



普通高等教育“十五”国家级规划教材

大学数学

微积分及其在
生命科学、经济管理中应用

第二版

谢季坚 李启文 主编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS



普通高等教育“十五”国家级规划教材

大学数学

微积分及其在
生命科学、经济管理中应用

第二版



谢季坚 李启文 主编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

33097/06

内容简介

本书是普通高等教育“十五”国家级规划教材、全国教育科学“十五”国家规划课题之子课题“21世纪中国高等学校农林类专业数理化基础课程的创新与实践”和高等教育出版社“高等教育百门精品课程建设计划”立项研究项目的研究成果。本书第一版曾荣获2002年全国普通高等学校优秀教材二等奖。

本书主要内容有:微商、微分法、微商的应用、积分及其应用、多元函数微分法、二重积分、无穷级数、微分方程和差分方程等,以及它们在生命科学、经济管理、社会科学中的应用。附录包括:常用几何曲线、积分表、习题答案和名词索引。

本书可作为较少学时(80~100学时)专业的微积分教材,特别适合作为生命科学、经济管理、社会科学专业的教材,也可作为具有高中以上文化程度读者的自学用书。

图书在版编目(CIP)数据

大学数学:微积分及其在生命科学、经济管理中的应用/谢季坚,李启文主编. —2版. —北京:高等教育出版社,2004.6

ISBN 7-04-013994-4

I. 大... II. ①谢...②李... III. 微积分—高等学校—教材 IV. O172

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第015578号

策划编辑 李蕊 责任编辑 薛春玲 封面设计 张楠 责任绘图 尹文军
版式设计 胡志萍 责任校对 王效珍 责任印制 宋克学

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100011
总 机 010-82028899

购书热线 010-64054588
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所
印 刷 北京凌奇印刷有限责任公司

开 本 787×960 1/16
印 张 28.75
字 数 540 000

版 次 1999年9月第1版
2004年6月第2版
印 次 2004年9月第2次印刷
定 价 29.90元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

《大学数学——微积分及其在 生命科学、经济管理中应用》

修订人员

主 编：谢季坚 李启文

副主编：殷建肃 孙书安 毕毅秀 李 健

第二版前言

本书第一版是教育部审定的“面向 21 世纪课程教材”，1999 年出版至今已经 5 年了，先后重印多次，使用学校较多，受到教师和学生的好评。第一版曾荣获 2002 年全国普通高等学校优秀教材二等奖。这次修订出版的第二版是 2002 年教育部审定的普通高等教育“十五”国家级规划教材，也是全国教育科学“十五”国家规划课题之子课题“21 世纪中国高等学校农林类专业数理化基础课程的创新与实践”和高等教育出版社高等教育百门精品课程教材建设计划立项研究项目的研究成果。根据各校五年来使用的情况，在广泛听取教师和读者意见的基础上，结合编者 40 年的教学实践与体验，进行了认真的修订，在教学内容和课程体系方面继续深入地进行探索与实践，使教材日臻完善。

在总结第一版 5 年教学实践的基础上，教材逐步形成了自己的特色：

- 教材的教学内容、课程体系较新，知识面较广。不仅讲授必要的传统微积分，还介绍了现代数学（如分形几何）的知识；既注意数学自身的交叉与渗透，如最小二乘法与数学建模，二元线性函数的极值与线性规划等，又注意了数学与生命科学、经济管理学科的交叉与渗透。

- 教材改革了从定义、定理出发，理论到理论的模式。一方面引进新的概念时总是从实际问题出发，符合认知规律。注重概念与定理的直观描述与实际背景的介绍，逻辑推理做到适可而止，使教材易教易学。另一方面，教材中所蕴涵的教法与学法又十分注意培养学生的数学素质和数学思想，如线性化思想、最优化思想、离散化思想、数学建模思想等。

