

高等院校计算机专业教育改革推荐教材

信号、系统与数字信号处理 学习指导与实践

张小虹 编著

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



高等院校计算机专业教育改革推荐教材

信号、系统与数字信号处理 学习指导与实践

张小虹 编著



机械工业出版社

本书作为《信号、系统与数字信号处理》一书的配套教材，对其中的重点和难点进行了归纳总结，对习题进行了详细、严谨的解答。在给出的题解中，注重经典理论与现代技术的结合，不仅有传统的计算解，而且有一定量的 MATLAB 解。本书系统地将“信号、系统与数字信号处理”融为一体，用新的视角描述了信号、系统与数字信号处理的基本理论、基本方法。对于教授这门课程的教师来说，是一本不可多得的参考书。

本书适合高等院校电子信息类、自控、计算机科学与技术等专业学生作为重要配套教材，对相关专业的工程技术人员也是有益的自学用书和实用的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

信号、系统与数字信号处理学习指导与实践 / 张小虹
编著. —北京: 机械工业出版社, 2004.2
高等院校计算机专业教育改革推荐教材
ISBN 7-111-13683-7

I. 信… II. 张… III. ①信号系统-高等学校-教
学参考资料②数字信号-信号处理-高等学校-教学参
考资料 IV. TN911

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 149260 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策 划: 胡毓坚

责任编辑: 孙 业 版式设计: 霍永明 责任校对: 程俊巧

责任印制: 闫 焱

北京京丰印刷厂印刷 · 新华书店北京发行所发行

2004 年 2 月第 1 版 · 第 1 次印刷

787mm×1092mm $1/16$ · 17.25 印张 · 423 千字

0 001—5 000 册

定价: 24.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

高等院校计算机专业教育改革推荐教材 编委会成员名单

主 编 刘大有

副主编 王元元

编 委 (按姓氏笔画排序)

刘晓明 李师贤 张桂芸 徐汀荣

耿亦兵 顾军华 黄国兴 薛永生

编者的话

计算机科学技术日新月异的飞速发展和计算机科学技术专业教育的相对滞后，已是不争的事实。

有两个发人深省的现象：一是，由于非计算机专业的学生既具有一门非计算机专业的专业知识，又具有越来越高的计算机应用技术水平，从而使计算机专业的学生感受到一种强烈的冲击和压力；二是，创建软件学院的工作已有近两年的历史，但软件学院的计算机专业教育的定位仍在探讨之中。

我们认为计算机科学与技术专业（以下简称计算机专业）教育的改革势在必行，正确认识和划分计算机专业教育的层次，对该专业的教育改革无疑是一个非常重要的问题。我国的计算机专业教育主要分三个层次。一般说来，这三个层次通常分布在以下三类高等院校：

第一层次主要以具有计算机一级学科博士学位授予权的教育部属重点高等院校为代表（包括具有两个博士点的大学）。这一类大学本科着重培养理论基础比较坚实、技术掌握熟练、有一定研究和开发能力的计算机专业学科型人才，其中部分学生（约本科生的10%）可攻读博士学位。

第二层次主要以具有一个计算机二级学科专业博士点的教育部属高等院校为代表。这一类高等院校本科着重培养有一定的理论基础、技术掌握比较熟练、有一定的研究或开发能力的计算机专业人才，其中一部分培养成学科型人才，另一部分培养成应用型人才，一小部分学生（约本科生的5%）可攻读博士学位。

第三层次主要以具有计算机二级学科专业硕士点的省属高等院校为代表。这一类高等院校本科面向企业应用，侧重培养对计算机技术或部分计算机技术掌握比较熟练，有一定的开发、应用能力的计算机专业应用型人才，其中很小一部分学生（约本科生的2.5%）可攻读博士学位。

国家教育部、计委批准的或省教育厅批准的示范性软件学院，就其培养目标和办学特色而言，分别与第二层次中应用型人才培养部分以及第三层次比较相近，但在如下方面有所不同：将软件工程课程作为专业教学重点；更加强调英语教学，更加重视实践能力培养，并对两者有更高的要求。

我们本着对高等院校的计算机专业状况的认识，主要面向与上述第二、第三两个层次对应的院校及与之相近的软件学院，总结多年的计算机专业的教改经验，在一定程度上溶入了ACM& IEEE CC2001和CCC2002（中国计算机科学与技术学科教程）的教改思路，组织我国一直投身于计算机教学和科研的教师，编写了这套“高等院校计算机专业教育改革推荐教材”（以下简称“推荐教材”）。自然，“推荐教材”中所贯穿的改革思路和做法，也是针对上述第二、第三两个层次对应院校的计算机专业学生。这些思路和做法可概括成以下三句话：

