

高等院校 土木工程专业教材

GAODENGYUANXIAO

TUMUGONGCHENGZHUANYEJIAOCAI

工程力学 上册

GONGCHENGLIXUE

蒋桐 郭光林 主编

知识产权出版社

www.cnipr.com

中国水利水电出版社

www.waterpub.com.cn



高等院校 土木工程专业教材

G O N G C H E N G L I X U E

工程力学

上册

蒋 桐 郭光林 主编

余守坚 王明金 李成玉 巫友群 黄海燕 编

知识产权出版社
www.cnipr.com



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn



内容提要

本书包括传统的理论力学和材料力学,根据它们的内在联系相互渗透和综合协调进行编写。编写中参照了国家教委制定的高等工业学校“理论力学”、“材料力学”和“工程力学”等课程的基本要求,也适当反映了近年来工程力学课程改革的成果和趋势。

全书分上、下两册共4篇17章。

上册内容包括绪论;第1篇:物体的受力分析与结构计算简图、平面任意力系、空间力系、杆件的内力与内力图;第2篇:轴向拉伸与压缩、材料的力学性能、剪切实用计算、扭转、平面弯曲;附录:平面图形的几何性质、梁在简单荷载作用下的变形、型钢规格表。

下册内容包括第3篇:应力状态分析、强度理论、组合变形、简单超静定问题、压杆稳定问题、交变应力;第4篇:运动学、动力学、构件的动力计算。

书后附有习题和习题答案。

本书可作为高等院校土木工程专业及其他相关的交通工程、建筑学与城市规划、城市建设、给水排水、环境保护、工程管理等专业的教材,也可供高职、高专及成人高校选用。

选题策划:南京城市节奏科技有限公司

责任编辑:张宝林 阳 淼

编辑加工:敖三妹

图书在版编目(CIP)数据

工程力学.上册/蒋桐,郭光林主编.——北京:知识

产权出版社:中国水利水电出版社,2003.12

高等院校土木工程专业教材

ISBN 7-80011-948-3

I.工… II.①蒋…②郭… III.工程力学-高等学校-教材 IV.TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第110348号

高等院校土木工程专业教材

工程力学 上册

蒋 桐 郭光林 主编

余守坚 王明金 李成玉 巫友群 黄海燕 编

知识产权出版社 出版发行 (北京市海淀区马甸南村1号;传真:010-82000893)

中国水利水电出版社 出版发行 (北京市西城区三里河路6号;电话:010-68331835 68357319)

全国各地新华书店和相关出版物销售网点经销

北京市兴怀印刷厂

787mm×1092mm 16开 13.5印张 320千字

2003年12月第1版 2003年12月第1次印刷

印数:0001—4000册

定价:23.00元

ISBN 7-80011-948-3

TU·094

版权所有 盗版必究

如有印装质量问题,可寄知识产权出版社发行部调换

(邮政编码100088;公司E-mail:oj@cnipr.com, yangsanshui@vip.sina.com, z-baolin@263.net)

序 言

可以预见, 21 世纪将是国民经济建设和科学技术发展的一个飞跃时代。如何继承和反映 20 世纪已经取得的教学改革及科技成果, 迎接 21 世纪对工程力学课程改革的挑战已是刻不容缓的任务。目前有一大批力学教师和力学科技工作者对力学系列课程的改革进行新的探索, 编写出版了一批新教材, 使力学课程改革和教材出版出现一派蓬勃发展的良好形势。

本书包括传统的理论力学和材料力学的内容。编写中参照了国家教委制定的高等工业院校有关课程的基本要求, 也适当反映了近年来工程力学课程改革的成果和趋势。全书内容包括绪论; 第 1 篇静力分析: 受力分析与结构计算简图、平面任意力系、空间力系、杆件的内力与内力图; 第 2 篇基本变形的杆件计算: 轴向拉伸与压缩、材料的力学性能、剪切实用计算、扭转、平面弯曲、平面图形几何性质; 第 3 篇杆件计算的进一步分析: 应力状态分析、强度理论、组合变形、简单超静定问题、压杆稳定问题、交变应力; 第 4 篇动力分析: 运动学、动力学、杆件的动力计算。全书共分 4 篇 17 章, 本书后附 3 个附录, 并附有习题和习题答案。

