



东北大学八十周年校庆学术著作

庄新田 黄小原 著

资本市场分形结构 及其复杂性



NEUPRESS
东北大学出版社

东北大学八十周年校庆学术著作

资本市场分形结构及其复杂性

庄新田 黄小原 著

东北大学出版社

© 庄新田 黄小原 2003

图书在版编目(CIP)数据

资本市场分形结构及其复杂性/庄新田,黄小原著. —沈阳:东北大学出版社,
2003.8

ISBN 7-81054-920-0

I. 资… II. ①庄… ②黄… III. ①资本市场—研究 IV. F830.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 050342 号

出版者:东北大学出版社出版

地址:沈阳市和平区文化路3号巷11号

邮政编码 110004

电话:(024)83687331

传真:(024)83680265

网址:<http://www.neupress.com>

E-mail: neuph@neupress.com

印刷者:沈阳市政二公司印刷厂

发行者:东北大学出版社

幅面尺寸:170mm×228mm

印 张:12

字 数:235千字

出版时间:2003年8月第1版

印刷时间:2003年8月第1次印刷

责任编辑:刘莹

责任校对:文玉

封面设计:唐敏智

责任出版:杨华宁

定 价:18.00元

前 言

1999年4月2日,《Science》出版了“复杂系统”(Complex System)专刊,分别讨论了生命科学、经济等研究领域中的复杂问题。在21世纪的科学发展趋势中,复杂系统的研究将占据重要地位,特别在社会经济等机制复杂的研究领域中,许多问题不能用传统的平衡、线性、静态等方法获得满意解决,可能要用与复杂性有关的非线性、非平衡和动态的思想和系统方法来解决。其中,由于金融系统本身的特殊性和在社会经济系统中的独特地位,在复杂性研究中显得尤为重要。近年的研究发现了资本市场非平稳运行的大量事实,对 market 价格的检验表明存在随机性和有界性共存的特性,存在标度不变性这一特殊的幂函数关系,传统的建模技术无法处理资本市场的这一复杂情况。标度理论是研究证券市场复杂性问题的一个重要理论,也是金融工程新的研究课题。它从证券市场价格和市场波动的新视野,解释了目前作为主流理论的有效市场假说所无法涵盖的市场随机现象,提供了分析市场动力的一种新方法。随着我国资本市场的改革与发展,人们越来越关注市场运行规律、金融操作的重要性及风险防范问题,运用标度理论,可以研究资本市场波动的复杂性,探索市场的运行机制及评估政策干预的影响程度。

(1) 国外研究现状

① 有效市场假说。以 Eugene Fama 为代表的西方经济学者提出了有效市场假说,成为目前较为流行的资本市场主流理论。该理论将资本市场细分为弱式有效、半强式有效和强式有效三种类型。在弱式有效市场下,证券价格包含了过去价格记录中的一切信息;在半强式有效市场下,证券价格包含了过去价格记录中的一切信息,而且包含全部其他有关的公开信息;在强式有效市场下,证券价格反映了所有对证券价格产生影响的公开和未公开的信息。有效市场假说的意义在于一个有效率的资本市场会迅速准确地把资本导向收益最高的企业。

② 资本市场微观结构研究。这是对市场微观结构框架下金融资产价格定价过程的研究。以 Demsetz, Stoll, Hara 等人为代表的存货模型,研究交易系统的设计特性,价格波动性大小,价格的序列相关性等问题。以 Glosten, Milgrom 为代表的信息模型,研究信息不对称所产生的信息成本,考虑市场动态(即市场价格)的调整过程。但这些研究大多是基于对理论模型的分析,而实证研究受制于高频数据量的制约,其研究成果较少。

③ 资本市场标度理论研究。自相似性与标度不变性是具有广泛用途的数理概念,分形时间序列在时间方面显示自相关性,显示出非随机游走的特性。Hurst 在 20 世纪 40 年代研究了有偏随机游走,提出一种新的统计量,即 Hurst 指数 H ,并提出重标极差 R/S 分析方法。Mandelbrot 在 20 世纪 60 年代再次对非随机时间序

