



数字信号处理

门爱东 苏菲 编著
王雷 王海婴 李江军



科学出版社
www.sciencep.com

内 容 简 介

本书为北京邮电大学校级精品课程配套教材,在多年原有教材的基础上,增加了新内容,重新整理而成。全书共分6章,主要涉及数字信号处理三个基本内容:一是对离散信号和离散系统进行表示和分析所必需的基础知识;二是离散傅里叶变换和快速算法及其典型应用;三是数字滤波器的设计和实现(包括结构和字长效应)等。为便于理解,本书将每章涉及的 Matlab 内容单独成节,列于每章之后。每章都配备了难易适中的习题,书后还提供了部分习题解答,可帮助学生理解。

本书可作为高等院校工科通信工程、电子信息工程、自动化、电子科学与技术、测控技术与仪器以及理科电子信息科学与技术等专业的本科教材,也可供相关专业的技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理/门爱东等编著. —北京:科学出版社,2005

(中国科学院规划教材——电子信息与通信系列)

ISBN 7-03-015543-2

I. 数… II. 门… III. 数字信号-信号处理-教材 IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 049593 号

责任编辑:匡 敏 贾瑞娜/责任校对:刘小梅

责任印制:钱玉芬/封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕾 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005年8月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2005年8月第一次印刷 印张:22

印数:1—4 000 字数:428 000

定价:28.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前 言

数字信号处理是从 20 世纪六七十年代以来,随着计算机学科和集成电路技术的发展而迅速发展起来的一门新兴学科。数字信号处理在各个方面得到了广泛应用,其重要性在各个领域中日益体现。因此,“数字信号处理”这门课程得到了高度的重视,几乎所有的工科院校都开设了此门课程,国内外出版了众多的教材。由于数字信号处理已经深入到信息处理技术的各个方面,因此,这些教材有的注重基础,有的讲述深奥,有的内容广泛,有的本科生和研究生共用等。而本书作为工科通信类本科二、三年级的教材,着重基本原理的阐述,力求基本概念与工程技术的联系,保持经典性和先进性之间的协调。

本书的先修课程是高等数学、复变函数和连续时间的信号和系统等课程。本书内容主要涉及本科生学习数字信号处理所必须掌握的基本知识:

一是第 2 章所阐述的离散信号和离散系统的基础知识。首先讨论了连续时间信号的取样和内插,这是数字信号处理的开始和结束;介绍了常用的离散时间信号序列和它们的基本运算;阐述了离散时间系统的线性、非移变、稳定和因果等基本特性;然后重点讲述了从时域和频域两个角度定性分析离散时间信号和离散时间系统的方法,包括 Z 变换和离散时间傅里叶变换(DTFT)、单位冲激响应和系统函数,以及频率响应等。

二是第 3 章所阐述的离散傅里叶变换及其快速算法。在 DTFT 变换的基础上,为了便于数字处理,有必要把连续的频率 Ω 也进行离散化,这就需要引入新的变换方法。本章将首先定义周期离散信号的傅里叶级数(DFS)并讨论其性质,之后引出离散傅里叶变换(DFT)并分析其特性,然后将介绍各类快速傅里叶变换(FFT)算法,包括时间抽选和频率抽选的基 2 FFT 和基 4 FFT 算法,最后给出 FFT 的典型应用。

三是第 4~6 章所阐述的数字滤波器设计、实现结构和字长效应等。第 4 章重点描述了借助模拟滤波器的模拟原型法设计无限冲激响应(IIR)数字滤波器,为此首先介绍了巴特沃思和切比雪夫两种模拟低通滤波器的设计方法,包括公式计算和查表法,其他类型的模拟滤波器设计方法类似,而且也非常成熟,因此在本书中没有介绍。然后介绍了两种把设计的模拟低通滤波器转换为所需的数字低通滤波器的方法,即冲激响应不变法和双线性变换法,两种方法各有其特点。根据设计所得到的理论上的系统函数 $H(z)$,可以得到不同的实现结构,因此第 4 章最后描述了 IIR 数字滤波器实现的一些常用结构,包括直接型、级联型和并联型。第 5 章所