- 教材注重增强学生“用”数学的意识，培养学生“用”数学的能力。特别是微积分在生命科学、经济管理领域中的应用。如 Logistic 增长模型、捕食—被捕食模型、分期还贷模型、库存—成本模型等。使学生对数学模型有一个初步了解。教材中有联系实际的例题与习题共 230 个左右，使学生感受到数学是有用的，数学就在我们身边。

- 每章后面的总练习题收集了一些富有启迪性的综合性习题和近几年的考研试题，这是为满足学有余力的学生和准备考研的学生的不同需要而编写的，有利于因材施教。

本书第一版是由华中农业大学谢季坚、李启文编著的. 为了让更多学校分享教学改革成果, 这次修订工作邀请了几所兄弟学校参加, 更广泛地听取了意见.

本书的修订工作由谢季坚、李启文任主编, 修订一元微积分部分, 即第 1~4 章, 并负责全书的协调、整合与统稿; 华中农业大学殷建肃(修订第 8 章)、河南农业大学孙书安(修订第 6 章)、山东农业大学毕昶秀(修订第 5 章)、贵州大学李健(修订第 7 章)任副主编.

在本书再版的时候, 要感谢教育部高等教育司和高等教育出版社, 是他们一贯给予了指导和支持; 感谢华中农业大学特别是该校教务处、理学院以及兄弟学校给予的支持与帮助; 感谢高等教育出版社理工分社的策划编辑李蕊小姐, 正是她的认真负责的工作精神, 使本书顺利出版.

尽管这次再版进行了认真修订, 但仍会有错误和不妥之处, 请使用本书的教师和读者不吝赐教.

编 者

2003 年 10 月于武昌

第一版前言

1995 年国家教委适时推出了《高等农林教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划》。从 1995 年开始,我们经历了申报、立项、制订改革方案和试验等过程。在教委高教司的指导下,华中农业大学于 1997 年和 1998 年按照新的改革方案进行了两轮试验。在谢季坚主编《高等数学》教材的基础上,又编写了旨在培养学生用数学能力的《大学数学》补充讲义《微积分及其在生命科学、经济管理中的应用》,在试用两轮之后,又征求多方面意见,反复修改、仔细推敲而成为现在呈现在读者面前的这本“面向 21 世纪课程教材”。之所以起名为《大学数学》是考虑到这是一门所有上大学的学生(不分文、理科)都必学的课程,副题则表明了它的主体部分以及强调应用的特点。

作为基础课的数学,在学生心目中它是比较难学的,又觉得没有什么用,认为只是一堆枯燥无味的公式。能不能把数学变得容易学一些呢?国际数学家联盟主席 David Mumford 说过:“如果你的邻居偶尔问你在教什么,而你教的恰好是微积分,你如何隔着篱笆向他解释微商呢?”因此,在编写时,我们注重概念与定理的直观描述与实际背景,逻辑推理做到适可而止,没有追求天衣无缝的严格证明。

作为非数学专业的大学生,学习数学,掌握数学知识,除了提高自身素质、为终身学习打下一定的基础外,一个重要的目的就是为了用数学。为了用好数学,一方面,注意拓宽知识面,这不仅涉及数学本身(如概率密度函数、最小二乘法、线性规划等),而且还涉及生命科学、经济管理、社会科学等领域;另一方面,在这些领域特别注重增强学生用数学的意识,培养学生用数学的能力,使学生知道数学有用以及如何去用,让学生对数学模型有一个初步的了解。为了便于读者进行阶段复习,每章后面都编有本章重要概念与公式及总练习题。

本书由谢季坚主编。谢季坚教授负责编写 1、2、3、4、8 章;李启文副教授负责编写 5、6、7 章;刘承平副教授负责计算机绘图。

本书由武汉大学数学科学学院齐民友教授审稿。

在本书出版的时候,我们要感谢教育部,是教育部富有远见地推出了《高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划》,为我们提供了一个参与的机会。

遇.还要感谢教育部高教司、《面向 21 世纪高等农林教育教学内容和课程体系改革计划》工作协调指导小组、04-6 项目组、华中农业大学及教务处、基础部、数学教研室所给予的支持与帮助.