- 适度调整电子技术基础、计算机理论基础和系统软件的教学内容。
- 全面强化计算机工具软件、应用软件的教学要求。
- 以应用为目标大力展开软件工程的教学与实践。

电子技术基础、计算机理论基础、系统软件教学关系到学生的基本素质、发展潜力和日后的应变能力。“推荐教材”在调整它们的教学内容时的做法是：适度压缩电子线路、数字电路和信号系统的教学内容，变三门课程为两门，并插入数字信号处理的基础内容；合并“计算机组成原理”、“微型计算机接口技术”和“汇编语言”为“计算机硬件技术基础”一门课程；注意适当放宽“离散数学”课程的知识面，使之与 CCC2002 的要求基本接轨，但适度降低其深度要求；更新系统软件课程的教学内容，以开放代码的 Linux 作为操作系统原理的讲授载体，更加关注系统软件的实践性和实用性。

为了提高计算机专业人才的计算机应用能力，全面强化计算机工具软件、实用软件的教学要求是十分重要的，这也是上述改革思路的核心。为此，“系列教材”的做法是：强化程序设计技术，强化人机接口技术，强化网络应用技术。

为强化程序设计技术，“推荐教材”支持在单片机环境、微机平台、网络平台的编程训练；支持运用程序设计语言、程序设计工具以及分布式对象技术的编程训练。大大加强面向对象程序设计课程的组合（设计了三门课程：面向对象的程序设计语言 C++，面向对象的程序设计语言 Java 和分布式对象技术），方便教师和读者的选择。

为强化人机接口技术，“推荐教材”设计了“人机交互教程”、“计算机图形学”和“多媒体应用技术”等可供选择的、有层次特色的课程组合。

为强化网络应用技术，“推荐教材”设计了“计算机网络技术”、“计算机网络程序设计”、“计算机网络实验教程”和“因特网技术及其应用”等可供选择的、新颖丰富的课程组合。

将软件工程课程作为专业教学重点，以应用为目标大力展开软件工程的教学与实践，是“推荐教材”改革思路的又一亮点。为改变以往软件工程课程纸上谈兵的老毛病，“推荐教材”从工程应用出发，理论联系实际，突出建模语言及其实现工具的运用，设计了“软件工程的方法与实践”，“统一建模语言 UML 导论”和“ROSE 对象建模方法与技术”等可供选择的、创新独特的软件工程课程组合。对于各类软件学院，“推荐教材”的这一特色无疑是很有吸引力的。

强调实践也是计算机学科永恒的主题，对计算机应用专业的学生来说更是如此。重应用和重实践是“推荐教材”的一个整体特点。这一特点，一方面有利于解决本文开始所指出的计算机专业学生较之非计算机专业学生，在应用开发工作中上手慢的问题；另一方面，使计算机专业的学生能在更大范围内、更高层面上掌握计算机应用技术。这一特点正是许多高等院校计算机专业教育改革追求的一个目标，也是国家教育部倡导软件学院的初衷之一。

“推荐教材”由基础知识、程序设计、应用技术、软件工程和实践环节等五个模块组成。各模块有其对应的培养目标与功能，从而构架出一个创新的、完整的计算机应用专业的课程体系。模块化的设计，使各学校可根据学生及学校的特点作自由的选择和组合，既能达到本专业的总体要求，又能体现具有特色的个性发展。整套教材的改革脉络清晰，结构特色鲜明，值得各高等院校在改革教学内容、编制教学计划、挑选教材书目时借鉴和参考。当然，很多书目也适合很多相关学科的计算机课程用作教材。

“推荐教材”的组成模块和书目详见封底。显然它不能说是完备的（实践环节模块更是如此），其改革的思路、改革的举措也可能有值得探讨的地方。我们衷心希望得到计算机教育界同仁和广大读者的批评指正。