述内容与第4章类似,只是针对线性相位的有限冲激响应(FIR)数字滤波器的设计和实现问题进行讨论,重点阐述了采用窗函数法设计线性相位 FIR 数字滤波器的步骤过程,其次介绍了频率取样法,同样地,在第5章的最后描述了 FIR 数字滤波器的实现结构,包括直接型、级联型和频率取样型,以及利用线性相位对称性的实现结构。在第4、5章中还介绍了数字高通、带通和带阻 IIR 和 FIR 滤波器的设计方法,以及借助于计算机的最优化设计方法。第6章主要讲述了数字信号处理中的字长效应问题,分析了不同来源的量化误差,包括数的表示、模数变换、系数量化和运算过程等环节引入的量化误差效应。

另外,借助于计算机 Matlab 数字工具所具有的强大功能,来演示数字信号处理的原理和概念已成为大家的普遍做法。在我们以前编写的教材中,把 Matlab 函数和例题穿插在正文内容中,基本理论、算法与 Matlab 程序混合在一起,容易引起混乱,感觉内容不连贯,学生不易掌握各个方面的内容。鉴于此,在本书中,我们把每一章内容所涉及的 Matlab 函数集中放置在每一章的最后部分,学生可以通过这些函数增强对数字信号处理基本理论和工程实践的理解。

Matlab 语言简单易学,入门非常容易,我们假定读者已经掌握了 Matlab 的基本知识。因此,本书没有描述 Matlab 语言的语法、语义和命令等,这方面的内容请读者参考相关的教科书、Matlab 手册或在线帮助命令。

本书主要内容基于全子一编著的《数字信号处理》(人民邮电出版社,1988),以及全子一和周利清等编著的《数字信号处理基础》(北京邮电大学出版社,2002),并总结我们多年来的大学本科讲课经验;同时参考近年来国内外出版的众多中英文相关教材和论文,编著而成本书。在此向上述所有的编著者表示衷心的感谢!

本书的第1、4章由门爱东执笔,第2章由苏菲执笔,第3章由王雷执笔,第5章由王海婴执笔,第6章由李江军执笔。在本书编写过程中,我们的研究生也协助做了许多工作,在此表示深深的谢意!

由于作者水平有限,书中错误和不当之处难免,敬请读者批评指正。

作 者

2005年4月于北京邮电大学

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 数字信号处理的定义、特点和方法	1
1.1.1 数字信号定义	1
1.1.2 数字信号处理的特点	2
1.1.3 数字信号处理的方法	5
1.2 数学预备知识	6
1.2.1 傅里叶变换的几种形式	6
1.2.2 常用的模拟信号	7
习题	11
第 2 章 离散时间信号与离散时间系统	13
2.1 取样和内插	13
2.1.1 取样	13
2.1.2 内插	16
2.2 离散时间信号	19
2.2.1 常用序列	19
2.2.2 序列的基本运算	21
2.3 时域离散系统的基本概念	25
2.4 离散系统的差分方程描述及信号流图	31
2.4.1 离散系统的差分方程	31
2.4.2 信号流图表示	32
2.5 离散时间信号的傅里叶变换	36
2.5.1 离散时间信号傅里叶变换的定义	36
2.5.2 离散信号傅里叶变换对的推导	37
2.5.3 线性非移变系统的频率响应	38
2.5.4 离散时间信号傅里叶变换的性质	38
2.6 Z 变换的定义及收敛域	42
2.6.1 Z 变换的定义	42
2.6.2 Z 变换的收敛域	42
2.7 Z 反变换	46