武汉大学原校长、湖北省及武汉市数学会理事长、博士生导师齐民友教授在百忙之中为本书审稿,并提出许多前瞻性与指导性意见,为本书增色不少.邓泽清副教授、刘承平副教授、汪晓银老师、李淑华老师认真校阅,提出了许多中肯的意见与建议,使本书避免了不少错误.谢朝晖先生提供了许多翻译资料,丰富了本书的素材.对于他们的支持与帮助,我们表示衷心的感谢.

最后,对高等教育出版社为本书的顺利出版所付出的辛勤劳动和大力支持,我们表示衷心的感谢!

由于编者水平所限,对书中的不妥之处,恳请读者和使用本书的教师不吝赐教.

编 者

1999 年 2 月于武昌

目 录

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | 微商 | 1 |
| 1.1 | 微积分研究什么 | 1 |
| 1.1.1 | 微积分与初等数学研究对象的比较 | 1 |
| 1.1.2 | 微积分研究的两类典型问题 | 2 |
| 1.2 | 预备知识 | 3 |
| 1.2.1 | 逻辑符号 | 3 |
| 1.2.2 | 邻域 | 3 |
| 1.2.3 | 不等式 | 3 |
| 1.2.4 | 数列极限 | 4 |
| | 习题 1-2 | 12 |
| 1.3 | 函数 | 13 |
| 1.3.1 | 函数概念 | 13 |
| 1.3.2 | 函数的运算 | 15 |
| 1.3.3 | 函数的改变量与差商 | 16 |
| 1.3.4 | 复合运算·复合函数 | 17 |
| 1.3.5 | 函数的几种特性 | 19 |
| 1.3.6 | 函数模型 | 21 |
| | 习题 1-3 | 25 |
| 1.4 | 函数的极限 | 28 |
| 1.4.1 | $x \rightarrow x_0$ 时函数 $f(x)$ 的极限 | 28 |
| 1.4.2 | 函数极限的运算与性质 | 33 |
| 1.4.3 | 第一个重要极限 | 35 |
| | 习题 1-4 | 36 |
| 1.5 | 函数的连续性 | 38 |
| 1.5.1 | 连续与间断的直观描述 | 39 |
| 1.5.2 | 连续与间断的定义 | 39 |
| 1.5.3 | 初等函数的连续性 | 44 |
| 1.5.4 | 闭区间上连续函数的性质 | 46 |
| | 习题 1-5 | 47 |

| | |
|---|-----|
| 1.6 函数在无穷远处的极限 | 49 |
| 1.6.1 $x \rightarrow \infty$ 时函数 $f(x)$ 的极限 | 49 |
| 1.6.2 第二个重要极限 | 53 |
| 习题 1-6 | 56 |
| 1.7 无穷小量及其比较 | 57 |
| 1.7.1 无穷小量 | 57 |
| 1.7.2 无穷小量的比较 | 59 |
| 习题 1-7 | 61 |
| 1.8 微商 | 62 |
| 1.8.1 微积分的典型问题之一——切线问题 | 62 |
| 1.8.2 微商概念 | 64 |
| 1.8.3 可微性与连续性 | 70 |
| 1.8.4 数学怪物——科赫(Koch H V)雪花曲线·分形几何学简介 | 72 |
| 习题 1-8 | 74 |
| 第 1 章的重要概念与公式 | 75 |
| 总练习题 1 | 76 |
| 2 微分法 | 79 |
| 2.1 微商的运算法则 | 79 |
| 2.1.1 基本微商公式 | 79 |
| 2.1.2 函数和、差、积、商的微商法则 | 79 |
| 2.1.3 反函数微商法则 | 83 |
| 2.1.4 复合函数微商法则 | 84 |
| 2.1.5 隐微分法 | 86 |
| 习题 2-1 | 88 |
| 2.2 高阶微商 | 91 |
| 2.2.1 高阶微商 | 91 |
| 2.2.2 关于函数乘积微商的莱布尼茨(Leibniz)公式 | 94 |
| 习题 2-2 | 94 |
| 2.3 微分及其应用 | 96 |
| 2.3.1 微分及其运算 | 96 |
| 2.3.2 微分的应用 | 100 |
| 习题 2-3 | 108 |
| 第 2 章的重要概念与公式 | 109 |
| 总练习题 2 | 110 |
| 3 微商的应用 | 113 |
| 3.1 微分中值定理 | 113 |