列进行了全面研究,称之为分形时间序列,指出证券市场收益率是服从一族分形分布的,稳定的分形分布在均值处有高峰,也有厚尾,倾向于有趋势的循环。Lévy 对分形分布的性质做了研究,指出高峰、厚尾现象是分形分布的特征形状,并给出其概率分布的特征函数。利用 Lévy 分布虽然可以很好地描述市场收益率,但却碰到了厚尾现象,于是提出截尾的 Lévy 分布,即其中间部分用 Lévy 分布来刻画,尾部用指数分布来刻画,能很好地描述市场收益率。近年,在使用 DNA 法对 DNA(脱氧核糖核酸)和股市价格波动进行分析的过程中发现,股市价格的波动与 DNA 技术中所发现的某些特性极为相似。例如,DNA 的组织结构十分复杂,这主要是因为 DNA 的分子链中包含成千上万个变化,而股市由于每天能产生若干个数据,对股市的研究往往是在几年或几十年的时间范围内,这样也就产生了大量的数据和变化。两者同时呈现一种长程的幂指数分布,具有分形结构的特征。Peng 等人提出了基于 DNA 检验长分子链相关性质的非趋势波动分析的 DFA 方法,根据这一方法计算复杂性问题中的标度无关律(即幂函数的标度)指数,在分析动态经济指标和股市波动中得到应用。

④ 以信息不对称为基础的现代资本市场研究。Akerlof, Stiglitz 等人揭示了资本市场上各类经济行为主体交互作用所导致的均衡的重要性。由于存在信息不对称,所以市场主体行为中可能产生“逆向选择”(Adverse Selection)和“道德风险”(Moral Hazard)问题,指出资本市场发展对促进信息公开、减低信息不对称的风险和健全企业治理机制具有重要意义。

(2) 国内研究现状

我国资本市场经历了十多年的发展历程,已经逐步走向成熟和规范,但仍表现出较强的政策市特征,存在运行机制的缺陷,市场价格易出现较大的波动。其研究集中在如下两方面。

① 市场运行效率研究。吴冲锋、戴国强等从金融市场微观结构角度,指出影响金融市场行为的主要原因在于市场本身的结构、市场的交易机制和市场参与者行为等微观因素。王春峰对金融市场风险控制进行了研究,提出基于概率损失的风险测量 VAR 方法。宋逢明等将无风险套利理论应用于现实市场条件下,研究了有摩擦的金融市场套利与羊群问题。夏俊从信息经济学角度,指出内幕交易导致股票市场资源配置效率降低,对其进行规划可以减少造市者的逆向选择,给出实施政策的优化组合。唐利民等针对政策性因素在股市中占有十分重要的地位,分析了政策与股票投资者的博弈过程,提出一个不完全信息动态博弈模型,并提出政策性风险防范的建议。

② 市场分形与混沌研究。黄登仕在对金融市场的标度理论进行综述时指出,多标度行为的发现是金融市场标度理论的最重要进展,总结了多标度理论的最新进展。宋学峰等利用混沌经济学的理论和方法,测算沪深股市波动的混沌度,从政

策调控角度,指出降低混沌度的方法。张世英、唐小我将在非线性系统理论中的分形理论引入金融市场有效性的研究,阐述了分维时间序列的经济涵义以及分形市场理论。高红兵等通过正的李雅普诺夫指数和吸引子的分数维这两个指数,揭示证券市场的混沌特性,利用重构相空间技术,计算出我国证券市场运行存在混沌状态,从混沌角度考察市场的波动。徐龙炳等应用 R/S 分析法,计算沪深股市的 Hurst 指数,从实证分析角度,指出市场存在状态持续性,波动呈现集群性,股价指数所构成的时间序列呈现非线性。

(3) 存在的问题

目前,运用分形、混沌理论探索资本市场的自相似与标度不变性存在如下问题。

① 非线性系统的模型描述问题。虽然分形作为研究证券市场非线性特性的一种更为广泛的统计方法而受到关注,但建立一个描述非线性系统的模型仍是困难的。

② 外部突发因素的影响评价问题。资本市场对政策干预表现出较强的敏感性,这表明市场结构的不稳定性,难以事前给出政策效果强度的评价。

③ 证券价格时间序列的非线性结构问题。目前,对证券市场复杂性的研究集中于检验证券价格时间序列的非线性,限于利用实际数据,给出市场存在分形的证据,而缺乏对其产生原因的深入研究,无法揭示其非线性的结构。