2.7.1 Z反变换的定义	46
2.7.2 Z反变换的求解	47
2.8 Z变换的性质	53
2.9 一些常用的Z变换对	58
2.10 Z变换与拉普拉斯变换、傅里叶变换的关系	59
2.10.1 Z变换与拉普拉斯变换的关系	59
2.10.2 Z变换与傅里叶变换的关系	60
2.11 离散系统的频域分析	61
2.11.1 传输函数	61
2.11.2 用单边Z变换解线性差分方程	64
2.11.3 传输函数的零极点	65
2.11.4 线性非移变因果系统的稳定性	68
2.11.5 信号流图的转置定理	70
2.12 本章涉及的 Matlab 函数	71
习题	79
第3章 离散傅里叶变换及其快速计算方法	83
3.1 问题的提出	83
3.2 DFS 及其性质	84
3.2.1 DFS 的定义	84
3.2.2 DFS 的性质	86
3.3 DFT 及其性质	89
3.3.1 DFT 的定义	89
3.3.2 DFT 同 Z 变换和 DTFT 间的关系	92
3.3.3 DFT 的性质	96
3.3.4 DFT 变换的应用	108
3.4 快速傅里叶变换	118
3.4.1 基2时域抽选算法	119
3.4.2 基2时域抽选算法的矩阵表示形式	124
3.4.3 基2频域抽选算法	126
3.4.4 基4时域抽选算法	130
3.4.5 IDFT 的快速计算方法	134
3.5 FFT 的应用	136
3.5.1 线性卷积的快速计算	136
3.5.2 CZT(chirp-Z transform)及其快速计算	138
3.6 本章涉及的 Matlab 函数	143

习题.....	151
第 4 章 IIR 数字滤波器设计和实现	155
4.1 概述	155
4.1.1 滤波器的分类	155
4.1.2 滤波器的性能指标	156
4.1.3 IIR 数字滤波器的设计方法	158
4.1.4 模拟原型法设计流程	160
4.2 模拟滤波器设计	160
4.2.1 理想滤波器及其频率响应	161
4.2.2 巴特沃思滤波器	163
4.2.3 切比雪夫滤波器	169
4.2.4 模拟滤波器的频率变换	180
4.3 模拟滤波器的数字仿真	182
4.3.1 时域的数字仿真	183
4.3.2 频域的数字仿真	184
4.4 冲激响应不变法	186
4.4.1 冲激响应不变法的设计方法	186
4.4.2 S 平面和 Z 平面的映射关系	189
4.5 双线性变换法	190
4.5.1 双线性变换关系的导出	190
4.5.2 S 平面与 Z 平面的映射关系	193
4.5.3 双线性变换法中的频率预畸变	194
4.6 数字滤波器的频率变换	197
4.7 IIR 数字滤波器的计算机辅助设计	202
4.7.1 误差判别准则	203
4.7.2 最优化算法	205
4.8 IIR 数字滤波器的实现结构	206
4.8.1 直接型	207
4.8.2 级联型	210
4.8.3 并联型	213
4.9 本章涉及的 Matlab 函数	215
4.9.1 模拟滤波器设计函数	215
4.9.2 IIR 数字滤波器的设计函数	217
4.9.3 IIR 数字滤波器实现结构函数	219
习题.....	224