在编写过程中, 考虑到目前工程力学课程面临基础要加强, 专业知识面要拓宽, 而学时数却大为减少的新问题, 因而将全书分为 4 篇, 其中第 1、2、3 篇为基本内容, 供多学时专业使用, 其余中、少学时专业也可在这 3 篇中选用合适的内容。我们的观点是课堂教学学时数减少并不意味着学生应该学习的内容要大量减少、学习要求也要降低。因此, 作为教材应编写供学生主动自学和参考阅读的内容, 例如第 4 篇动力分析以及其他章节中的一些内容, 上课时不一定讲授, 但可供自学。

本书编写中, 在内容相互渗透和综合协调方面作了一些努力。例如, 第 1 章物体受力分析中增加了结构计算简图; 在第 4 章将杆件内力与内力图综合论述, 并在第 2、3 章的平面力系和空间力系中结合讲解内力概念与内力计算, 将内力计算与静力平衡条件的应用结合得更紧密; 将运动学、动力学和构件动力计算放在第 4 篇, 使内容更宜于相互渗透与综合。

本书删除了一些目前已很少应用或其他课程已有讲授的内容。例如, 应

力圆、某些用能量法计算位移的方法等。在编写中，我们在克服了重复脱节，注重内容精练，并在专业课衔接等方面也作了努力。

本书可作为高等院校土木工程专业及其他相关的交通工程、建筑学与城市规划、城市建设、给水排水、环境保护、工程管理等专业的教材，也可供高职高专及成人高校选用。

本书编写的分工为：由蒋桐、郭光林主编。蒋桐（序言、绪论、附录 A、B、C、各篇前言），郭光林（第 5、9、10、12 章），余守坚（第 6、16、17 章），王明金（第 7、8、11 章），李成玉（第 3、4、14 章），巫友群（第 13、15 章），黄海燕（第 1、2 章）。

在本书编写过程中，南京工业大学土木工程学院董军教授给予大力支持，对本书编写工作提出了许多宝贵意见，编者在此表示衷心感谢。

限于编者水平，本书难免存在缺点和欠妥之处，深望教师和读者批评指正，以便今后改进。

编 者

2003 年 10 月

目 录

序言	
绪论	1

第 1 篇 静 力 分 析

第 1 章 物体的受力分析与结构计算简图	5
1 静力学基本概念	5
2 静力学基本原理	10
3 约束及其简化	13
4 结构计算简图	18
5 物体的受力分析	21
习题	24
第 2 章 平面任意力系	27
1 力的平移定理	27
2 平面任意力系向一点的简化	28
3 平面任意力系的平衡条件	31
4 物体系统的平衡问题	37
5 有摩擦时物体的平衡问题	45
6 杆件在平面力系作用下的内力	50
习题	52
第 3 章 空间力系	58
1 空间力沿坐标轴的分解与投影	58
2 空间汇交力系的合成与平衡	59
3 空间力偶理论	61
4 力对点的矩与力对轴的矩	63
5 空间任意力系的合成与平衡	65
6 杆件在空间力系作用下的内力	71
习题	72
第 4 章 杆件的内力与内力图	75
1 杆件内力的分析方法	75

2 轴力与轴力图	77
3 扭矩与扭矩图	79
4 剪力、弯矩与剪力图、弯矩图	79
5 剪力、弯矩和分布荷载集度间的关系	84
6 组合变形杆件的内力与内力图	86
习题	87

第 2 篇 基本变形的杆件计算

第 5 章 轴向拉伸与压缩	91
1 概述	91
2 横截面与斜截面的应力	92
3 轴向拉伸与压缩杆件的强度计算	95
4 轴向拉伸与压缩杆件的变形计算	97
5 应力集中的概念	99
习题	99
第 6 章 材料的力学性能	102
1 概述	102
2 金属材料拉伸时的力学性能	103
3 金属材料压缩时的力学性能	108
4 几种非金属材料的力学性能	109
5 温度和时间对材料力学性能的影响	111
6 容许应力和安全系数	112
习题	113
第 7 章 剪切实用计算	115
1 概述	115
2 剪切和挤压的实用计算	115
3 胶粘接实用计算简介	121
习题	123
第 8 章 扭转	125
1 概述	125
2 圆轴扭转时横截面上的剪应力	126
3 圆轴扭转时的强度计算	133
4 圆轴扭转时的变形与刚度计算	135
5 矩形截面杆件的扭转	138
习题	139
第 9 章 平面弯曲	142