高等院校计算机专业教育改革推荐教材
编委会

前 言

本书是《信号、系统与数字信号处理》一书的配套教材。

本书以基本理论为主线，对《信号、系统与数字信号处理》一书中的重点和难点进行了归纳总结，对该书中的习题进行了详细、严谨地解答。在给出的题解中，注重经典理论与现代技术的结合，不仅有传统的计算解，而且有一定量的 MATLAB 解。在本书的指导下，读者能够更加系统地掌握和理解“信号、系统与数字信号处理”的知识。利用计算机计算验证复杂结论，节省了手工运算的时间，学生可将主要精力用在对课程内容和基本概念的理解与巩固上，体现了时代特色，符合素质教育的要求。

本书概念清楚、系统性强、特色鲜明。尤其是现代教学思想与工具的引入，对于从事这门课程教学的教师来说，是一本不可多得的参考书。本书不仅适合电子信息类专业学生作为重要配套教材，也可作为自控专业、计算机科学与技术等相关专业学生的重要配套教材。对相关专业的工程技术人员来说也是一本有益的自学用书和实用的参考书。

在编写过程中考虑到接受对象的不同专业，在选择重点和难点时，既体现了教学改革的精神和教学大纲的要求，也反映了针对不同教学对象的教学实践，同时也考虑了需深入了解相关知识的读者和工程技术人员的需要。

本书在内容的组织上，与《信号、系统与数字信号处理》一书基本一致，适当增加了部分上机实验课程，为本科与大专的教学提供了可以灵活组合的便利条件，为读者掌握本门知识提供更多的参考信息和实践机会。

在编写过程中，得到了张蔚伟、张为民、岳振军、陆士元、王丽娟、孙镇、许胜华、李宁、刘春林、贾永兴等同行们的大力支持和帮助。

由于编者水平有限，书中不足与错误在所难免，恳请广大读者批评指正。

编 者

目 录

编者的话

前言

第 1 章 连续时间信号与系统的时域分析	1
1.1 重点与难点	1
1.1.1 信号的定义及其分类	1
1.1.2 典型信号	1
1.1.3 连续信号的运算	3
1.1.4 连续信号的时域分解	4
1.1.5 系统及其响应	4
1.1.6 系统的分类	4
1.1.7 LTI 的数学模型与传输算子	5
1.1.8 LTI 因果系统的时域分析	6
1.1.9 卷积及其性质	7
1.2 习题解答	7
第 2 章 连续时间系统的频域分析——傅里叶变换	27
2.1 重点与难点	27
2.1.1 周期信号的傅里叶级数分析	27
2.1.2 非周期信号的频谱——傅里叶变换	28
2.1.3 系统的频域分析方法	29
2.1.4 无失真传输系统与滤波	29
2.2 习题解答	30
第 3 章 连续时间系统的复频域分析——拉普拉斯变换	52
3.1 重点与难点	52
3.1.1 拉普拉斯变换	52
3.1.2 拉普拉斯变换的基本性质	52
3.1.3 拉普拉斯反变换	53
3.1.4 线性系统的拉普拉斯变换分析法	54
3.1.5 系统函数与零极点分析法	54
3.1.6 LTI 系统的稳定性	56
3.1.7 连续时间系统的模拟及流图表示	57
*3.1.8 模拟滤波器的设计	58
3.2 习题解答	62
第 4 章 离散时间序列与系统的时域分析	86
4.1 重点与难点	86
4.1.1 时域取样与插值	86
4.1.2 离散序列与基本运算	86
4.1.3 离散时间系统的差分方程及转移算子	89

4.1.4 零输入响应	90
4.1.5 零状态响应与系统特性	90
4.1.6 卷积	91
4.2 习题解答	92
第 5 章 z 变换与离散系统的频域分析	111
5.1 重点与难点	111
5.1.1 z 变换定义	111
5.1.2 z 变换的收敛区及典型序列的 z 变换	111
5.1.3 z 变换的性质与定理	112
5.1.4 逆 z 变换	112
5.1.5 利用 z 变换求解差分方程	113
5.1.6 z 变换与拉普拉斯变换、傅里叶变换的关系	114
5.1.7 序列的傅里叶变换及性质	115
5.1.8 离散系统的频域分析	115
5.2 习题解答	117
第 6 章 离散傅里叶变换及其快速算法	140
6.1 重点与难点	140
6.1.1 周期序列的傅里叶级数——DFS	140
6.1.2 离散傅里叶变换——DFT	140
6.1.3 DFT 的性质	141
6.1.4 频域采样——取样 z 变换	141
6.1.5 应用 DFT 计算线性卷积	142
6.1.6 应用 DFT 作频谱分析	143
6.1.7 DFT 的快速算法——FFT	143
6.1.8 线性调频 z 变换算法	144
6.2 习题解答	145
第 7 章 数字滤波器的结构与状态变量分析法	166
7.1 重点与难点	166
7.1.1 离散 LTI 系统输入与输出关系描述	166
7.1.2 用信号流图表示系统结构	166
7.1.3 IIR 系统的基本结构	167
7.1.4 FIR 系统的基本结构	168
7.1.5 状态变量分析法	171
7.2 习题解答	172
第 8 章 无限冲激响应 (IIR) 数字滤波器的设计	189
8.1 重点与难点	189
8.1.1 数字滤波器的基本概念	189
8.1.2 脉冲响应不变法设计	189
8.1.3 双线性变换法	190
8.1.4 原型变换法	190
8.2 习题解答	192
第 9 章 有限冲激响应 (FIR) 数字滤波器的设计	211

