

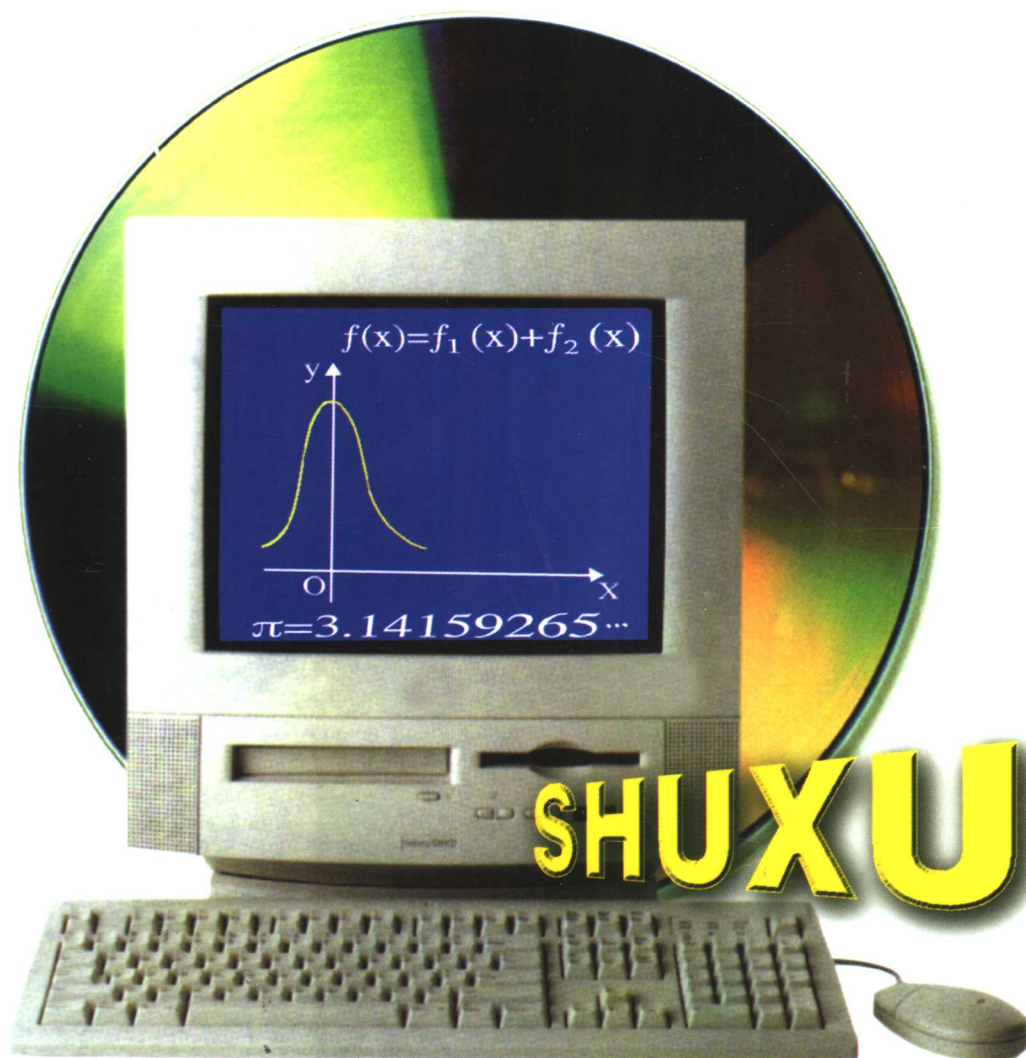
经全国中小学教材审定委员会
2003年审查通过

全日制普通高级中学教科书（必修）

数学

第一册（上）

人民教育出版社中学数学室 编著



SHUXUE

人民教育出版社

全日制普通高级中学教科书（必修）

数 学

第一册（上）

人民教育出版社中学数学室 编著

*

人民教育出版社 出版发行

（北京沙滩后街 55 号 邮编：100009）

网址：<http://www.pep.com.cn>

山东新华印刷厂德州厂印装 全国新华书店经销

*

开本：889 毫米×1 194 毫米 1/16 印张：9.25 字数：150 000

2003 年 6 月第 1 版 2005 年 5 月第 12 次印刷

印数：575 001~625 000

ISBN 7-107-16755-3 定价：9.75 元
G·9845（课）

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与出版社联系调换。

（联系地址：北京市方庄小区芳城园三区 13 号楼 邮编：100078）

说明

《全日制普通高级中学教科书·数学》是根据教育部 2002 年颁布的《全日制普通高级中学课程计划》和《全日制普通高级中学数学教学大纲》，在《全日制普通高级中学教科书（试验修订本）·数学》的基础上修订而成的。此次修订的指导思想是：遵循“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”的战略思想，贯彻教育必须为社会主义现代化建设服务，必须与生产劳动相结合，培养德、智、体、美全面发展的社会主义事业的建设者和接班人的方针，以全面推进素质教育为宗旨，全面提高普通高中教育质量。