第 5 章 FIR 数字滤波器设计	227
5.1 相位失真	228
5.2 线性相位 FIR 数字滤波器的条件和特性	229
5.2.1 恒延时滤波器定义	229
5.2.2 恒相延时和恒群延时同时成立	230
5.2.3 恒群延时单独成立	234
5.2.4 线性相位 FIR 滤波器的零点分布特性	238
5.3 窗函数法	240
5.3.1 设计思路	240
5.3.2 窗函数法性能分析	242
5.3.3 常用窗函数	246
5.3.4 窗函数法的具体实现	255
5.4 频率取样法	268
5.4.1 $H(e^{j\omega})$ 对 $H_d(e^{j\omega})$ 的逼近	268
5.4.2 线性相位的约束条件	270
5.5 FIR 数字滤波器的优化设计	272
5.5.1 加权切比雪夫逼近	273
5.5.2 Remez 交换算法	280
5.6 FIR 数字滤波器的实现结构	282
5.6.1 直接型	283
5.6.2 级联型	283
5.6.3 频率取样型	284
5.6.4 线性相位 FIR 数字滤波器的系统结构	289
5.7 本章涉及的 Matlab 函数	291
5.7.1 窗函数设计法	291
5.7.2 等波纹逼近法	293
5.7.3 滤波器网络结构	293
习题	294
第 6 章 数字信号处理中的有限字长效应	297
6.1 数的表示及其对量化的影响	297
6.1.1 二进制表示	297
6.1.2 定点表示	299
6.1.3 浮点表示	301
6.1.4 定点制数的量化	302
6.2 A/D 变换的字长效应	305

6.2.1 量化误差的统计分析	306
6.2.2 量化噪声通过线性系统	307
6.3 系数量化误差	309
6.3.1 系数量化对极点位置的影响	309
6.3.2 极点位置灵敏度	310
6.4 运算中的有限字长效应	314
6.4.1 乘积的舍入误差	314
6.4.2 极限环振荡	324
习题	327
部分习题答案	330
参考文献	340

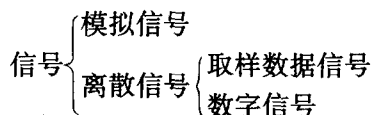
第 1 章 绪 论

本章简要概述了信号的分类和数字信号的定义、特点和处理方法,以及本书所涉及的一些常用的模拟信号。

1.1 数字信号处理的定义、特点和方法

1.1.1 数字信号定义

信号可定义为传递信息的函数,或者信息的物理表现形式,而信息则是信号的具体内容,这种信息通常是有关一个物理系统的状态或特性的。各种信号在数学上可表示为一个或者几个独立变量的函数。例如,我们在日常生活或科学研究中经常处理的语音信号在数学上可以表示为时间的函数,而图像可以表示为一个二元空间变量的亮度函数。尽管有时独立变量不一定是时间,但通常我们习惯于把信号的数学表达式的独立变量设定为时间。如果我们以信号的时间为独立变量,可以把信号分类如下:



信号的时间变量既可以是连续的,也可以是离散的。模拟信号是时间的连续函数,在规定的时间内的任意时刻,信号都有一定的数值(幅值),且此值是在一定的范围内随时间连续变化的,理论上可以无限精确,当然在实际中受测试仪器精度的限制。从中可以看出模拟信号的特点是时间连续的,幅度也是连续的。如图 1.1 所示的脉冲信号、正弦信号、斜波信号、语音信号和二维的图像信号等都是模拟信号。

离散信号是在离散的时间上定义的信号,只在一组特定的时间内有数值,在其他时间数值为零,即其时间变量仅取离散值。因此,离散信号又叫离散时间信号。若离散信号的幅值在一定范围内可连续取值,则为取样数据信号,即时间离散化了,但幅度还是连续的。

除了时间变量既可连续又可离散外,信号的幅度也可分为连续的和离散的。若将取样信号的幅值量化(离散)并编码为二进制数码序列,则为数字信号,其特点是时间和幅度都是离散的。所谓量化就是用一些不连续的幅值逼近信号精确值的过程,