| | | |
|----------|--------------------|------------|
| 3.1.1 | 函数的极值与费马(Fermat)引理 | 113 |
| 3.1.2 | 微分中值定理 | 114 |
| 3.1.3 | 微分中值定理的证明 | 118 |
| | 习题 3-1 | 119 |
| 3.2 | 用微商研究函数 | 120 |
| 3.2.1 | 函数单调性的判别法 | 120 |
| 3.2.2 | 函数极值的检验法 | 123 |
| 3.2.3 | 曲线的凸性与拐点 | 126 |
| 3.2.4 | 函数作图 | 129 |
| | 习题 3-2 | 132 |
| 3.3 | 最优化问题 | 134 |
| 3.3.1 | 最大值、最小值 | 134 |
| 3.3.2 | 最优化问题 | 135 |
| | 习题 3-3 | 139 |
| 3.4 | 相对变化率与相关变化率 | 141 |
| 3.4.1 | 边际与边际分析 | 141 |
| 3.4.2 | 弹性与弹性分析 | 144 |
| 3.4.3 | 相关变化率 | 147 |
| | 习题 3-4 | 149 |
| 3.5 | 洛必达(L'Hospital)法则 | 150 |
| 3.5.1 | 洛必达法则 | 151 |
| 3.5.2 | 洛必达法则的证明 | 154 |
| 3.5.3 | 其他类型不定式的极限 | 155 |
| | 习题 3-5 | 157 |
| | 第 3 章的重要概念与公式 | 158 |
| | 总练习题 3 | 159 |
| 4 | 积分及其应用 | 163 |
| 4.1 | 定积分 | 163 |
| 4.1.1 | 微积分的典型问题之二——面积问题 | 163 |
| 4.1.2 | 定积分概念 | 164 |
| 4.1.3 | 可积的充分条件 | 166 |
| | 习题 4-1 | 166 |
| 4.2 | 定积分与原函数的关系 | 167 |
| 4.2.1 | 直观背景 | 167 |
| 4.2.2 | 原函数与不定积分 | 169 |
| 4.2.3 | 微积分基本定理 | 172 |
| | 习题 4-2 | 175 |

| | |
|-------------------------|-----|
| 4.3 定积分的性质 | 177 |
| 习题 4-3 | 181 |
| 4.4 积分法 | 182 |
| 4.4.1 直接积分法 | 182 |
| 4.4.2 换元积分法 | 184 |
| 4.4.3 分部积分法 | 198 |
| 4.4.4 积分表的使用 | 202 |
| 4.4.5 数值积分法 | 203 |
| 习题 4-4 | 207 |
| 4.5 定积分的应用 | 210 |
| 4.5.1 反常积分 | 210 |
| 4.5.2 面积、体积、弧长的计算 | 214 |
| 4.5.3 定积分在经济管理与社会科学中的应用 | 222 |
| 习题 4-5 | 226 |
| 第 4 章的重要概念与公式 | 227 |
| 总练习题 4 | 228 |