1 概述	142
2 平面弯曲时梁横截面上的正应力与正应力强度条件	143
3 平面弯曲时梁横截面上的剪应力与剪应力强度条件	147
4 梁的强度计算与提高梁强度的措施	150
5 梁的位移与挠曲线近似微分方程	155
6 积分法求梁的位移	157
7 叠加法求梁的位移	160
8 梁的刚度计算与提高梁刚度的措施	162
习题	164
附录 A 平面图形的几何性质	170
A1 研究平面图形几何性质的意义	170
A2 面积矩和形心	170
A3 惯性矩、惯性积、极惯性矩和惯性半径	173
A4 平行移轴公式	176
A5 转轴公式	177
A6 主惯性轴、形心主惯性轴	178
习题	181
附录 B 梁在简单荷载作用下的变形	184
附录 C 型钢规格表	186
上册习题答案	202
参考文献	208

绪论

在经济建设中人们要建造各种建筑物和制造各种机械。这些建筑物和机械首先必须符合使用的需要，同时也必须满足安全与经济两方面的要求。因此，在对它们进行设计、施工和制造过程中，力学分析与计算就具有十分重要的核心地位。

从工程建设角度来说，力学分一般力学、固体力学和流体力学三大门类。而一般力学主要包括：理论力学、分析力学、陀螺力学、振动理论、外弹道学、天体力学等学科。固体力学主要包括：材料力学、结构力学、弹性力学、塑性力学、断裂力学、复合材料力学等学科。对于工科大学的本科教学来说，由于时间的限制，不可能对这么多学科都开设课程，一般随专业的不同只对一些最基础、常用的学科开设课程进行教学。例如，对于土木工程类的专业一般开设理论力学、材料力学、结构力学和弹性力学等课程。

随着科学的不断发展，学科之间的相互渗透和交叉越来越广泛与深入。同时，力学在工程技术方面的应用日新月异，内容也越来越丰富与复杂，大学教学的学时数也在不断变化。因此，力学的课程设置也产生变化、发展与改革。工程力学就是近年来出现的一门新课程，在许多工科高等院校中开设。工程力学课程是将理论力学和材料力学的有关内容加以综合的一门新课程。该课程介绍了两者的基本理论又注意反映两者间的渗透与交叉并尽量克服重复和脱节，使这门课程有利于基本理论的阐述与理解，同时有利于理论联系实际，也节省了课程教学学时数。

1 工程力学的研究对象与任务

工程力学是研究物体平衡与机械运动的普遍规律及结构构件承载能力的基础课程。该课程的主要研究对象是组成工程结构或机械的构件和构件系统。其中以由简单构件简化的一维杆件为主。在研究物体或构件的平衡与机械运动的普遍规律时常将物体或构件科学抽象为力学模型，如质点、刚体等进行研究。

在结构承受外界荷载或机械传递运动时，必须在符合使用需要的前提下，具有足够的承载能力。因此，构件必须符合三方面的要求：①不发生断裂，即具有足够的强度；②构件所产生的弹性变形应不超过工程上允许的范围，即具有足够的刚度；③在原有形状下的平衡应是稳定平衡，即构件不会失去稳定性（或具有足够的稳定性）。也就是说工程力学是在研究物体的平衡与机械运动普遍规律的基础上，为使构件满足强度、刚度和稳定性这三方面要求，实现既安全又经济的设计提供理论依据和计算方法。

2 变形固体与刚体

2.1 变形固体的概念

工程力学的研究对象是固体。任何固体在外力作用下，其形状和尺寸总会发生改变，也就是说总会产生变形，当外力增加到一定极限值时，固体还会发生破坏。因此，当为了强调固体的上述变形和破坏的特性，在工程力学中所讨论的固体（构件），一般又称为“变形固体”。