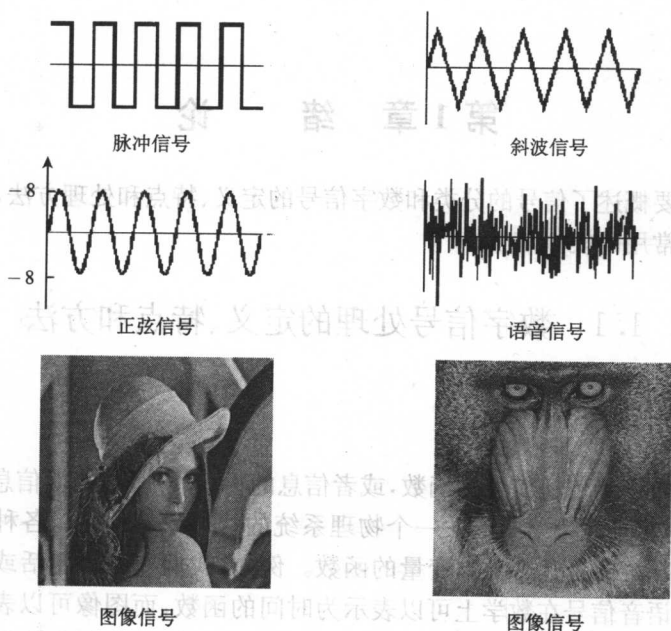


图 1.1 模拟信号

这个过程会产生量化误差。数字信号是离散信号的特例,是离散信号最重要的子集。

下面我们通过图 1.2 中所示的过程来说明三者之间的关系。图中所示的模拟信号不仅是时间的连续函数,而且其幅值的大小也是在一定的范围内($0 \sim 5$)连续变化的。如果对此信号进行取样,也即每隔一定的时间间隔取一数值,则得到一个数据序列,此时的信号在时间上是离散的,但其幅值大小仍可以在 $0 \sim 5$ 精确取值,这就是取样数据信号。取样数据信号又叫做抽样信号或采样信号。如果对取样信号进行量化编码,例如我们采用 3bit 线性编码来处理上述取样信号,则每个样值的大小用 3 位二进制码表示,其取值只能为 7, 6, ..., 1, 0, 这就是数字信号,也就是说,数字信号在时间上和数值上都是离散的,并且产生了量化误差,如第 1 个取样的精确值为 2.5,但量化后的数值为 3。

综上所述,模拟信号、取样数据信号和数字信号三者有如下关系:

模拟信号 $\xrightarrow{\text{取样}}$ 取样数据信号 $\xrightarrow{\text{量化编码}}$ 数字信号

1.1.2 数字信号处理的特点

信号处理是对信号进行某种变换(处理),包括滤波、变换、分析、估计、检测、压

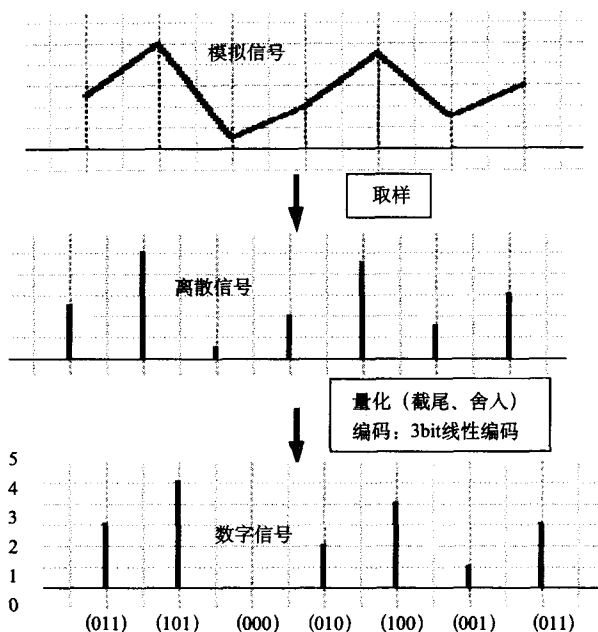


图 1.2 模拟信号数字化过程

缩、识别等,从而更容易获得人们所需要的信息。信号处理系统可以从所处理信号的种类来进行分类,模拟系统就是输入和输出信号都是模拟信号的,时域离散系统是输入和输出都是时域离散信号的,而数字系统则是输入和输出都是数字信号的系统。