5 微分方程与差分方程 234

| | |
|---------------------|-----|
| 5.1 微分方程基础 | 234 |
| 5.1.1 实际背景 | 234 |
| 5.1.2 基本概念 | 237 |
| 习题 5-1 | 239 |
| 5.2 一阶微分方程 | 239 |
| 5.2.1 可分离变量的微分方程 | 239 |
| 5.2.2 齐次(微分)方程 | 241 |
| 5.2.3 一阶线性微分方程 | 243 |
| 5.2.4 微分方程的应用(连续模型) | 247 |
| 习题 5-2 | 251 |
| 5.3 二阶微分方程 | 252 |
| 5.3.1 可降阶的二阶微分方程 | 252 |
| 5.3.2 二阶常系数线性微分方程 | 254 |
| 5.3.3 微分方程组 | 260 |
| 习题 5-3 | 264 |
| 5.4 差分方程 | 265 |
| 5.4.1 差分方程基础 | 265 |
| 5.4.2 一阶常系数线性差分方程 | 269 |
| 5.4.3 二阶常系数线性差分方程 | 271 |
| 5.4.4 差分方程的应用(离散模型) | 273 |

| | |
|------------------------|-----|
| 习题 5-4 | 280 |
| 第 5 章的重要概念与公式 | 281 |
| 总练习题 5 | 283 |
| 6 多元函数微分学 | 286 |
| 6.1 曲面与空间曲线 | 286 |
| 6.1.1 空间直角坐标系 | 286 |
| 6.1.2 曲面 | 289 |
| 6.1.3 空间曲线 | 292 |
| 习题 6-1 | 294 |
| 6.2 多元函数 | 294 |
| 6.2.1 多元函数概念 | 294 |
| 6.2.2 等高线·等产量线 | 296 |
| 6.2.3 二元函数的极限与连续 | 297 |
| 习题 6-2 | 298 |
| 6.3 偏微商 | 299 |
| 6.3.1 偏微商与全微分 | 299 |
| 6.3.2 偏微商的应用 | 301 |
| 6.3.3 高阶偏微商 | 304 |
| 习题 6-3 | 305 |
| 6.4 多元复合函数微分法 | 306 |
| 6.4.1 多元复合函数微分法 | 306 |
| 6.4.2 隐微分法 | 311 |
| 习题 6-4 | 313 |
| 6.5 最优化问题 | 314 |
| 6.5.1 二元函数的极值 | 315 |
| 6.5.2 无约束最优化问题 | 316 |
| 6.5.3 约束最优化问题 | 318 |
| 6.5.4 最小二乘法与数学建模 | 322 |
| 6.5.5 线性规划 | 328 |
| 习题 6-5 | 330 |
| 第 6 章的重要概念与公式 | 332 |
| 总练习题 6 | 333 |
| 7 二重积分 | 335 |
| 7.1 二重积分概念 | 335 |
| 7.1.1 实际背景 | 335 |
| 7.1.2 二重积分定义 | 336 |

| | |
|--|-----|
| 7.1.3 二重积分的性质 | 337 |
| 习题 7-1 | 339 |
| 7.2 二重积分的计算 | 339 |
| 7.2.1 在直角坐标下计算二重积分 | 340 |
| 7.2.2 在极坐标下计算二重积分 | 344 |
| 习题 7-2 | 347 |
| 7.3 二重积分的应用 | 349 |
| 7.3.1 用二重积分计算概率积分 $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$ | 349 |
| 7.3.2 用二重积分计算体积与面积 | 350 |
| 7.3.3 二重积分在社会科学中的应用 | 353 |
| 习题 7-3 | 355 |
| 第 7 章的重要概念与公式 | 356 |
| 总练习题 7 | 356 |
| 8 无穷级数 | 359 |
| 8.1 数项级数 | 359 |
| 8.1.1 基本概念 | 359 |
| 8.1.2 基本性质·级数收敛的必要条件 | 364 |
| 8.1.3 正项级数的收敛检验法 | 365 |
| 8.1.4 交错级数·莱布尼茨检验法 | 370 |
| 8.1.5 绝对收敛·条件收敛 | 372 |
| 习题 8-1 | 373 |
| 8.2 幂级数 | 375 |
| 8.2.1 幂级数概念与性质 | 375 |
| 8.2.2 幂级数的收敛半径 | 377 |
| 8.2.3 幂级数的运算 | 379 |
| 习题 8-2 | 382 |
| 8.3 泰勒(Taylor)级数 | 383 |
| 8.3.1 问题的提出 | 383 |
| 8.3.2 泰勒公式 | 386 |
| 8.3.3 函数的泰勒展开式 | 388 |
| 8.3.4 泰勒级数的应用 | 391 |
| 习题 8-3 | 394 |
| 第 8 章的重要概念与公式 | 396 |
| 总练习题 8 | 397 |
| 附录 1 常用几何曲线 | 400 |
| 附录 2 积分表 | 403 |