本书从资本市场的风险规避及风险控制角度,运用分形、混沌非线性理论研究标度指数体系的建立问题,评价了自相关指数、Hurst 指数、基于 DFA 算法的标度指数三种方法的有效性。并对标度指数的计算进行改进,提出基于标准差时间序列的 Hurst 指数算法,在给定时间窗下的 DFA 算法,并将 DFA 推广为动态递推算。分析证券市场的分形结构和非周期性循环,并建立描述市场运行的动态模型,从市场结构角度,探讨股市运行的规律,为市场调控及风险防范提供了依据。并与国际主要证券市场进行比较,实证分析我国证券市场的分形结构和非周期性循环特征,可为研究资本市场复杂性及市场调控提供理论和实践支持。

本书内容涉及金融市场的非均衡问题,无论是在体系设计上,还是在内容的安排上,都是作者的一次尝试,如有不当之处,敬请金融学界同行批评指正。在写作过程中,参考了有关学者的论著。硕士研究生沙艳丽同学为本书的文字录入及校对做了大量工作,在此一并致谢。

本书得到了东北大学八十周年校庆学术著作出版基金及中国博士后科学基金的资助,谨在此表达诚挚的谢意。

作 者

2003 年 7 月

目 录

1 绪 论	
1.1 经济时间序列波动的特征	(1)
1.2 分形市场理论对主流市场理论的挑战	(1)
1.3 本书主要内容与结构安排	(3)
2 资本市场基本理论	(4)
2.1 投资组合理论	(4)
2.2 资本市场定价模型	(10)
2.3 资本市场微观结构理论	(24)
2.4 资本市场风险管理技术	(27)
2.5 资本市场最优控制方法	(32)
3 资本市场波动的复杂性	(46)
3.1 有效市场假说的质疑	(46)
3.2 理性预期与羊群效应	(48)
3.3 资本市场的复杂性	(52)
4 资本市场的分形与混沌	(55)
4.1 资本市场的分形	(55)
4.2 分形市场与有效市场	(63)
4.3 资本市场的混沌	(65)
4.4 逻辑斯蒂克方程与股市分形	(72)
4.5 李雅普诺夫指数与股市混沌	(77)
4.6 混沌经济系统的度量	(80)
5 资本市场标度理论与度量方法	(85)
5.1 金融数据的统计描述	(85)
5.2 自相似性与标度不变性	(86)
5.3 稳定分布与负幂律分布	(88)
5.4 多重标度与多重分形	(90)
5.5 自相关函数与自相关指数	(91)
5.6 Hurst 指数	(93)
5.7 非趋势波动分析(DFA)	(96)

6 资本市场投资优化与控制实证研究	(99)
6.1 不确定环境下金融产品投资组合模型	(99)
6.2 证券投资组合的模糊优化	(103)
6.3 基于 VAR 的企业投资组合	(107)
6.4 企业重组价值的评估	(111)
6.5 委托代理框架下实物期权最优投资策略	(115)
6.6 金融网络下投资组合风险及最优规模	(121)
6.7 股票市场的智能预测	(127)
6.8 证券投资的神经网络专家系统预测	(134)
6.9 破产风险的识别和控制	(139)
6.10 非对称信息下的银行贷款定价策略	(146)
7 资本市场的分形与混沌实证研究	(151)
7.1 股价指数的相关性与独立性	(151)
7.2 Hurst 指数及股市分形结构	(154)
7.3 资本市场的标度行为	(157)
7.4 基于 DFA 的股市非趋势波动分析	(159)
7.5 基于风险位移的 DFA 研究	(162)
7.6 证券市场流动性与交易者群体变动的混沌	(165)
7.7 证券市场混沌的判据	(171)
结束语	(175)
参考文献	(180)