1965年,在继承了前人思想的基础上,James W. Cooley 和 John W. Tukey 在《计算数学》(*Mathematics of Computation*)上发表了论文“一种用机器计算复序列傅里叶级数的算法(An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series)”之后,“数字信号处理”学科高速发展,逐渐形成了一整套较为完整的理论和工程体系。

数字信号处理技术之所以快速发展和广泛应用,是与它的突出优点分不开的。与模拟信号处理相比,数字信号处理具有如下一些明显的优势。

1. 精度高

数字信号处理技术可以解决那些模拟信号处理中根本无法实现的高精度问题。对模拟信号的处理,是用由电感、电容、电阻等元件所组成的模拟系统来实现的,而模拟元件精度要达到 10^{-3} 以上已经很不容易了。若将模拟信号数字化以后

进行处理,在数字系统中 16 位字长可达到 10^{-5} 精度,而目前在计算机和微处理器中,采用 32 位的存储器已经很普遍了,再配合适当编程或采用浮点算法,达到相当高的精度是不成问题的。因此,在一些要求高精密度的系统中,甚至只能采用数字处理技术。

2. 可靠性高

模拟系统中各种参数受温度、环境影响较大,因而易出现感应、杂散效应,甚至震荡等,而数字系统受温度、环境影响较小。模拟信号受到干扰即产生失真,而数字信号由于只有 0、1 两种信号电平,因此,所受的干扰只要在一定范围以内,就不会产生影响,这就是说,数字信号抗干扰能力强。另外,如果用数字信号进行传输,在中继站还可以再生,而且可以进行纠错编码,纠正和检出传输误码。总的说来,信号的数字处理可靠性高。

3. 灵活性强

模拟系统的参数一旦确定后就不易改变,而数字系统则不然,它的参数可以是可编程的,具有自适应能力。例如,数字系统中乘法器的系数可以存放于系数存储器中,只需对这些存储器输入不同的数据,就可以改变系统参数,从而得到不同性能的系统,这比模拟系统要方便得多。

4. 便于大规模集成化

数字部件具有高度的规范性,易于大规模集成电路实现,保证了系统的一致性,降低了调试的复杂度,产品成品率高,便于大规模生产,降低成本。如果采用大规模集成电路,数字系统的可靠性会更高。

5. 数字信号便于加密处理

模拟信号的加密处理非常困难,而且极易被破解。但对于数字加密来讲,在目前的计算机运算能力下,要想破解数字加密是不太可能的,而且数字加密系统可以随时更改密钥。

6. 对于低频信号尤其优越

对于低频信号,如地震波分析需要过滤几赫兹到几十赫兹的低频信号,而处理低频信号的模拟元件如电感、电容等一般都体积较大、制作不易、使用不便,性能不容易达到要求。如果转换成数字信号来进行处理,由于频率低,对数字部件的速度要求不高,因而容易处理。

总之,信号数字化后,会带来许多显著的优点,当然也有自己的缺点。例如,虽

然目前数字化的频率愈来愈高,但数字系统的速度还不能达到处理很高频率信号(如射频信号)的要求。但是,随着大规模集成电路、高速数字计算机的发展尤其是微处理器的发展,这些问题已经越来越不重要,数字信号处理越来越显示出其优越性,数字技术正在取代传统的模拟技术,日益广泛地应用于数字通信、安全保密、图像处理、视频处理、声呐、遥感、雷达、测量与控制、语音分析和合成、数字音响、多媒体技术、消费类电子、生物医学工程、地震学、波谱学、机器人和军事等各个领域,而且随着科学技术的发展,其研究范围和应用领域还在不断地发展和扩大。