| | |
|-------------------|-----|
| 附录 3 习题答案 | 411 |
| 附录 4 名词术语索引 | 437 |
| 参考文献 | 442 |

1 微 商

微积分是以函数为研究对象的,函数的微商概念是微积分的重要概念之一,它是学习微分学、积分学与多元微积分学的基础,微商是用极限来定义的,因此,极限方法是研究函数变化的基本方法.本章主要内容是:函数与函数模型、极限与连续、切线与微商等.

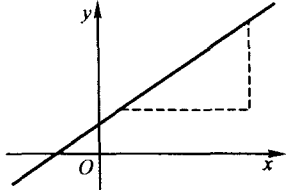
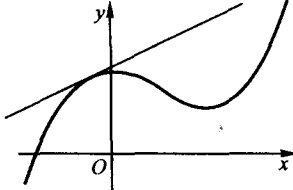
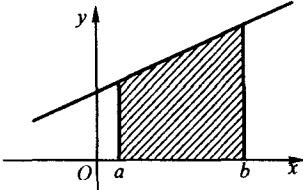
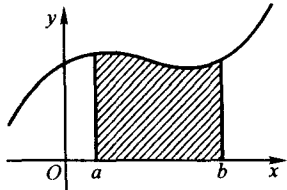
1.1 微积分研究什么

微积分是进入大学的学生必修的课程,它是其他数学课程的基础与先导,它的主要内容是微积分及其应用.

1.1.1 微积分与初等数学研究对象的比较

初等数学的研究对象基本上是不变的量,而微积分则以变量为研究对象.举例如表 1.1.

表 1.1

| 初等数学 | 微积分 |
|--|--|
| 直线的斜率  | 曲线在一点处切线的斜率  |
| 梯形的面积  | 曲边梯形的面积  |

| | |
|----------|-----------|
| 初等数学 | 微积分 |
| 平均变化率 | 瞬时变化率 |
| 平均速度 | 瞬时速度 |
| 平均加速度 | 瞬时加速度 |
| 有限个数的平均值 | 区间上函数的平均值 |

1.1.2 微积分研究的两类典型问题

微积分研究的两类典型问题是切线问题与面积问题,下面是这两类典型问题的几何表示.

切线问题

求曲线上一点处切线的斜率(图 1-1).

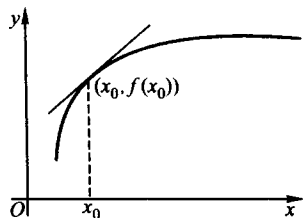


图 1-1

面积问题

求曲边梯形的面积(图 1-2).

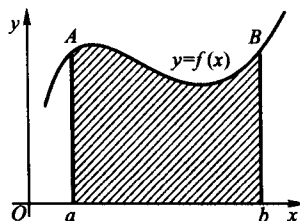


图 1-2

围绕上述两类典型问题展开讨论,本教材研究的主要内容包括两个方面:

微分学

函数的变化率,微商

极大与极小,最大与最小

经济学中的边际概念,生物种群的增长率等

积分学

原函数与不定积分,定积分

面积,体积,弧长

消费者剩余与生产者剩余,基尼系数等

微分学主要是处理函数的变化率问题,即讨论微商的计算法则和应用问题.积分学是处理微分学的逆问题,即如何从变化率去寻求原函数的问题.

从古希腊开始,微积分的萌芽、产生、发展经历了两千多年的探索道路.直到