1 绪 论

1.1 经济时间序列波动的特征

传统金融理论的科学基础是以线性、时间可逆、统一简单的均衡范式为特征的牛顿力学系统。在讨论资本市场效率时,有效市场假说在这一研究领域占据着主导地位。有效市场假定证券市场价格变化服从布朗运动,此时,由中心极限定理,对给定的足够大的时间标度,其标度内价格的增量服从正态分布。另外,EMH认为众多的理性投资者保证了价格的公正,保证了收益率是互相独立的。有效市场的概念是数量化资本市场的基石,是把一个复杂的数学问题约化到简单线性微分方程的有关投资行为的模型,它的一个基本功用是使分析资本市场时利用概率微积分正当化。现代的资产组合理论,如资本资产定价理论(CAPM)与套利定价理论(APT)等,都以有效市场为假定,所不同的是,各自考虑的因素与投资者对风险的态度与度量不尽相同。然而,伴随着资本市场定量建模和计算技术的发展,人们发现资本市场的波动具有许多复杂和有趣的特征。近年的研究发现了大量市场非平稳运行的事实,越来越多的迹象表明,资本市场的行为并不符合被当成事实的随机游动理论,例如,股票市场的变化很大,无法完全归结为噪声干扰。对证券市场价格检验表明,存在随机性和有界性共存的特性,一个很小的变量往往产生比理论预期大得多的冲击,传统的建模技术无法处理证券市场出现的不规则涨落以至市场危机,特别是对资本市场波动的内在机理缺乏有说服力的解释。

由于人的参与,社会经济系统显得与众不同,许多问题不能用传统的平衡、线性、静态等方法获得满意解决,可能要用与复杂性有关的非线性、非平衡、混沌、分形、突变性、非周期性和动态的思想与系统方法来解决。而其中的金融系统由于其本身的特殊性质和在社会经济系统中的独特地位,在复杂性研究中显得格外重要。

1.2 分形市场理论对主流市场理论的挑战

若干年来,人们一直致力于研究资本市场的复杂性。为了了解资本市场,人们创造了模型,并试图用模型解释它们,而这些模型不可避免地是现实的简化。通过对投资者的行为方式做简化假设,创造了一个完整的分析框架,帮助理解原本也是由人类创造的市场。然而,资本市场是一个受内部和外部众多因素影响的复杂系统。迄今为止,还没有人能够清楚地阐明资本市场这个复杂多变的系统,市场不是

有秩序的或简单的,它既混乱又复杂。其中,股票市场具有一个非常复杂而又令人着迷的结构,许多学者热衷于研究股票市场价格的变化,希望从中找出一些规律,使人们避免诸如股灾这种大的股市波动。在 Didier Sornette 和 Anders Johansen (1997)所写的《大规模经济危机》中,分析了 20 世纪以来两次最大的经济危机,力图寻找其中的规律,希望了解股市波动的机制。他们特别描述了股灾前后股市波动的情况,认为大规模股灾的波动行为与统计物理学中的临界现象极为相似,并假设股市的波动受一个非平衡的、多元的系统驱动。在此基础上,将以前股市指数的模型扩展,通过对道琼斯指数和标准普尔 500 在 1929 年股灾与 1987 年股灾前 8 年的指数进行分析,得出以下结论:由两次股灾中得到的回归线及连续的参数值可知,股灾开始的真正原因是许许多多相互作用的交易者间产生的“群队”效应。不管该结论正确与否,但在研究股票市场波动方面确实做了大量的工作。

近些年来,许多科学家们用数学模型描述股市波动,但是没有任何人能解释清楚时间因素对股市波动的影响。直到 1995 年 Rosarilo 和 Stanley 在《自然》杂志上发表了一篇名为《Scaling behaviour in the dynamics of an economic index》(经济指数动态变化中的标度行为)的文章,首次将研究复杂性科学的分形理论引入到分析经济系统中。众所周知,分形理论源于统计物理学,属于物理学范畴。然而,当物理学家们应用物理理论来研究经济学家们未能解释的问题时,他们发现,这些方法、理论(如标度理论)在研究经济问题尤其是金融问题时十分有效,同时也引用了更新的方法,如 DFA 技术等。