普通高中教育，是与九年义务教育相衔接的高一层次的基础教育。高中教材的编写，旨在进一步提高学生的思想道德品质、文化科学知识、审美情趣和身体心理素质，培养学生的创新精神、实践能力、终身学习的能力和适应社会生活的能力，促进学生的全面发展，为高一级学校和社会输送素质良好的合格的毕业生。

《全日制普通高级中学教科书·数学》（以下简称《数学》）包括三册，其中第一册、第二册是必修课本，分别在高一、高二学习，每周 4 课时；第三册是选修课本，在高三学习，它又分为选修 I 和选修 II 两种，每周分别为 2 课时和 4 课时。

这套书的第一册又分为上、下两个分册，分别供高一上、下两个学期使用。本书是《数学》第一册（上），内容包括集合与简易逻辑、函数、数列三章。

全套书在体例上有下列特点：

1. 每章均配有章头图和引言，作为全章内容的导入，使学生初步了解学习这一章的必要性。
2. 书中习题共分三类：练习、习题、复习参考题。

练习 以复习相应小节的教学内容为主，供课堂练习用。

习题 每小节后一般配有习题，供课内、外作业选用，少数标有 * 号的题在难度上略有提高，仅供学有余力的学生选用。

复习参考题 每章最后配有复习参考题，分 A、B 两组，A 组题是属于基本要求范围的，供复习全章使用；B 组题带有一定的灵活性，难度上略有提高，仅供学有余力的学生选用。

3. 每章在内容后面均安排有小结与复习，包括内容提要、学习要求和需要注意的问题、参考例题三部分，供复习全章时参考。

4. 每章附有一至两篇不作教学要求的阅读材料，供学生课外阅读，借以扩大知识面、激发学习兴趣、培养应用数学的意识。

本套书由人民教育出版社中学数学室编写，其中《数学》第一册（上）原试验本由饶汉昌、方明一主持编写，参加编写的有：袁明德、方明一、薛彬、饶汉昌等，责任编辑为田载今、张劲松，审稿为饶汉昌。