9.1 重点与难点	211
9.1.1 FIR 数字滤波器的系统函数一般情况	211
9.1.2 线性相位 FIR 数字滤波器的条件和特点	211
9.1.3 FIR 数字滤波器的窗函数设计	213
9.1.4 频率取样法设计线性相位 FIR DF	213
9.2 习题解答	214
第 10 章 上机实验	245
10.1 上机实验一	245
10.2 上机实验二	250
10.3 上机实验三	255
10.4 上机实验四	260
参考文献	264

第 1 章 连续时间信号与系统的时域分析

1.1 重点与难点

1.1.1 信号的定义及其分类

1. 信号的定义

信号是某种变化的物理量。

2. 信号的分类

从不同角度进行分类有：确定性信号与随机信号；连续时间信号与离散时间信号；周期信号与非周期信号；能量信号与功率信号；因果信号与非因果信号。

如果若干周期信号的周期具有公倍数，则它们叠加后仍为周期信号。迭加信号的周期是所有周期的最小公倍数，频率（均为整数时）是所有频率的最大公约数。叠加信号的角频率（周期）两两之比均为有理数，则它们叠加后仍为周期函数。其周期角频率的计算方法如下：只有两项时： $\omega_1/\omega_2 = N_1/N_2$ 。如果没有整数公因子，则

$$\omega_0 = \frac{\omega_1}{N_1} = \frac{\omega_2}{N_2} \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad T = N_1 T_1 = N_2 T_2$$

当大于两项时类推：

$$\omega_1 = \frac{N_1}{N_0}, \omega_2 = \frac{N_2}{N_0}, \dots, \omega_n = \frac{N_n}{N_0}$$

若 N_1, N_2, \dots, N_n 无公因子，则

$$\omega_0 = \frac{1}{N_0}$$

若有公因子 N ，则

$$\omega_0 = \frac{N}{N_0}$$

1.1.2 典型信号

(1) 实指数信号

$$f(t) = ke^{at}$$

当 $a > 0$ ， $f(t)$ 随时间增长； $a < 0$ ， $f(t)$ 随时间衰减； $a = 0$ ， $f(t)$ 随时间不变。

常数 k 表示 $t = 0$ 时的初始值。 $|a|$ 的大小反映信号随时间增、减的速率。

通常还定义时常数 $\tau = 1/|a|$ ， τ 越小，指数函数增长或衰减的速率越快。

(2) 单边指数信号

$$f(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}u(t)$$

当 $t = \tau$ 时 $f(t) \Big|_{t=\tau} = f(\tau) = E/e = 0.368E$

(3) 正弦信号

$$f(t) = k \sin(\omega t + \theta)$$

式中, k 是振幅、 ω 是角频率、 θ 是初相。

表示为复指数形式:

$$\sin \omega t = \frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})$$

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$$

(4) 复指数信号

$$f(t) = k e^{st}$$

其中 $s = \sigma + j\omega$ 为复数, σ 为实部系数, ω 为虚部系数。

借用欧拉公式: $k e^{st} = k e^{(\sigma + j\omega)t} = k e^{\sigma t} e^{j\omega t}$
 $= k e^{\sigma t} \cos \omega t + j k e^{\sigma t} \sin \omega t$

(5) Sa(t)信号 (抽样信号)

$$f(t) = \text{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t} \text{ 或 } \text{Sa}(at) = \frac{\sin at}{at}$$

Sa(t)信号的性质如下:

1) Sa(t)信号是偶函数。

$$2) \int_0^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \frac{\pi}{2}$$

$$3) \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \frac{\sin t}{t} = 1$$

$$4) \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \frac{\sin t}{t} = 0$$

$$5) f(t) \Big|_{t=n\pi} = \frac{\sin t}{t} \Big|_{t=n\pi} = 0$$

(6) 单位阶跃信号 $u(t)$

$$\text{定义 } u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

(7) 单位冲激函数 $\delta(t)$

$$1) \text{ 定义 } \begin{cases} \delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases}$$

2) 性质

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$$

$$f(t)\delta(t - t_0) = f(t_0)\delta(t - t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t - t_0) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0)\delta(t - t_0) dt = f(t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_1)\delta(t-t_0)dt = f(t_0-t_1)$$

$$\delta(t) = \delta(-t)$$

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau)d\tau = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} = u(t)$$

$$\frac{du(t)}{dt} = \delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$$

$$(8) \text{ 单位斜坡函数 } R(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t > 0 \end{cases} = tu(t)$$

单位斜坡函数与阶跃函数 $u(t)$ 互为逆关系:

$$\frac{dR(t)}{dt} = u(t)$$

$$\int_{-\infty}^t u(\tau)d\tau = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t > 0 \end{cases} = R(t)$$

$$(9) g_{\tau}(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \frac{\tau}{2} \\ 0 & |t| > \frac{\tau}{2} \end{cases} = \left[u\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - u\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right]$$

(10) 符号函数 sgnt

$$\text{sgnt} = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases} = 2u(t) - 1 = -u(-t) + u(t)$$

1.1.3 连续信号的运算

1. 移位、折叠、尺度

信号的时移(时延、平移)是信号在时间轴上的移位。

信号的折叠是将 $f(t)$ 自变量 t 用 $-t$ 替换, 则 $f(-t)$ 是 $f(t)$ 的波形以 $t=0$ 为轴反折, 所以也称时间轴反转。

信号的尺度变换又称为信号的压缩与扩展。将 $f(t)$ 的自变量 t 用 at 替换, 则 $f(at)$ 是 $f(t)$ 的波形在时间 t 轴压缩或扩展。 $|a| > 1$, $f(at)$ 是 $f(t)$ 的波形在时间 t 轴压缩; $|a| < 1$, $f(at)$ 是 $f(t)$ 的波形在时间 t 轴扩展。

设变换前信号为 $f(at+b)$, 用 t_1 表示变换前端点的位置; 变换后信号为 $f(mt'+n)$, 用 t'_1 表示变换后端点的位置。

$$\text{则有 } f(at_1+b) = f(mt'_1+n)$$

$$\text{即 } at_1+b = mt'_1+n$$

$$\text{解出 } t'_1 = \frac{1}{m}(at_1+b-n)$$

2. 微分与积分

微分是对 $f(t)$ 求导数的运算:

$$f'(t) = \frac{df(t)}{dt}$$

积分是对 $f(\tau)$ 在 $(-\infty, t)$ 区间内积分:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$$

3. 信号的加(减)、乘(除)

信号的相加(减)或相乘(除)是信号瞬时值相加(减)或相乘(除)。 $f_1(t) \pm f_2(t)$ 是两个信号瞬时值相加(减)形成的新信号; $f_1(t) \cdot f_2(t)$ 或 $f_1(t)/f_2(t) = f_1(t) \cdot [1/f_2(t)]$ 是两个信号瞬时值相乘形成的新信号。

1.1.4 连续信号的时域分解

1. 规则信号的分解

一般规则信号可以分解为若干基本函数的组合。

2. 信号的脉冲分解

$$f(t) = \int_0^t f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

$$f(t) = f_0(t) + \int_0^t f'(\tau) u(t - \tau) d\tau$$

3. 奇偶分解

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

式中, $f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$

$$f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$$

1.1.5 系统及其响应

1. 系统的定义

系统的定义是由若干相互作用,相互依赖的事物组合而成的,具有特定功能的整体。

2. 零输入响应与零状态响应定义

当系统的激励为零,仅由系统的初始状态(储能)产生的响应是零输入响应,记为 $y_{zi}(t)$;当系统的初始状态(储能)为零,仅由系统的激励产生的响应是零状态响应,记为 $y_{zs}(t)$ 。也有教材将零输入响应记为 $y_x(t)$,零状态响应记为 $y_f(t)$ 。