2.2 刚体的概念

当所研究的物体（构件）在受力后产生的变形程度相对于物体本身的几何尺寸来说极其微小，在研究物体的平衡与运动时可以忽略其变形。或者所研究的问题与变形无关，可以不考虑物体的变形问题。在上述情况下，可以把物体视为在运动中和受力作用后，形状和大小不变，而且内部各点的相对位置不变的固体。即称为“刚体”。

在自然界中“刚体”实际上是不存在的，只是一种科学抽象的力学模型。可以利用“刚体”这种理想模型足够精确而又方便地研究构件的平衡与运动，求出施加的各种未知力及其他有关的物理量，然后再将构件视为“变形固体”研究其强度、刚度和稳定性问题。

3 变形固体性质的基本假设与小变形假设

3.1 变形固体性质的基本假设

在工程力学中，要对变形固体进行理论分析和实验研究。在进行一系列工作时，如果要完全精确地和全面地反映出变形固体各有关量值之间的关系和各方面的实际情况，将使工作变得非常复杂，甚至使问题的求解变成不可能。因此，通常是根据所需求解问题的范围，对变形固体的基本性质作出如下的基本假设，使问题得到简化并更易于求解。

(1) 连续性假设。假设在整个物体的体积内，都毫无空隙地充满着物质，即物体是绝对密实的。有了这个假设，物体的有关物理量才能用坐标的连续函数来表示其变化规律，也就是说这些物理量是连续不间断的。当然，实际的变形固体，就其物质结构而言，都具有不同程度的空隙，但是这些空隙和构件的尺寸相比是极其微小的，可以忽略不计。对于那些具有明显非连续性质的物体，例如出现裂缝的构件、具有人工缝隙的结构物，就必须在分析计算中考虑其非连续性。

(2) 均匀性假设。假设物体材料的力学性质在整个物体内部的各个部位是一样的，即同一物体中各部位材料的力学性质不随位置坐标的不同而改变。或者说物体内的材料各个力学性质不是位置坐标的函数而是常数。根据这个假设在分析计算同一个构件不同部位的力和变形时可以用同一个材料力学性质。同时从物体中的任何位置取出一小部分材料进行力学性质的研究，其结果可以应用于整个物体及其各个部位。

当然，无论对于金属材料或者非金属材料（例如混凝土），从微观或者细观的角度观察都会发现材料是非均匀的，在各个部位的性质并非完全一致，但是若从宏观的统计平均

的观点观察和分析就会发现物体综合的材料力学性质是相同的。其随位置而不同的差异性很小，可以忽略不计。对于那些明显的非均匀体，例如钢筋混凝土构件，则在分析与计算时应反映它们的非均匀性。

(3) 各向同性假设。假设物体的力学性质沿各个方向都相同，即物体的力学性质不随方向的不同而改变。根据这个假设在分析计算同一个构件时，对于不同的受力方向或分析不同方向的力与变形采用相同的材料力学性质，即不因加力方向或分析方向的不同而采用不同的材料力学性质。

在工程实际中，许多均匀的非晶体材料，例如玻璃、塑胶等都是各向同性材料。许多金属材料，就其组成的单个晶体而言，其性质具有方向性，但由于无数个晶体随机地错综排列，从统计平均的观点分析，应认为金属是各向同性的。对浇筑比较均匀的混凝土构件也可认为是各向同性的。当然，对工程实际中存在的明显的各向异性材料，例如木材、竹材、复合材料、钢筋混凝土构件等，在计算与分析时必须考虑材料在各个不同方向的不同力学性质，即考虑各向异性问题。

通常把符合上述连续性假设、均匀性假设、各向同性假设的变形固体称为理想变形固体。不符合上述假设的称为非理想变形固体。工程力学课程和本书主要研究对象为理想变形固体。也就是研究均匀连续各向同性材料的力学计算与分析的基本理论与基本方法。当遇到需要牵涉非均匀非连续各向异性材料时，会加以特别说明。