《数学》第一册（上）原试验本在编写过程中蒙孔令颐、吴之季、烟学敏、蒋佩锦、戴佳珉等同志提出宝贵意见，在此表示衷心感谢。

参加本次修订的有：张劲松、章建跃、方明一、薛彬等，责任编辑为田载今、张劲松，审稿为饶汉昌。

本书经全国中小学教材审定委员会 2003 年审查通过。

人民教育出版社中学数学室

2003 年 5 月

本书部分常用符号

$\in$	$x \in A$	x 属于 A ; x 是集合 A 的一个元素
$\notin$	$y \notin A$	y 不属于 A ; y 不是集合 A 的一个元素
$\{, \dots, \}$	$\{a, b, c, \dots, n\}$	诸元素 $a, b, c, \dots, n$ 构成的集合
$\{ \}$	$\{x \in A p(x)\}$	使命题 $p(x)$ 为真的 A 中诸元素之集合
$\emptyset$		空集
$\mathbf{N}$		非负整数集; 自然数集
$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$		正整数集
$\mathbf{Z}$		整数集
$\mathbf{Q}$		有理数集
$\mathbf{R}$		实数集
$\mathbf{C}$		复数集
$\subseteq$	$B \subseteq A$	B 含于 A ; B 是 A 的子集
$\subsetneq$	$B \subsetneq A$	B 真包含于 A ; B 是 A 的真子集
$\not\subseteq$	$B \not\subseteq A$	B 不包含于 A ; B 不是 A 的子集
$\cup$	$A \cup B$	A 与 B 的并集
$\cap$	$A \cap B$	A 与 B 的交集
$\complement$	$\complement_A B$	A 中子集 B 的补集或余集
$[,]$	$[a, b]$	$\mathbf{R}$ 中由 a 到 b 的闭区间
$(,)$	(a, b)	$\mathbf{R}$ 中由 a 到 b 的开区间
$[,)$	$[a, b)$	$\mathbf{R}$ 中由 a (含于内) 到 b 的右半开区间
$(,]$	$(a, b]$	$\mathbf{R}$ 中由 a 到 b (含于内) 的左半开区间
$f: A \rightarrow B$		集合 A 到集合 B 的映射

目 录

第一章 集合与简易逻辑

2

一 集合	4
1.1 集合	4
1.2 子集、全集、补集	7
1.3 交集、并集	10
1.4 含绝对值的不等式解法	14
1.5 一元二次不等式解法	17
阅读材料 集合中元素的个数	23
二 简易逻辑	25
1.6 逻辑联结词	25
1.7 四种命题	29
1.8 充分条件与必要条件	34
小结与复习	38
复习参考题一	42

第二章 函数

44

一 函数	46
2.1 函数	46
2.2 函数的表示法	53
2.3 函数的单调性	57
2.4 反函数	60
二 指数与指数函数	65
2.5 指数	65
2.6 指数函数	70
三 对数与对数函数	75
2.7 对数	75
阅读材料 对数的发明	80
2.8 对数函数	82

2.9 函数的应用举例	85
阅读材料 自由落体运动的数学模型 $h(t)=\frac{1}{2}gt^2$	90
实习作业 建立实际问题的函数模型	92
小结与复习	94
复习参考题二	101

第三章 数列 104

3.1 数列	106
3.2 等差数列	110
3.3 等差数列的前 n 项和	115
阅读材料 有关储蓄的计算	120
3.4 等比数列	122
3.5 等比数列的前 n 项和	125
研究性学习课题: 数列在分期付款中的应用	130
小结与复习	132
复习参考题三	135

附录 部分中英文词汇对照表 138

全日制普通高级中学教科书（必修）

数 学

第一册（上）

人民教育出版社中学数学室 编著

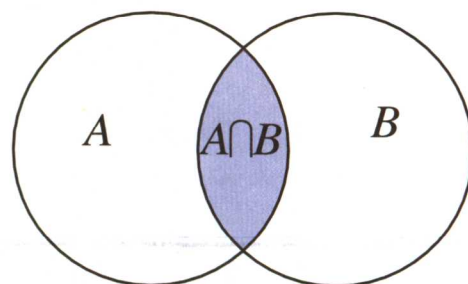
人民教育出版社

23797-106

第一章 集合与简易逻辑



- 1.1 集合
- 1.2 子集、全集、补集
- 1.3 交集、并集
- 1.4 含绝对值的不等式解法
- 1.5 一元二次不等式解法
- 1.6 逻辑联结词
- 1.7 四种命题
- 1.8 充分条件与必要条件