1.1.6 系统的分类

从不同角度出发可将系统分为若干类型。

1. 动态系统与静态系统

含有动态元件的系统,是动态系统。没有动态元件的系统是静态系统。如纯电阻电路。

2. 因果系统与非因果系统

因果系统满足在任意时刻的响应 $y(t)$ 仅与该时刻以及该时刻以前的激励有关,而与该时刻以后的激励无关。

3. 连续时间系统与离散时间系统

激励与响应均为连续时间信号的系统是连续时间系统,激励与响应均为离散时间信号的

系统是离散时间系统。

4. 线性系统与非线性系统

线性系统必须满足以下三个条件：

(1) 分解性

线性系统的响应可以分解为零输入响应与零状态响应，可表示为

$$y(t) = y_{zi}(t) + y_{zs}(t)$$

(2) 零输入线性

输入为零时，由各初始状态 $\{x_1(0), x_2(0), \dots, x_n(0)\}$ 引起的响应具有叠加性与均匀性（比例性），即

$$\text{若 } x_k(0_-) \rightarrow y_{zik}(t) \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad t \geq 0$$

$$\text{则 } \sum_{k=1}^n a_k x_k(0_-) \rightarrow \sum_{k=1}^n a_k y_{zik}(t) \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad t \geq 0$$

(3) 零状态线性

初始状态为零时，由各输入引起的响应具有叠加性与均匀性（比例性），即

$$\text{若 } f_i(t) u(t) \rightarrow y_{zsi}(t) u(t)$$

$$\text{则 } \sum_{i=1}^m b_i f_i(t) u(t) \rightarrow \sum_{i=1}^m b_i y_{zsi}(t) u(t) \quad t \geq 0$$

5. 时变系统与非时变系统

从系统的结构参数来看，系统参数不随时间变化的系统（常参系统，定常系统）是时不变系统，系统参数随时间变化的系统（变参系统）是时变系统。

从系统响应来看，在初始状态相同的情况下，系统响应与激励加入的时刻无关的是时不变系统。即由于时不变系统的参数不随时间变化，因此在相同的起始状态下系统响应与激励加入系统的时刻无关。

6. LTI 系统

既满足线性又满足时不变性的系统是线性时不变系统，简称为 LTI 系统。若 $f(t) \rightarrow y(t)$ ，LTI 系统的性质如下：

$$(1) \text{ 时不变 } f(t - t_0) \rightarrow y(t - t_0)$$

$$(2) \text{ 比例 } kf(t) \rightarrow ky(t)$$

$$(3) \text{ 叠加 } af_1(t) + bf_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t)$$

$$(4) \text{ 微分 } \frac{df(t)}{dt} \rightarrow \frac{dy(t)}{dt} \quad \frac{d^n f(t)}{dt^n} \rightarrow \frac{d^n y(t)}{dt^n} \quad (n \text{ 为正整数})$$

$$(5) \text{ 积分 } \int_0^t f(\tau) d\tau \rightarrow \int_0^t y(\tau) d\tau$$

1.1.7 LTI 的数学模型与传输算子

1. n 阶线性微分方程的一般形式为

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n}{dt^n} y(t) + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} y(t) + \dots + a_{n-1} \frac{d}{dt} y(t) + a_n y(t) \\ = b_0 \frac{d^m}{dt^m} f(t) + b_1 \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} f(t) + \dots + b_{m-1} \frac{d}{dt} f(t) + b_m f(t) \end{aligned}$$

2. 算子方程

$$\begin{aligned} & (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_{n-1} p + a_n) y(t) \\ & = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \cdots + b_{m-1} p + b_m) f(t) \\ y(t) & = \frac{(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \cdots + b_{m-1} p + b_m) f(t)}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_{n-1} p + a_n} = \frac{N(p)}{D(p)} f(t) \end{aligned}$$

算子运算规则如下:

(1) $(p+a)(p+b)x = [p^2 + (a+b)p + ab]x$

(2) $px = py \Rightarrow x \neq y$

$D(p)x = D(p)y \Rightarrow x \neq y$

(3) $p \cdot \frac{1}{p}x \neq \frac{1}{p} \cdot px$

3. 传输 (转移) 算子 $H(p)$

$$H(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$$

1.1.8 LTI 因果系统的时域分析

LTI 系统的响应可以分解为由初始状态 (储能) 作用产生的零输入响应和由激励作用产生的零状态响应。

1. 系统的零输入响应 $y_{zi}(t)$ 求解

n 阶齐次微分方程的一般形式为

$$\begin{cases} (p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \cdots + a_1p + a_0)y(t) = 0 \\ y_{zi}(0), y'_{zi}(0), y''_{zi}(0), \dots, y_{zi}^{(n-1)}(0) \end{cases}$$