研究股市波动的主要理论依据是复杂性理论。复杂性理论包括混沌理论和分形理论,它是处理那些许多看上去是独立的作用者的协同行为过程。在这一点上,与股票市场的结构十分相似,因此,用复杂性理论解释股市波动是比较恰当的。但由于复杂性理论的深奥性,目前还没有形成一个完整的理论体系。分形市场所挑战的对象是有效市场假说,如果市场是非线性动力系统,那么使用标准统计分析就会得出错误的结论,特别是使用随机游走模型。分形理论对经济系统的应用研究,一方面与混沌理论交织在一起;另一方面,它又从系统的自相似性、时间序列的长程相关性等角度,对非线性经济系统进行了讨论。在研究诸如资本市场、交易网络、市场结构、经济增长与崩溃、经济稳定性、探求经济系统复杂性方面,具有很大的潜力。研究表明,大多经济系统具有分形特征,尤其是对经济系统时间序列的长程相关性的研究,对以有效市场假说为前提的现代投资理论造成了极大冲击。因此,重新估计当前资本市场理论的假定是十分重要的。

在资本市场上,如何认识和把握市场的波动规律,进而对市场进行预测和调控,一直是各国金融管理机构探索的问题。我国证券市场已经走过了十几年的历程,先后出现了四次大的股价暴涨暴跌,在社会上引起了巨大反响。因此,正确认识我国股价波动规律性,有利于政府加强对证券市场的宏观调控和管理,引导投资

者进行正确投资,使股价指数真正成为经济发展的“晴雨表”,保证我国证券市场健康发展。

1.3 本书主要内容与结构安排

本书围绕资本市场复杂性问题,系统地阐述了资本市场分形、混沌非线性理论。从分形、混沌角度,建立资本市场波动的动力学模型,给出描述市场复杂性的标度指数体系。对我国证券市场的分形结构进行了实证研究,指出其分形特征及对市场运行机制调控的方法。内容顺序安排如下。

① 资本市场基本理论。如资本市场的投资组合及定价理论、市场风险管理技术、市场微观结构分析及投资的最优控制方法。

② 市场复杂性问题。如市场复杂性理论对主流理论的挑战、市场预期理论与羊群效应对市场复杂性的影响。

③ 分形与混沌。如分形理论与混沌理论、混沌经济系统的度量方法、判断资本市场混沌的主要指标。

④ 标度理论。如金融数据描述、自相似指数、非趋势波动、标度不变性分析、标度指数计算方法及其改进。

⑤ 实证分析。如证券投资组合优化与风险控制、金融网络下投资组合规模、智能预测、非对称信息下的定价策略、资本市场的标度行为、市场流动性、市场混沌的判据。

2 资本市场基本理论

2.1 投资组合理论

2.1.1 投资组合的收益与风险

简单地说,一个投资组合就是一个多种资产的集合。集合中的每项资产都有和其相联系的平均收益与收益方差(风险)。而且,对于其中任一对收益,都存在与之联系的相关系数,收益间的相关系数度量的是两个收益间的线性相关程度,相关系数的取值区间为 $[-1, 1]$ 。当相关系数为 -1 或 1 时,称两个收益之间为完全相关,表明可以根据一项资产收益的波动准确地预测另一项资产收益的波动;当相关系数大于 0 时,称两个收益之间为正相关;当相关系数小于 0 时,称两个收益之间为负相关;当相关系数在 -1 和 1 之间时,称两个收益之间为不完全相关。

设一项投资组合中含有 n 项资产,令 r_i 表示第 i 种资产的百分比收益, μ_i 表示 r_i 的均值, σ_i^2 表示 r_i 的方差, ρ_{ij} 表示资产 i 和 j 收益间的相关系数, σ_{ij} 表示资产 i 和 j 收益间的协方差,则协方差 σ_{ij} 和相关系数 ρ_{ij} 分别由下式给出

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (r_i - \mu_i)(r_j - \mu_j),$$

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}.$$

用 r_p 表示投资组合的收益, μ_p 表示组合收益的均值, σ_p^2 表示组合收益的方差, w_i 表示投资组合中第 i 种资产的权重,则投资组合的 r_p , μ_p 和 σ_p^2 分别为

$$r_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i,$$

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i,$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij},$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1.$$

很容易理解,投资组合的收益 r_p 和组合收益的均值 μ_p ,它们都是单项资产相应值的加权平均。组合收益的方差 σ_p^2 比较复杂,可以分解为

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i>j}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}.$$

通过方差分解可以看出,投资组合的风险由两部分组成:等式右边第一部分是仅与单个方差项相关的风险,这种风险被称为非系统风险;等式右边第二部分是由投资组合中各项资产收益间的相关性所带来的风险,这种风险被称为系统风险(即市场风险)。