$$A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}$$

看下面的问题：

学校先举办了一次田径运动会，某班有 8 名同学参赛；又举办了一次球类运动会，这个班有 12 名同学参赛，两次运动会这个班共有多少名同学参赛？

如果回答有 20 名同学参赛，对吗？

不一定对，因为可能有些同学既参加了田径运动会，又参加了球类运动会，只有在所有参赛同学都只参加了一次运动会的情况下，回答有 20 名同学参赛才是正确的。

运用本章我们将要学习的集合与简易逻辑的知识，就可以描述和解决上述问题。集合与简易逻辑的初步知识是高中数学学习的重要基础。

一 集 合

1.1 集 合

在初中数学中,我们已经接触过“集合”一词.

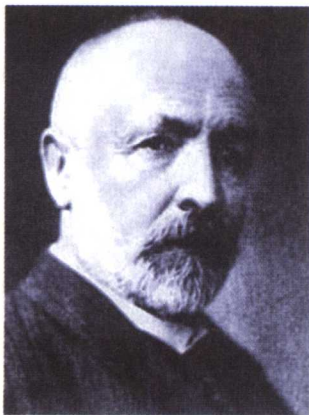
在初中代数学习数的分类时,就用到“正数的集合”,“负数的集合”等.此外,对于一元一次不等式

$$2x-1>3,$$

所有大于 2 的实数都是它的解.我们也可以说,这些数组成这个不等式的解的集合,简称为这个不等式的解集.

在初中几何学习圆时,说圆是到定点的距离等于定长的点的集合.几何图形可以看成点的集合.

① 集合是现代数学的基本概念,专门研究集合的理论叫做集合论.康托是集合论的创始者.目前集合论的基本思想已渗透到现代数学的所有领域.



康托 (Cantor, G. F. P., 1845 年~1918 年), 德国数学家.

一般地,某些指定的对象集在一起就成为一个集合①,也简称集.例如,“我校篮球队的队员”组成一个集合;“太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋”也组成一个集合.我们一般用大括号表示集合,上面的两个集合就可以分别表示成{我校篮球队的队员}与{太平洋,大西洋,印度洋,北冰洋}.为了方便起见,我们还经常用大写的拉丁字母表示集合.例如, $A=\{\text{太平洋, 大西洋, 印度洋, 北冰洋}\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

下面是一些常用的数集及其记法.

全体非负整数的集合通常简称非负整数集(或自然数集),记作 $\mathbf{N}$, 非负整数集内排除 0 的集,也称正整数集,表示成 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$;

全体整数的集合通常简称整数集,记作 $\mathbf{Z}$;

全体有理数的集合通常简称有理数集,记作 $\mathbf{Q}$;

全体实数的集合通常简称实数集,记作 $\mathbf{R}$.

集合中的每个对象叫做这个集合的元素.例如,“地球上的四大洋”这一集合的元素是:太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋.

集合的元素常用小写的拉丁字母表示.如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于集合 A , 记作 $a \in A$; 如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于集合 A , 记作 $a \notin A$ (或 $a \in A$).

例如,设 $B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, 那么

$$5 \in B, \frac{3}{2} \notin B.$$

$$\text{又如, } 6 \in \mathbf{N}, \frac{3}{2} \in \mathbf{Q}, \frac{3}{2} \notin \mathbf{Z}.$$

集合中的元素必须是确定的. 这就是说, 给定一个集合, 任何一个对象是不是这个集合的元素也就确定了. 例如, 给出集合{地球上的四大洋}, 它只有太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋这四个元素, 其他对象都不是它的元素. 又如, “我国的小河流”就不能组成一个集合, 因为组成它的对象是不确定的.

练习

1. (口答) 说出下面集合中的元素:

(1) {大于 3 小于 11 的偶数};

(2) {平方等于 1 的数};

(3) {15 的约数}①.

2. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

1 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{N}$, 0 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{N}$, -3 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{N}$, 0.5 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{N}$, $\sqrt{2}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{N}$;

1 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Z}$, 0 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Z}$, -3 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Z}$, 0.5 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Z}$, $\sqrt{2}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Z}$;

1 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Q}$, 0 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Q}$, -3 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Q}$, 0.5 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Q}$, $\sqrt{2}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Q}$;

1 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{R}$, 0 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{R}$, -3 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{R}$, 0.5 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{R}$, $\sqrt{2}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{R}$.

① 如果没有特别说明, 本书所提的约数指的都是正约数.

集合的表示方法, 常用的有列举法和描述法.

列举法是把集合中的元素一一列举出来的方法.

例如, 方程 $x^2 - 1 = 0$ 的所有的解组成的集合, 可以表示为

$$\{-1, 1\}.$$

集合 $\{-1, 1\}$ 的元素有 2 个. 一般地, 含有有限个元素的集合叫做有限集.

又如, 所有大于 0 且小于 10 的奇数组成的集合, 可以表示为

$$\{1, 3, 5, 7, 9\}.$$

描述法是用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法.

例如, 不等式 $x - 3 > 2$ 的解集可以表示为

① 有时也可以用冒号或

分号代替竖线, 写成

$$\{x \in \mathbf{R}; x-3>2\}$$

$$\text{或 } \{x \in \mathbf{R}; x-3>2\}.$$

$$\{x \in \mathbf{R} \mid x-3>2\} \text{①},$$

我们约定, 如果从上下文看, $x \in \mathbf{R}$ 是明确的, 那么这个集合也可以表示为

$$\{x \mid x-3>2\}.$$

集合 $\{x \mid x-3>2\}$ 的元素有无限个. 一般地, 含有无限个元素的集合叫做无限集.

又如, 所有直角三角形的集合, 可以表示为

$$\{x \mid x \text{ 是直角三角形}\}.$$

再看一个例子, 方程 $x^2+1=0$ 的所有实数解组成的集合, 可以表示为

$$\{x \in \mathbf{R} \mid x^2+1=0\},$$

这个集合是没有元素的. 一般地, 我们把不含任何元素的集合叫做空集, 记作 $\emptyset$.

为了形象地表示集合, 我们常常画一条封闭的曲线, 用它的内部表示一个集合.

例如, 图 1-1 表示任意一个集合 A ; 图 1-2 表示集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

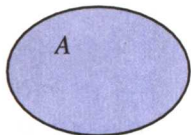


图 1-1

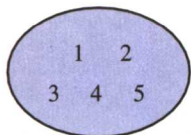


图 1-2

练习

1. 用适当的方法表示下列集合, 然后说出它们是有限集还是无限集:

- (1) 由大于 10 的所有自然数组成的集合;
- (2) 由 24 与 30 的所有公约数组成的集合;
- (3) 方程 $x^2-4=0$ 的解的集合;
- (4) 由小于 10 的所有质数组成的集合.

2. 用描述法表示下列集合, 然后说出它们是有限集还是无限集:

- (1) 由 4 与 6 的所有公倍数组成的集合;
- (2) 所有偶数组成的集合;
- (3) 方程 $x^2-2=0$ 的解的集合;
- (4) 不等式 $4x-6<5$ 的解集.

习 题 1.1

1. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

- (1) 若 $A = \{x \mid x^2 = x\}$, 则 -1 ____ A ;
- (2) 若 $B = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$, 则 3 ____ B ;
- (3) 若 $C = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x \leq 10\}$, 则 8 ____ C ;
- (4) 若 $D = \{x \in \mathbf{Z} \mid -2 < x < 3\}$, 则 1.5 ____ D .

2. 下列各小题中, 分别指出了—个集合的所有元素, 用适当的方法把这个集合表示出来, 然后指出它是有限集还是无限集:

- (1) 组成中国国旗图案的颜色;
- (2) 世界上最高的山峰;
- (3) 由 1, 2, 3 这三个数字抽出一部分或全部数字 (没有重复) 组成的一切自然数;
- (4) 平面内到一个定点 O 的距离等于定长 l ($l > 0$) 的所有的点 P .