3.2 小变形假设

任何变形固体在外力作用下都会发生变形，变形固体内各点的位置都会产生移动，即所谓的位移。在工程实际中通常这种变形与位移都比较小。为了符合工程实际情况，并将工程力学分析加以限定，提出了“小变形假设”。所谓“小变形假设”就是假设物体在受力以后所产生的变形或物体上各点的位移，与物体本身原来的尺寸相比是非常微小的。根据这个假设，在对受力变形后的物体建立平衡方程和进行其他分析时，可以用变形以前的物体尺寸和力的作用位置代替变形后的物体尺寸和力的作用位置。此外，在计算中，对物体变形的二次幂与高次幂以及乘积可以略去不计。有了小变形假设可以使工程力学的计算与分析大为简化，同时能保证工程设计所需要的精度。

工程实际中，大多数构件在受力后都符合小变形假设。但是对某些特殊情况，例如大柔性构件，则在外力作用下将产生大变形，不适合采用小变形假设，必须按照大变形问题进行计算与分析。工程力学课程和本书将只对符合小变形假设的问题进行讨论。

4 工程力学的课程内容

工程力学课程包括静力分析、杆件应力与变形分析、运动和动力分析三部分。其中，视学习专业的不同，各部分内容的分量与课时的比例不同。对于土木工程类为主的专业则以静力分析和杆件应力与变形分析为主，运动和动力分析次之。

一般情况下静力分析部分主要包括：结构的受力分析；平面力系与空间力系的平衡分析；杆件与杆系的内力分析和计算。杆件应力与变形分析部分主要包括：杆件在拉伸、压缩、剪切、扭转和弯曲时的应力和变形计算；杆件在组合变形情况下的应力和变形计算；

杆件在应力复杂情况下的计算；压杆稳定问题。运动和动力分析部分主要包括：点的运动分析和刚体运动分析；质点与质点系动力学基本原理；运动中的构件和构件受冲击时的应力与变形计算。

工程力学课程的上述基本内容在本教科书中分为四篇进行阐述。第一篇为静力分析，第二篇为基本变形的杆件计算，第三篇为杆件计算的进一步分析，第四篇为动力分析（含运动分析）。

需要指出，工程力学作为学科而言，其领域基本是明确而广泛的，而内容与范围则随科学的发展而发展与更新。工程力学作为课程而言，其内容除了要和学科领域相适应外，还随所学专业的不同及学时数的多少而变动。这是在阅读本书时要注意的。

第1篇 静 力 分 析

本篇介绍的内容是“工程力学”课程最重要的基础知识之一。物体静力分析的核心是分析研究物体在力系作用下的平衡规律。其思路是由刚体的平衡规律推广到变形固体的平衡规律。

本篇主要研究下列四个问题：

首先，研究结构的计算简图与物体的受力分析。工程力学的研究对象是先将复杂的实际工程结构抽象为结构计算简图，再由结构计算简图将结构从周围物体中分离出来作为受力体。工程力学是对受力体进行力学分析。

其次，研究力系的简化。主要是平面力系和空间力系的简化。即研究作用在物体上的复杂力系如何用简单的等效力系代替，并分析刚体上的力系简化和变形体上的力系简化在效应上的异同。

第三，研究力系的平衡条件。以作用在刚体上的力系平衡条件的建立及利用平衡条件求力系中的未知力为主要研究内容，并推广应用于变形固体。

第四，研究杆件的内力分析。杆件的内力计算是杆件计算的基础，也是静力平衡条件在变形固体力学分析中的具体应用。本篇集中介绍杆件内力分析，既有利于力系平衡条件的理论联系实际，也有利于对杆件内力计算在本质上存在的共性的理解，并使计算内力方法的应用更容易、更熟练。

第1章 物体的受力分析与结构计算简图

1 静力学基本概念

静力学研究力的一般性质及其合成法则，并重点研究物体在力系作用下的平衡规律。

1.1 力的概念

力是物体间的相互机械作用。力对物体作用的效应反映在两个方面，使物体的机械运动发生变化，称为运动效应；同时又使物体发生变形，称为变形效应。实践证明，力对物体的效应取决于力的大小、方向和作用点，即力是矢量。

在本书中当强调对力作为矢量进行分析时，在表示力的字符上面加“ $\rightarrow$ ”符号，如

$\vec{F}$ ，以表示该量为矢量。但在插图中，由于力的矢量要素，即力的作用点、方向均已用线条与箭头表示，因此，只需在力矢上标明力的大小（称力矢量的模），不再加“ $\rightarrow$ ”符号，如 F 。对其他物理量的矢量，将作同样处理。