若特征方程 $D(p) = 0$ 为 n 个单根 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, 则

$$y_x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + \cdots + C_n e^{\lambda_n t} = \sum_{i=1}^n C_i e^{\lambda_i t} \quad t > 0$$

2. 系统的单位冲激响应 $h(t)$ 求解

n 阶线性系统的传输函数为

$$\begin{aligned} H(p) &= \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \cdots + b_1 p + b_0}{p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0} \\ &= \frac{k_1}{p - \lambda_1} + \frac{k_2}{p - \lambda_2} + \cdots + \frac{k_n}{p - \lambda_n} \end{aligned}$$

n 阶系统的单位冲激响应为

$$\begin{aligned} h(t) &= [k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t} + \cdots + k_n e^{\lambda_n t}] u(t) \\ &= \sum_{i=1}^n k_i e^{\lambda_i t} u(t) \end{aligned}$$

式中, k_1, k_2, \dots, k_n 由待定系数法确定。

表 1-1 列出了部分 $H_i(p)$ 和与其对应的 $h_i(t)$ 。

表 1-1

$H_i(p)$	$k/p - \lambda$	kp	k	$k_{12}/(p - \lambda)^2$
$h_i(t)$	$ke^{\lambda t} u(t)$	$k\delta'(t)$	$k\delta(t)$	$k_{12}t e^{\lambda t} u(t)$

3. 系统的零状态响应 $y_{zs}(t)$

用卷积积分可求解系统的零状态响应 $y_{zs}(t)$

$$\int_0^t f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau \rightarrow \int_0^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

1.1.9 卷积及其性质

1. 卷积

$$y(t) = f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau)f_2(t-\tau)d\tau$$

2. 任意函数与 $\delta(t)$ 、 $u(t)$ 卷积

$$(1) f(t) * \delta(t) = f(t)$$

$$(2) f(t) * \delta(t-t_1) = f(t-t_1)$$

$$(3) f(t) * u(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau)d\tau$$

3. 卷积代数性质

$$(1) \text{交换律: } f_1(t) * f_2(t) = f_2(t) * f_1(t)$$

$$(2) \text{分配律: } f_1(t) * [f_2(t) + f_3(t)] = f_1(t) * f_2(t) + f_1(t) * f_3(t)$$

$$(3) \text{结合律: } f_1(t) * [f_2(t) * f_3(t)] = [f_1(t) * f_2(t)] * f_3(t)$$

4. 卷积的微分与积分性质

(1) 微分

$$\frac{d}{dt}[f_1(t) * f_2(t)] = \left[\frac{d}{dt}f_1(t)\right] * f_2(t) = f_1(t) * \left[\frac{d}{dt}f_2(t)\right]$$

(2) 积分

$$\int_{-\infty}^t [f_1(\lambda) * f_2(\lambda)]d\lambda = f_1(t) * \int_{-\infty}^t f_2(\lambda)d\lambda = f_2(t) * \int_{-\infty}^t f_1(\lambda)d\lambda$$

(3) 微、积分

$$\text{若 } s(t) = f_1(t) * f_2(t)$$

$$\text{则 } s^{(i)}(t) = f_1^{(j)}(t) * f_2^{(i-j)}(t)$$

(4) 卷积的杜阿梅尔形式

$$y(t) = e(t) * h(t) = e'(t) * \int_{-\infty}^t h(\lambda)d\lambda = e'(t) * g(t)$$

式中, $g(t)$ 为阶跃响应。

1.2 习题解答

1-1 判断下列信号是能量还是功率信号?

$$(1) f_1(t) = e^{-t}u(t) \quad (2) f_2(t) = \cos 3t + \sin 5t$$

解: (1) $f_1(t)$ 是能量为 $1/2$ 的能量信号。

(2) $f_2(t)$ 是周期信号, 周期信号是功率信号。

1-2 试说明下列信号是否是周期信号, 如是, 试确定其周期 (其中 a 、 b 、 c 为常数)。

$$(1) f_1(t) = \cos(10t) - \cos(30t)$$