3. 把下列集合用另一种方法表示出来:

- (1) $\{1, 5\}$;
- (2) $\{x \mid x^2 + x - 1 = 0\}$;
- (3) $\{2, 4, 6, 8\}$;
- (4) $\{x \in \mathbf{N} \mid 3 < x < 7\}$.

1.2 子集、全集、补集

1. 子集

集合与集合之间, 存在着“包含”与“相等”的关系.

先看集合与集合之间的“包含”关系. 设

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5\},$$

集合 A 是集合 B 的一部分, 我们就说集合 B 包含集合 A .

一般地, 对于两个集合 A 与 B , 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 我们就说集合 A 包含于集合 B , 或集合 B 包含集合 A , 记作

$$A \subseteq B \text{ (或 } B \supseteq A \text{)}.$$

这时我们也说集合 A 是集合 B 的子集.

当集合 A 不包含于集合 B , 或集合 B 不包含集合 A 时, 记作

$$A \not\subseteq B \text{ (或 } B \not\supseteq A \text{)} \textcircled{1}.$$

我们规定: 空集是任何集合的子集. 也就是说, 对于任何一个集合 A , 有

$$\emptyset \subseteq A.$$

① $\subseteq$ 也可以用 $\subset$, $\supseteq$ 也可以用 $\supset$; $\not\subseteq$ 也可以用 $\not\subset$, $\not\supseteq$ 也可以用 $\not\supset$.

再看集合与集合之间的“相等”关系. 设

$$A = \{x \mid x^2 - 1 = 0\}, \quad B = \{-1, 1\},$$

集合 A 与集合 B 的元素是相同的, 我们就说集合 A 等于集合 B .

一般地, 对于两个集合 A 与 B , 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素, 我们就说集合 A 等于集合 B , 记作

$$A = B.$$

由集合的“包含”与“相等”的关系, 可以得出下面的结论.

(1) 对于任何一个集合 A , 因为它的任何一个元素都属于集合 A , 所以

$$A \subseteq A,$$

也就是说, 任何一个集合是它本身的子集.

我们常常涉及“真正的子集”的问题. 对于两个集合 A 与 B , 如果 $A \subseteq B$, 并且 $A \neq B$, 我们就说集合 A 是集合 B 的真子集, 记作

$$A \subsetneq B \text{ (或 } B \supsetneq A).$$

用图形表示如图 1-3.

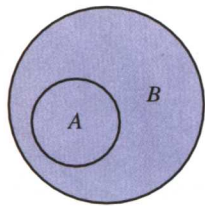


图 1-3

显然, 空集是任何非空集合的真子集.

容易知道, 对于集合 A, B, C , 如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 那么 $A \subseteq C$.

事实上, 设 x 是集合 A 的任意一个元素, 因为 $A \subseteq B$, 所以 $x \in B$, 又因为 $B \subseteq C$, 所以 $x \in C$, 从而 $A \subseteq C$.

同样可知, 对于集合 A, B, C , 如果 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$, 那么 $A \subsetneq C$.

(2) 对于集合 A, B , 如果 $A \subseteq B$, 同时 $B \subseteq A$, 那么 $A = B$.

例 1 写出集合 $\{a, b\}$ 的所有的子集, 并指出其中哪些是它的真子集.

解: 集合 $\{a, b\}$ 的所有的子集是 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$, 其中 $\emptyset, \{a\}, \{b\}$ 是 $\{a, b\}$ 的真子集.

例 2 解不等式 $x - 3 > 2$, 并把结果用集合表示出来.

解: $x > 5$,

原不等式的解集是 $\{x \mid x > 5\}$.

练习

1. 写出集合 $\{a, b, c\}$ 所有的子集, 并指出其中哪些是它的真子集.