力对物体作用的运动效应有平动与转动两种。其中力的平动效应由力矢量的大小和方向来度量，而力的转动效应则由力对点的矩或力偶矩来度量。对于刚体来说，只考虑运动效应。对于变形体来说，既要考虑运动效应，又要考虑变形效应。

1.2 力在直角坐标轴上的投影

力是矢量，因此，力的投影就是矢量的投影，即力在某轴上的投影，等于该力的大小乘以力与投影轴正向间夹角的余弦。力在轴上的投影为代数量，当力与投影轴间夹角为锐角时，其值为正；当夹角为钝角时，其值为负。

如图 1.1 所示，已知力 $\vec{F}$ 与坐标轴 x 、 y 的夹角为 α 、 β ，则力 $\vec{F}$ 在 x 、 y 轴上的投影分别为

$$\left. \begin{aligned} X &= F \cos \alpha \\ Y &= F \cos \beta = F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

相反，如果已知力 $\vec{F}$ 在平面直角坐标轴上的投影 X 和 Y ，则可确定该力的大小和方向余弦

$$\left. \begin{aligned} F &= \sqrt{X^2 + Y^2} \\ \cos(\vec{F}, \vec{i}) &= \frac{X}{F} \\ \cos(\vec{F}, \vec{j}) &= \frac{Y}{F} \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

式中： $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$ 分别为沿坐标轴 x 、 y 正向的单位矢量。

1.3 力沿坐标轴分解

力沿坐标轴分解时，分力由力的平行四边形法则确定，如图 1.1 所示，力 $\vec{F}$ 沿直角坐标轴 ox 、 oy 可分解为两个分力 $\vec{X}$ 和 $\vec{Y}$ ，其分力与力的投影之间有下列关系

$$\left. \begin{aligned} \vec{X} &= X \vec{i} \\ \vec{Y} &= Y \vec{j} \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

因此，力的解析表达式可写为

$$\vec{F} = X \vec{i} + Y \vec{j} \quad (1.4)$$

必须注意，力的投影与力的分解是两个不同的概念，两者不可混淆。力在坐标轴上的投影 X 、 Y 为代数量，而力沿坐标轴的分力 $\vec{X}$ 和 $\vec{Y}$ 为矢量。当 ox 、 oy 两轴不相垂直时，分力 $\vec{X}$ 、 $\vec{Y}$ 和力在轴上的投影 X 、 Y 在数值上也不相等，如图 1.2 所示。

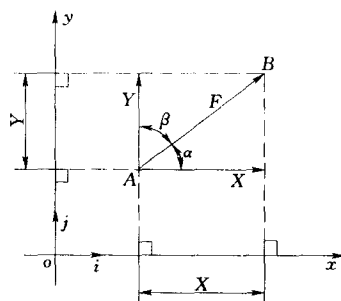


图 1.1

1.4 力系与力系的平衡

1.4.1 力系

作用在同一物体上的一群力，称为力系。

力系按作用线分布情况的不同可分为下列几种：若所有力的作用线在同一平面内时，称为平面力系；否则称为空间力系。若所有力的作用线汇交于同一点时，称为汇交力系；而所有力的作用线都相互平行时，称为平行力系；否则称为任意力系（一般力系）。

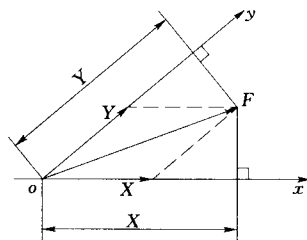


图 1.2

1.4.2 平衡、平衡力系与平衡条件

平衡是指物体相对于惯性参考系（如地面）保持静止或做匀速直线运动。如桥梁、机床的床身、作匀速直线飞行的飞机等等，都处于平衡状态。平衡是物体在力作用下运动效应的一种特殊形式，是一个相对的概念。

若力系中各力对于物体作用的运动效应彼此抵消而使物体保持平衡或运动状态不变时，则这种力系称为平衡力系。即作用在物体上而对物体没有任何运动效应的力系称为平衡力系。平衡力系中的任一力对于其余的力来说都称为平衡力，即与其余的力相平衡的力。