讨论:① 当 n 种证券的收益率互不相关,即 $\rho_{ij}=0$ ($i \neq j; i, j=1, 2, \dots, n$) 时,有

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2.$$

若进一步假定等比例投资于 n 种证券,则有

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n} = \frac{\bar{\sigma}_i^2}{n}.$$

式中, $\bar{\sigma}_i^2$ 表示投资组合中收益率方差的平均,故

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_p^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\bar{\sigma}_i^2}{n} = 0.$$

这表明,当资本市场上证券种类足够多时,等比例投资 n 种证券的组合风险趋于零。

② 一般情况下,当 $\sigma_{ij} \neq 0$ ($i \neq j; i, j=1, 2, \dots, n$) 时,若仍然等比例投资于 n 种证券,则有

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n} + \frac{n-1}{n} \sum_{i=1, i \neq j}^n \sum_{j=1}^n \frac{\sigma_{ij}}{n(n-1)}, \\ \sigma_p^2 &= \frac{\bar{\sigma}_i^2}{n} + \frac{n-1}{n} \bar{\sigma}_{ij}, \end{aligned}$$

故

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_p^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\bar{\sigma}_i^2}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n} \bar{\sigma}_{ij} = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{\sigma}_{ij}.$$

这表明,当资本市场上证券种类足够多时,投资组合的非系统风险随组合中证券数目 n 的增加而下降。但协方差对组合风险的贡献趋于协方差的平均值 $\bar{\sigma}_{ij}$ 。换言之,投资组合可以分散单个证券的风险,但系统风险(表现为协方差)对总风险的贡献不可能被分散。

把组合中单个资产对组合风险的贡献称为组合的非系统风险,协方差对组合风险的贡献称为组合的系统风险。区分非系统风险和系统风险的重要意义在于:随着投资组合中包含资产种类的增加,这两种风险表现出不同的性质。分散化对非系统风险的影响如图 2.1 所示,分散化对系统风险的影响如图 2.2 所示,分散化对投资组合总风险的影响如图 2.3 所示。

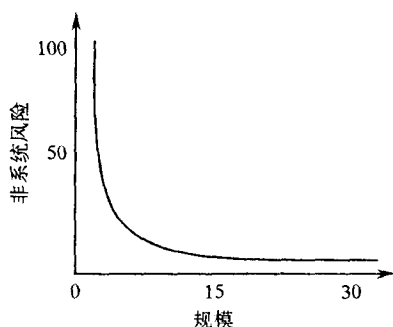


图 2.1 非系统风险与投资组合规模

(组合各资产权重相同, 资产收益的平均方差为 100。)

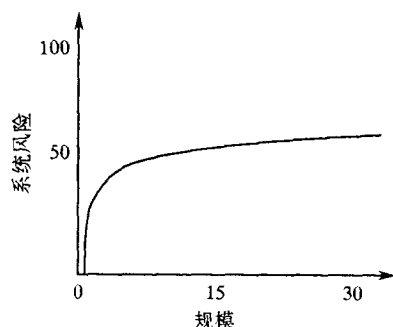


图 2.2 系统风险与投资组合规模

(组合各资产权重相同, 资产收益的平均相关度为 40。)

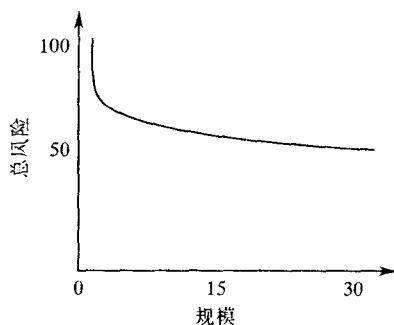


图 2.3 总风险与投资组合规模

非系统风险和系统风险的行为着重表现出这样几个要点: 首先, 只要资产收益不是完全正相关, 投资组合的分散化便可以在不减少平均收益的前提下, 降低组合的方差(风险)。其次, 在分散化良好的投资组合里, 非系统风险由于逐渐趋于零而可以被排除掉。关于组合中包含多少种资产才算分散化良好这个问题存在许多争论。一些人认为, 有 15 种就可以了; 而另一些人却认为, 至少应有 60 种。一般的原则是 30 种。最后, 由于系统风险不随分散化而消失, 所以必须对其进行管理和监控。