2. 用适当的符号 ($\in$, $\notin$, $=$, $\supseteq$, $\subseteq$) 填空:

(1) a _____ $\{a\}$;

(2) a _____ $\{a, b, c\}$;

(3) d _____ $\{a, b, c\}$;

(4) $\{a\}$ _____ $\{a, b, c\}$;

(5) $\{a, b\}$ _____ $\{b, a\}$;

(6) $\{3, 5\}$ _____ $\{1, 3, 5, 7\}$;

(7) $\{2, 4, 6, 8\}$ _____ $\{2, 8\}$;

(8) $\emptyset$ _____ $\{1, 2, 3\}$.

3. (1) 解方程 $x+3=\frac{x}{2}-5$, 并把结果用集合表示出来;

(2) 解不等式 $3x+2<4x-1$, 并把结果用集合表示出来.

2. 全集与补集

看一个例子.

设集合 S 是全班同学的集合, 集合 A 是班上所有参加校运动会的同学的集合, 而集合 B 是班上所有没有参加校运动会的同学的集合, 这三个集合有什么关系呢?

容易看出, 集合 B 就是集合 S 中除去集合 A 之后余下来的集合.

一般地, 设 S 是一个集合, A 是 S 的一个子集 (即 $A \subseteq S$), 由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做 S 中子集 A 的补集 (或余集), 记作 $\complement_S A$, 即

$$\complement_S A = \{x \mid x \in S, \text{ 且 } x \notin A\}.$$

图 1-4 中的阴影部分表示 A 在 S 中的补集 $\complement_S A$.

例如, 如果 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, 那么

$$\complement_S A = \{2, 4, 6\}.$$

如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素, 这个集合就可以看作一个全集, 全集通常用 U 表示.

例如, 在实数范围内讨论问题时, 可以把实数集 $\mathbf{R}$ 看作全集 U , 那么, 有理数集 $\mathbf{Q}$ 的补集 $\complement_U \mathbf{Q}$ 就是全体无理数的集合.

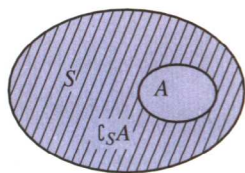


图 1-4

练习

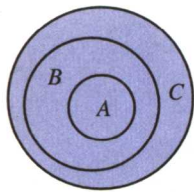
1. 填空:

如果 $S = \{x \mid x \text{ 是小于 } 9 \text{ 的正整数}\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 那么 $\complement_S A = \underline{\hspace{2cm}}$, $\complement_S B = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 填空:

(1) 如果全集 $U = \mathbf{Z}$, 那么 $\mathbf{N}$ 的补集 $\complement_U \mathbf{N} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 如果全集 $U = \mathbf{R}$, 那么 $\complement_U \mathbf{Q}$ 的补集 $\complement_U (\complement_U \mathbf{Q}) = \underline{\hspace{2cm}}$.



(第1题)

习题 1.2

1. 图中 A, B, C 表示集合, 说明它们之间有什么包含关系.

2. 在下列各题中, 指出关系式 $A \subseteq B$, $A \supseteq B$, $A \subsetneq B$, $A \supsetneq B$, $A = B$ 中哪些成立:

(1) $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 7\}$;

(2) $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{x \mid x \text{ 是 } 8 \text{ 的约数}\}$.

3. 判断下列各式是否正确, 并说明理由:

(1) $2 \subseteq \{x \mid x \leq 10\}$; (2) $2 \in \{x \mid x \leq 10\}$;

(3) $\{2\} \subsetneq \{x \mid x \leq 10\}$; (4) $\emptyset \in \{x \mid x \leq 10\}$;

(5) $\emptyset \subsetneq \{x \mid x \leq 10\}$; (6) $\emptyset \subsetneq \{x \mid x \leq 10\}$;

(7) $\{4, 5, 6, 7\} \subsetneq \{2, 3, 5, 7, 11\}$;

(8) $\{4, 5, 6, 7\} \supsetneq \{2, 3, 5, 7, 11\}$.