1.1.3 数字信号处理的方法

数字信号处理是研究如何用数字或符号序列来表示信号以及如何对这些序列进行处理的一门学科。数字信号既然是数据序列,其处理实际上就是进行各种数学函数运算,如加、减、乘以及各种逻辑运算等。自从1965年Cooley和Tukey提出了离散傅里叶变换的快速算法后,许多数字信号处理算法都是在时域和频域两个域中进行,实现的方法有软件、硬件和软硬件结合。

所谓软件处理,就是对所需要的算法进行编程(软件),然后在通用计算机上执行。软件处理灵活、方便和可靠,并能作到一机多用。缺点是计算需要时间,对于复杂的算法,一般不能做到实时处理,因为通用计算机的体系结构与大多数数字信号处理的算法不匹配,不能充分利用计算机复杂的运算系统,造成浪费,成本较高。

所谓硬件处理,就是用加法器、乘法器、延时器、逻辑器件等基本数字器件以及它们的各种组合来构成专用的逻辑电路或专用的数字信号处理芯片,以实现所需要的运算。硬件处理显然不如软件处理方便灵活,但能对数字信号进行实时处理。随着现场可编程逻辑器件(FPGA/EPLD)的处理速度和集成度的快速提高,硬件处理也可以现场下载或自动调用不同的功能模块,从而得到不同的系统功能。因此,硬件处理得到了更广泛的应用,特别是对于高速实时数字信号处理更是如此。

第三种处理方法就是近年来日益广泛采用的各种通用和专用的数字信号处理器芯片(如TI TMS320通用系列、Philips Trimedia通用系列、Austek A41102 FFT专用DSP芯片以及移动电话中的专用DSP处理器等),这些处理器是专为数字信号处理设计的芯片。它们有专门执行信号处理算法的硬件,如乘法累加器、并行流水处理结构、位翻转等;而且有专门的数字信号处理指令,所需要的算法靠特定的编程(如汇编语言、C语言等)来实现,可以认为是软硬件处理方式的结合。因此,采用数字信号处理器既方便灵活,一般又能做到实时处理。

总的说来,无论采用哪种方式来进行数字信号处理,都是用一些典型的数字电路的组合来对数字信号序列进行所需要的各种运算。

由于数字信号本身的特点以及高速数字计算机、大规模可编程逻辑器件的应

用,使得一些数字信号处理算法应运而生,其中最突出的是数字滤波器和快速傅里叶变换算法。

数字滤波是对输入数字信号进行一系列数字相加、乘以常数和时延等运算,结果得到满足一定要求的输出数字信号。这里所谓的滤波和模拟信号的滤波有相同的意义,即在输出信号中保留了所需要的频率成分,滤除了其他所有的频率成分。数字滤波器的特征是信号的输入和输出通常是时域运算。

快速傅里叶变换是实现离散傅里叶变换的快速算法,可以用来进行频谱分析和信号滤波,它通常是频域运算。事实上,利用快速傅里叶正、反变换来进行信号滤波目前已得到广泛应用,这得益于1965年Cooley和Tukey所提出的快速算法。

本书将分别对数字滤波器和快速傅里叶变换进行讲述。

1.2 数学预备知识

下面简略介绍本书将要用到的有关数学知识,只介绍其常用结论,不作证明。本节所涉及的信号(函数)都是模拟信号。

1.2.1 傅里叶变换的几种形式

傅里叶变换就是对信号进行频谱分析。若信号 $h(t)$ 满足绝对可积的条件,即 $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$, 则其傅里叶变换存在。此条件意指信号 $h(t)$ 在区间 $(-\infty, \infty)$ 包含有限能量,这是傅里叶变换存在的充分条件,并非必要条件。若信号 $h(t)$ 具有无限能量,但具有有限功率,即极限 $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} h(t)^2 dt < \infty$ 存在,则此信号仍可以进行傅里叶变换。

傅里叶变换对有3种不同的形式。

第1种形式:

$$\begin{aligned} H_1(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_1(t) e^{-j2\pi ft} dt \\ h_1(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} H_1(f) e^{j2\pi ft} df \end{aligned} \quad (1.1)$$

