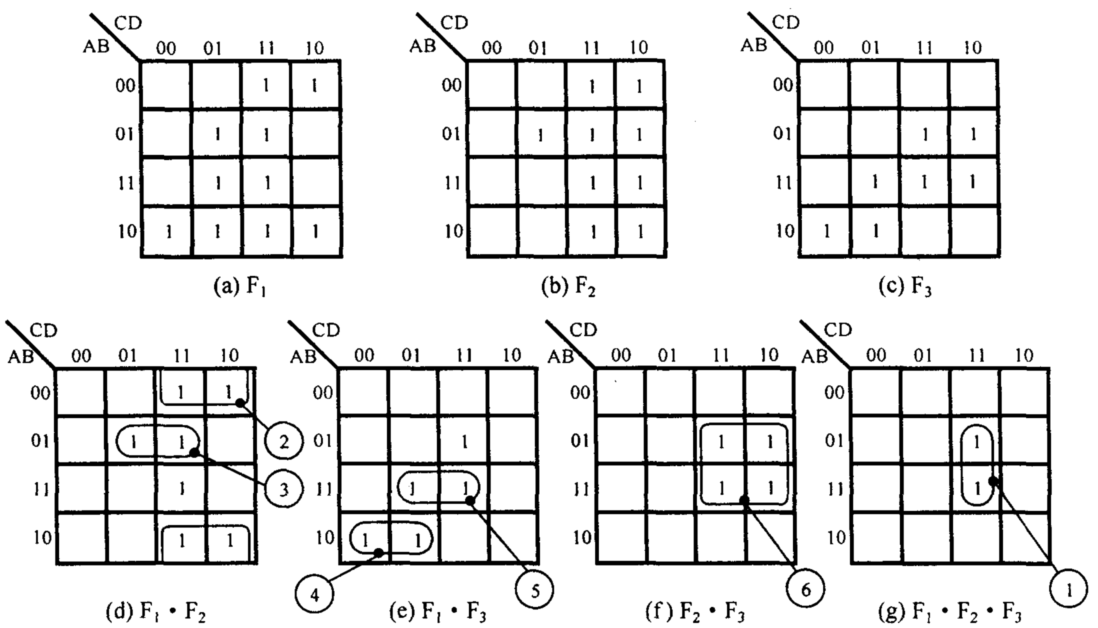
$$F_1(A,B,C,D)=\sum m(2,3,5,7,8,9,10,11,13,15)$$

$$F_2(A,B,C,D)=\sum m(2,3,5,6,7,10,11,14,15)$$

$$F_3(A,B,C,D)=\sum m(6,7,8,9,13,14,15)$$

解 (a) 画出单个函数的卡诺图，如图 1.2.6(a)～(c)所示。

(b) 画出乘积卡诺图，如图 1.2.6(d)～(g)所示。



(a) F_1 (b) F_2 (c) F_3

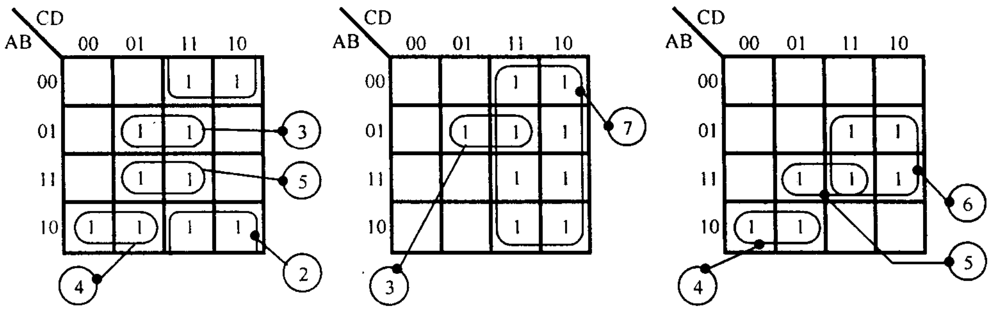
(d) $F_1\bullet F_2$ (e) $F_1\bullet F_3$ (f) $F_2\bullet F_3$ (g) $F_1\bullet F_2\bullet F_3$

图 1.2.6

(c) 在乘积卡诺图上求公有乘积项。首先从高阶乘积卡诺图开始，在图1.2.6(g)中，可圈出 3 个函数所公有的合并圈①；然后再考虑两个函数的乘积卡诺图。这时已被圈①所

包含的 1 方格可以不再覆盖。但是，可以作随意态使用，以利于两函数公有乘积项的简化，如图 1.2.6(d)～(f)所示。合并圈有 5 个，即圈②～圈⑥。

(d) 确定每个函数的最佳与或式。在图 1.2.6(a)中 F_1 的卡诺图上，选用圈②～⑤；在图 1.2.6(b)中，产生 F_2 独有的合并圈⑦，再选用公用合并圈③；在图 1.2.6(c)中，选用公有合并圈④、⑤和⑥，选用合并圈如图 1.2.7 所示。



(a) F_1　　(b) F_2　　(c) F_3

图 1.2.7

由此可直接写出最佳简化结果为

$$F_1 = \bar{B}C + \bar{A}BD + ABC + A\bar{B}\bar{C}$$

$$F_2 = C + \bar{A}BD$$

$$F_3 = A\bar{B}\bar{C} + ABD + BC$$

例 1.2.11　化简下列逻辑函数(用最简与或式表示)：

$$Z = \overline{(AB \oplus C) \cdot \overline{\bar{B}(A\bar{C}\bar{D} + \bar{A}C\bar{D} + AC)}}$$

(上海交通大学考研试题)

解　[解法 1]

$$\begin{aligned}
Z &= \overline{AB\bar{C} + \overline{AB}C} + \bar{B}(A\bar{C}\bar{D} + \bar{A}C\bar{D} + AC)\\
&= \overline{AB\bar{C}} \cdot \overline{\overline{AB}C} + \bar{B}(A\bar{C}\bar{D} + AC + C\bar{D})\\
&= \overline{AB\bar{C}} \cdot \overline{\overline{AB}C} + \bar{B}(A\bar{D} + AC + C\bar{D})\\
&= (\bar{A} + \bar{B} + C)(AB + \bar{C}) + A\bar{B}\bar{D} + A\bar{B}C + \bar{B}C\bar{D}\\
&= \bar{A}\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + ABC + A\bar{B}\bar{D} + A\bar{B}C + \bar{B}C\bar{D}\\
&= \bar{A}\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + AC + \bar{B}C\bar{D} && \text{(合并，添加项消除)}\\
&= \bar{A}\bar{C} + AC + \bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{D}
\end{aligned}$$

[解法 2]

$$\begin{aligned}
Z &= (AB \odot C) + \bar{B}(A\bar{C}\bar{D} + \bar{A}C\bar{D} + AC)\\
&= (AB \odot C) + \bar{B}(A\bar{C}\bar{D} + \bar{A}C\bar{D} + AC + C\bar{D} + A\bar{D}) && \text{(添加项)}\\
&= (AB \odot C) + \bar{B}(AC + C\bar{D} + A\bar{D}) && \text{(吸收律)}\\
&= ABC + \overline{AB}\,\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{D}\\
&= ABC + \bar{A}\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{D}\\
&= AC + \bar{A}\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + \bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{D} + \bar{B}\bar{D} && \text{(添加项)}\\
&= AC + \bar{A}\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{D} && \text{(吸收律)}
\end{aligned}$$