使物体保持平衡状态时力系所需满足的条件，称为力系的平衡条件。平衡条件用数学方程的形式来描述称为平衡方程。

1.4.3 等效力系

若两力系分别作用于同一物体而对物体产生的作用效应相同时，则这两力系称为等效力系。

若力系与一力等效，则此力就称为该力系的合力；而力系中的各力，则称为此合力的分力。

1.5 平面上力对点的矩

如图 1.3 所示，平面内作用一力 $\vec{F}$ ，在同一平面内任取一点 O ，点 O 称为力矩中心，简称矩心。矩心 O 到力作用线的垂直距离 h 称为力臂，则平面内力对点的矩的定义如下：

力对点的矩（简称为力矩）是一个代数量，其大小等于力与力臂的乘积。正负号约定为：力使物体绕矩心逆时针方向转动时为正，反之为负。

以 $m_O(\vec{F})$ 表示力 $\vec{F}$ 对于点 O 的矩，则

$$m_O(\vec{F}) = \pm Fh = \pm 2A_{\triangle OAB} \quad (1.5)$$

式中： $A_{\triangle OAB}$ 为三角形 OAB 的面积；力矩的单位为 $\text{N}\cdot\text{m}$ 或 $\text{kN}\cdot\text{m}$ 。

当力的作用线通过矩心时，力臂 $h=0$ ，则 $m_O(\vec{F})=0$ 。

以 $\vec{r}$ 表示由点 O 到 A 的矢径，则矢量积 $\vec{r} \times \vec{F}$ 为一矢量，它的模 $|\vec{r} \times \vec{F}|$ 等于 $2A_{\triangle OAB}$ ，即该力矩的大小，且其指向与力矩转向符合右手规则。

力矩与矩心密切相关，同一个力对不同的矩心有不同力矩。应当注意，矩心可以是固定点，也可以是不固定点，也就是说可以选择物体上任意点作为矩心。

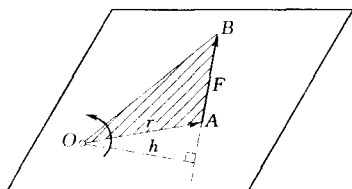


图 1.3

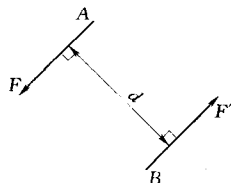


图 1.4

1.6 平面力偶

1.6.1 平面力偶的定义

大小相等、方向相反但不共线的两个平行力组成的力系，称为平面力偶。如图 1.4 所示，力 $\vec{F}$ 和 $\vec{F}'$ 组成一个力偶，记作 $(\vec{F}, \vec{F}')$ 。力偶中两力作用线之间的垂直距离 d 称为力偶臂，力偶所在的平面称为力偶作用平面，简称为力偶作用面。

在日常生活与生产实践中，经常遇到在物体上作用力偶的情况，如用两个手指拧水龙头或转动钥匙，手指对水龙头或钥匙施加的两个力；汽车司机用双手转动驾驶盘；钳工用扳子和丝锥攻螺纹时，两手作用于丝锥扳手上的两个力等。

1.6.2 平面力偶对物体转动效应的决定因素

在平面力偶中，两力等值反向且相互平行，其矢量和显然等于零，但是由于它们不共线，不满足二力平衡条件，不能相互平衡，而将改变物体的转动状态。

平面力偶作用在物体上只存在单纯的转动效应，而不存在平动效应，其转动效应取决于以下三个因素：

(1) 力偶矩的大小。平面力偶对物体的转动强弱，可用力偶矩来度量。力偶矩是一个代数量，其绝对值等于力的大小与力偶臂的乘积（图 1.5），正负号表示力偶的转向：逆时针转向为正，反之则为负。力偶矩以 $m(\vec{F}, \vec{F}')$ 表示，一般简记为 m ，即

$$m = m(\vec{F}, \vec{F}') = \pm Fd = \pm 2A_{\triangle ABC} \quad (1.6)$$

式中： $A_{\triangle ABC}$ 为三角形 ABC 的面积，力偶矩的单位与力矩相同，也是 $\text{N}\cdot\text{m}$ 或 $\text{kN}\cdot\text{m}$ 。