第2种形式:

$$\begin{aligned}
 H_2(\Omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t) e^{-j\Omega t} dt \\
 h_2(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_2(\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

第3种形式:

$$\begin{aligned}
 H_3(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} h_3(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \\
 h_3(\tau) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} H_3(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

这3种形式中的时间变量和频率变量以及信号函数与频率函数之间具有一定的关系,并可以相互转换。形式2中的 Ω 叫角频率,也叫圆频率,它与形式1中的频率 f 之间满足关系: $\Omega=2\pi f$,这样,形式1、2的函数之间有如下关系:

$$\begin{aligned}
 h_2(t) &= h_1(t) \\
 H_2(\Omega) &= H_2(2\pi f) = H_1(f)
 \end{aligned}$$

第3种形式中的频率变量和时间变量满足关系: $\omega=\sqrt{2\pi}f, \tau=\sqrt{2\pi}t$ 。这样,形式1、3的函数之间有如下关系:

$$\begin{aligned}
 h_3(\tau) &= h_1(t) \\
 H_3(\omega) &= H_1(f)
 \end{aligned}$$

本书将主要采用第2种形式。

1.2.2 常用的模拟信号

1. 单位阶跃函数

单位阶跃函数定义为

$$u\left(\frac{t-t_0}{a}\right) = \begin{cases} 0 & \frac{t}{a} < \frac{t_0}{a} \\ 1/2 & \frac{t}{a} = \frac{t_0}{a} \\ 1 & \frac{t}{a} > \frac{t_0}{a} \end{cases}
 \tag{1.4}$$

式中, a 为标尺因子, $a \neq 0$ 。由此定义可知,此函数只与 a 的正负有关,与 a 的大小无关。 t_0 是时间移位。图1.3是 $a>0$ 时的图形。

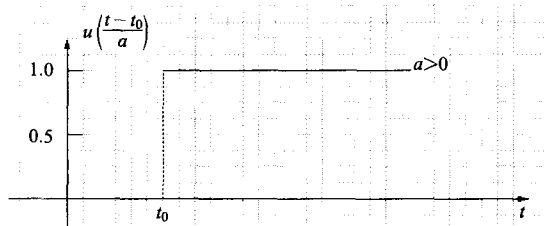


图 1.3 单位阶跃函数

当 $t_0=0, a=1$ 时, 为阶跃函数的常见形式 $u(t)$, 其傅里叶变换为

$$\pi\delta(\Omega) + \frac{1}{j\Omega} \quad (1.5)$$

2. 矩形函数

矩形函数定义为

$$\text{rect}\left(\frac{t-t_0}{a}\right) = \begin{cases} 0 & |t-t_0| > \frac{|a|}{2} \\ 1/2 & |t-t_0| = \frac{|a|}{2} \\ 1 & |t-t_0| < \frac{|a|}{2} \end{cases} \quad (1.6)$$

式中, $a \neq 0$, 如图 1.4 所示。图中矩形函数的高度为 1, 中心点在 $t=t_0$ 处, 宽度和面积均为 $|a|$ 。此函数只与 $|a|$ 的大小有关, 与 a 的正负无关。

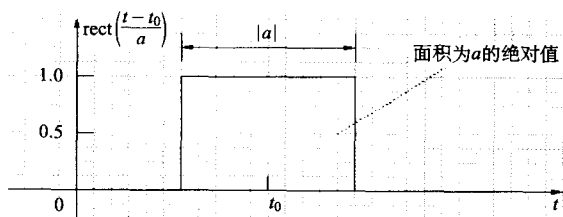


图 1.4 矩形函数

当 $t_0=0, a=1$ 时, 矩形函数变为 $\text{rect}(t)$, 其傅里叶变换为

$$\text{sinc} \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{\sin\Omega/2}{\Omega/2} \quad (1.7)$$