4. 设 $S = \{x \mid x \text{ 是至少有一组对边平行的四边形}\}$, $A = \{x \mid x \text{ 是平行四边形}\}$, 求 $\complement_S A$.

5. 设 $U = \mathbf{Z}$, $A = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$, 求 $\complement_U A$, $\complement_U B$.

1.3 交集、并集

看下面的三个图.

图 1-5 (1) 中给出了两个集合 A 与 B , 集合 A 与 B 的公共部分就叫做集合 A 与 B 的交 (图 1-5 (2) 的阴影部分), 集合 A 与 B 合并到一起得到的集合就叫做集合 A 与 B 的并 (图 1-5 (3) 的阴影部分).

一般地, 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$ (读作“ A 交 B ”), 即

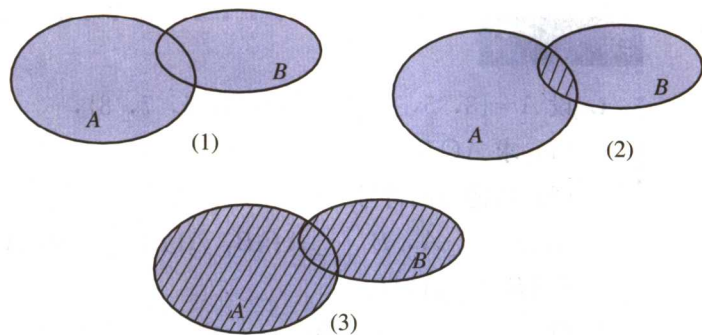


图 1-5

$$A \cap B = \{x \mid x \in A, \text{ 且 } x \in B\}.$$

而由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$ (读作 “ A 并 B ”), 即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A, \text{ 或 } x \in B\}.$$

例 1 设 $A = \{x \mid x > -2\}$, $B = \{x \mid x < 3\}$, 求 $A \cap B$.

$$\begin{aligned} \text{解: } A \cap B &= \{x \mid x > -2\} \cap \{x \mid x < 3\} \\ &= \{x \mid -2 < x < 3\}. \end{aligned}$$

例 2 设 $A = \{x \mid x \text{ 是等腰三角形}\}$, $B = \{x \mid x \text{ 是直角三角形}\}$, 求 $A \cap B$.

$$\begin{aligned} \text{解: } A \cap B &= \{x \mid x \text{ 是等腰三角形}\} \cap \{x \mid x \text{ 是直角三角形}\} \\ &= \{x \mid x \text{ 是等腰直角三角形}\}. \end{aligned}$$

例 3 设 $A = \{4, 5, 6, 8\}$, $B = \{3, 5, 7, 8\}$, 求 $A \cup B$.

$$\begin{aligned} \text{解: } A \cup B &= \{4, 5, 6, 8\} \cup \{3, 5, 7, 8\} \\ &= \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}. \end{aligned}$$

集合中的元素是没有重复现象的, 两个集合的并集中, 原两个集合的公共元素只能出现一次, 不要写成

$$A \cup B = \{3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 8\}.$$

例 4 设 $A = \{x \mid x \text{ 是锐角三角形}\}$, $B = \{x \mid x \text{ 是钝角三角形}\}$, 求 $A \cup B$.

$$\begin{aligned} \text{解: } A \cup B &= \{x \mid x \text{ 是锐角三角形}\} \cup \{x \mid x \text{ 是钝角三角形}\} \\ &= \{x \mid x \text{ 是斜三角形}\}. \end{aligned}$$

例 5 设 $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid 1 < x < 3\}$, 求 $A \cup B$.

$$\begin{aligned} \text{解: } A \cup B &= \{x \mid -1 < x < 2\} \cup \{x \mid 1 < x < 3\} \\ &= \{x \mid -1 < x < 3\}. \end{aligned}$$