2.1.2 投资组合分析

金融理论的一个重要信条是理性的人厌恶风险。也就是说, 理性的人(那些具有表现规范的效用函数的人)不喜欢风险。但并非所有的人对风险的厌恶程度都相等, 有些人非常厌恶风险, 他们甚至不愿为高于平均水平的收益而承担少量的风险; 另一些人对风险不很厌恶, 他们愿为获得高于平均水平的收益而承担大量的风

险。称前者是金融方面的保守派,而后者是金融方面的激进派。下面在投资组合理论背景下,从分析的角度出发,考察承担这种风险的意愿。

优化投资组合就是在要求组合有一定的预期收益率的前提下,使组合的方差越小越好,即求解以下二次规划

$$\begin{aligned} \min \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}, \\ \text{s. t. } \sum_{i=1}^n w_i r_i &= r_p, \\ \sum_{i=1}^n w_i &= 1. \end{aligned}$$

对于每一给定的 r_p , 可以解出相应的标准差 σ_p , 每一对 $[r_p, \sigma_p]$ 构成标准差——预期收益率图(图 2.4)中的一个点, 这些点连成的曲线就是最小方差曲线。可以从数学上证明, 这条曲线是双曲线。最小方差曲线内部(即右边)的每一点都表示这 n 种资产的一个组合。其中任意两点所代表的两个组合再组合起来得到的新的点(代表一个新的组合)一定落在原来两个点的连线的左侧, 这是因为新的组合能进一步起到分散风险的作用, 这也是曲线左凸的原因。

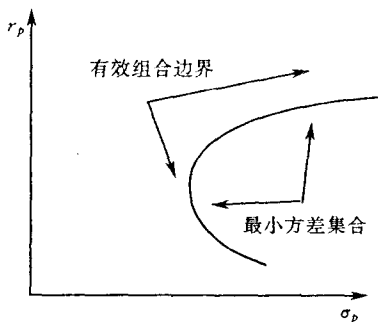


图 2.4 最小方差曲线

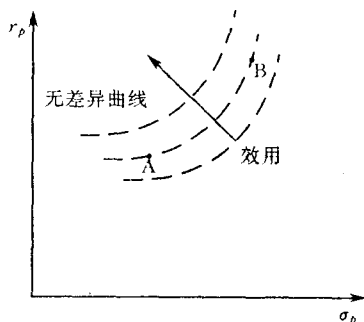


图 2.5 投资者的无差异曲线

实际上, 最小方差曲线只有左上方的一段才有意义, 因为在承受同样风险(标准差)的情况下, 上面的点所代表的投资组合的预期收益率比下面的点所代表的投资组合的预期收益率高。因此, 称最小方差曲线左上方的那一段为有效组合边界。显然, 只有在有效组合边界上的点所代表的投资组合才是符合正确的投资策略的优化组合。但实际上, 有效组合边界的存在和确定和个别投资者的效用没有关系。当观察投资者风险/收益效用函数时, 任何表现规范的效用函数都会产生一些类似图 2.5 中的无差异曲线, 一条无差异曲线是一个能提供完全相同效用的风险/收益组合所组成的集合。所以, 由于投资组合 A 的风险/收益与投资组合 B 的风险/收益位于同一条无差异曲线上, 它们提供的满意程度(即效用)在数量上是相等的。

虽然投资组合 B 比投资组合 A 的风险大,但由较大的风险所带来的效用损失由较高的收益弥补了。用来描述某个投资者的效用函数的全部无差异曲线所组成的集合称为无差异图。当投资者沿着箭头指向从一条无差异曲线移向另一条无差异曲线时,其效用值是不断增加的。

把某个投资者的无差异曲线叠加到可以实现的投资组合的有效集合图上,就可以确定哪个投资组合能使投资者的效用最大化。使投资者效用最大化的投资组合被称为最优投资组合,最优投资组合位于投资者无差异曲线与投资组合的有效集合的切点处。以这样的方法找出的最优投资组合如图 2.6 所示。