平面力偶对其作用面内任一点之矩恒等于力偶矩。设某平面力偶 $(\vec{F}, \vec{F}')$ ，其力偶臂为 d ，如图 1.5 所示，在力偶作用平面内任取一点 O （矩心），则平面力偶对点 O 之矩等于其两力对 O 之矩的代数和，即

$$m_O(\vec{F}) + m_O(\vec{F}') = F \times OD - F' \times OE = F(OD - OE) = Fd = m \quad (1.7)$$

由于矩心 O 是任意选取的，因此，平面力偶对其作用面内任一点之矩均等于力偶矩，而与矩心的位置无关。

(2) 力偶作用平面。力偶的作用平面不同，其对物体的作用效果也可能不同。

(3) 平面力偶在作用平面内的转向。平面力偶使物体逆时针转动为正，顺时针转动为负。

1.6.3 平面力偶的等效定理与平面力偶的性质

作用在同一平面内的两个力偶，若其力偶矩的大小相等、转向相同，则该两平面力偶等效。

根据平面力偶的定义和力偶的等效定理, 可得平面力偶的性质如下:

(1) 力偶无合力。

由力偶的定义可知, 力偶中的两个力在任何轴上的投影之和恒等于零, 说明其主矢量 $\vec{R}=0$, 即力偶无合力。

力偶不能合成为一个力, 或用一个力来等效替换; 力偶也不能用一个力来平衡。因此, 力和力偶是两个非零的最简单力系, 它们是静力学的两个基本要素。

(2) 力偶对其作用面内任一点之矩均等于力偶矩, 而与矩心的位置无关。

(3) 只要保持力偶矩不变, 力偶可在其作用面内任意移动和转动, 并可任意改变力的大小和力偶臂的长短, 而不改变它对刚体的作用效应 (即将物体简化为刚体时的运动效应)。

因此, 力的大小和力偶臂都不是力偶的特征量, 只有力偶矩才是力偶作用效应的唯一量度, 所以, 以后常用如图 1.6 所示的符号表示力偶。

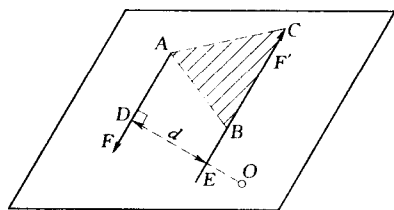


图 1.5

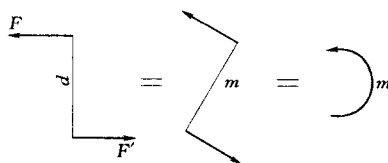


图 1.6

必须明确指出: 上述力偶的性质只是在研究力偶的运动效应时才成立, 不适用于变形效应的研究。

1.7 力系简化

为了便于寻求各种力系对于物体作用的总效应和力系的平衡条件, 需要将力系进行简化, 使其变换为另一个与其作用效应相同的简单力系。这种等效简化力系的方法称为力系的简化, 也称为力系的等效替换。

研究力系简化并不限于分析静力学问题。例如: 飞行中的飞机, 受到升力、牵引力、重力、空气阻力等作用, 这群力错综复杂地分布在飞机的各部分, 每个力都影响飞机的运动。要想确定飞机的运动规律, 必须了解这群力总的作用效果, 为此, 可以先用一个简单的等效力系来代替这群复杂的力, 然后再进行运动的分析。所以研究力系的简化不仅是为了导出力系的平衡条件, 同时也是为动力学提供基础。在静力学中, 我们将研究以下三个问题:

- (1) 物体的受力分析。分析某个物体共作用几个力, 以及每个力的作用位置和方向。
- (2) 力系的等效替换 (或简化)。研究如何把一个复杂的力系简化为一个简单的力系。
- (3) 建立各种力系的平衡条件。研究物体平衡时, 作用在物体上的各种力系所需满足的条件。

力系的平衡条件在工程中有着十分重要的意义, 是设计结构、构件和机械零件时静力计算的基础。因此, 静力学在工程中有着广泛的应用。