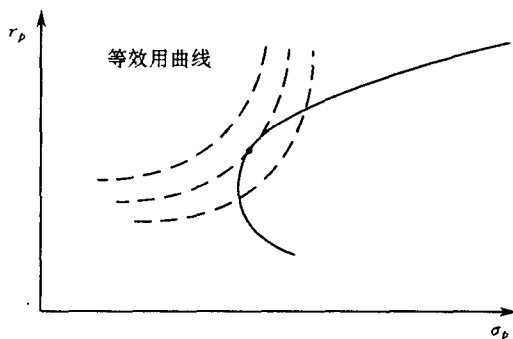


图 2.6 最优投资组合

2.1.3 资本市场线

在由风险投资组合构成的双曲线所围成区域的有效边界左下端,就是最小方差组合。因为存在系统风险,所以最小方差组合不是无风险的,其预期收益率也一定高于无风险利率 r_f 。于是,在标准差-预期收益率图中,有效组合边界和表示预期收益率大小的纵坐标是不相接触的,而代表无风险证券的收益/风险的坐标点落在这根轴上。因而,在加入无风险证券后,代表新的组合的点一定落在连接 r_f 点和包含所有可能的有风险资产组合的双曲线所围成区域及其边界的某一点的半直线上。

当然,这样的半直线有无数多条。但很容易看出,当半直线围绕 r_f 点逆时针旋转时,不管投资者的收益/风险偏好如何,越在上面的半直线上的点,其效用值越大。于是,效用值最大的半直线一定是与有效组合边界相切的那一条,即连接点 r_f 和点 M 的半直线,如图 2.7 所示。

这条半直线实际构成了无风险证券和有风险证券组合的有效组合边界,被称为资本市场线(Capital Market Line,简称 CML)。对于从事投资服务的金融机构来说,不管投资的收益/风险偏好如何,只需要找到切点 M 所代表的有风险投资组

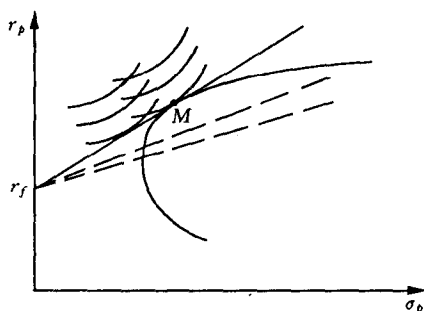


图 2.7 资本市场线

合,再加上无风险证券,就能为所有的投资者提供最佳方案。确定投资者的收益/风险偏好,就只需反映在组合中无风险证券所占的比重,这一最佳方案的设计与投资者的收益/风险偏好的结果无关。如果点 M 所代表的有风险资产组合的预期收益率和标准差分别是 r_M 和 σ_M ,投资于有风险资产组合的资金比例是 w_M ,投资于无风险资产的资金比例是 $1 - w_M$,则包含有无风险资产的预期收益率 r_p 和标准差 σ_p 分别为

$$r_p = r_f + \frac{r_M - r_f}{\sigma_M} \sigma_p,$$

$$\sigma_p = w_M \sigma_M.$$

2.1.4 市场组合

市场组合是这样的投资组合,它包含所有市场上存在的资产种类,各资产所占的比例和每种资产的总市值占市场所有资产的总市值的比例相同。例如,一个只有三种资产的市场,股票 A、股票 B 和无风险证券。股票 A 的总市值是 660 亿元,股票 B 的总市值是 220 亿元,无风险证券的总市值是 120 亿元,市场总市值是 1000 亿元。于是,一个市场组合包含所有这三种证券,股票 A 的价值占市场总值的 66%,股票 B 的价值占市场总值的 22%,无风险证券的价值占市场总值的 12%。

有风险资产的市场组合是指从市场组合中拿掉无风险资产后的组合。这样,在上面的例子里,有风险资产的市场组合中,股票 A 和股票 B 的比例是 3:1(660/220),即股票 A 占 75%,股票 B 占 25%。因此,资本市场线与有风险资产的有效组合边界的切点 M 所代表的资产组合就是有风险资产的市场组合。

首先,任何市场上存在的资产必须被包含在点 M 所代表的资产组合里。否则,因为理性投资者都会选择资本市场线上的点作为自己的投资组合,不被点 M 所包含的资产就会变得无人问津,其价格就会下跌,从而收益率会上升,直到进入点 M 所代表的资产组合。其次,当市场均衡时,对任何一种资产都不会有过度的