DAXUE WULI SHIYAN

大学物理实验

王殿元　主　编
聂映中　罗江龙　副主编

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

大学物理实验

主　编　王殿元

副主编　聂映中　罗江龙

北京邮电大学出版社

·北京·

内 容 提 要

本书是在九江学院大学物理实验教学实践的基础上编写而成的。内容主要包括误差和数据处理的基本知识以及力学、热学、电磁学、光学方面共31个实验。本书在叙述介绍实验基本原理与实验方法、实验内容与步骤时，力求繁简适当、通俗易懂，在部分实验的附录中还介绍了许多物理学家，希望激发学生的学习兴趣。

本书可作为高等学校理工科本科生的大学物理实验课程的教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/王殿元主编 .—北京:北京邮电大学出版社,2004
ISBN 7-5635-0870-8

Ⅰ.大 ...　Ⅱ.①王 ...　Ⅲ.物理学—实验—高等学校—教材　Ⅳ.04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 138441 号

书　　名: 大学物理实验
主　　编: 王殿元
副 主 编: 聂映中　罗江龙
责任编辑: 王晓丹
策划编辑: 章　剑
出 版 者: 北京邮电大学出版社(北京市海淀区西土城路 10 号)
邮编:100876　电话:(010)62282185　传真:(010)62283578
电子信箱: publish@bupt.edu.cn
经　　销: 各地新华书店
印　　刷: 北京源海印刷有限责任公司
开　　本: 787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张: 16.25
字　　数: 392 千字
印　　数: 1—5 000 册
版　　次: 2005 年 1 月第 1 版　2005 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 7-5635-0870-8/O·91　　定价:25.00 元

·如有印装质量问题，请与北京邮电大学出版社发行部联系·

前　言

物理实验在物理学的建立和发展中一直起着十分重要的作用,而且它又有自身的特点和一套实验知识、实验方法、实验仪器的使用等独特的内容,所以在高等学校开设大学物理理论课的同时,往往还开设一定量的大学物理实验课。通过“大学物理实验”这门课的学习,可以使学生学会一些基本的实验方法、基本仪器的使用和基本的数据处理方法,力求使学生得到规范化的实验方法训练,能够养成良好的实验习惯,独立完成实验,在实验能力和实验素养等方面得到严格的、良好的培养,以期为后续的实验课乃至今后的科学技术工作打下坚实的基础。

本书是在九江学院“大学物理实验”讲义的基础上改编而成的。原讲义是由担任该课的杨锋涛、项元江、李庆容等教师起草完成后,在使用过程中又经过了梁通、宋艳玲、常章用、张玉霞、刘志强、尹丽琴、江长双、王庆凯、吴杏华、曾玮、李杰、黄亦斌、王殿元等任课教师的补充和完善,因此它是原九江学院物理教研室众多实验任课教师的集体劳动的成果。此次借该讲义正式出版之际,我们对其又做了大幅度地修订和补充,现将本次的参编者列述如下。绪论:聂映中;实验 1,2,3,4:罗江龙;实验 5,16,17,19,28:李庆容;实验 6,7,23,25,26:宋艳玲;实验 8,9,11:邹俊生;实验 10,12,13:李木花;实验 15,20,21,24,27:常章用;实验 14,18,29,30:黄天成;实验 14,22,24,31:余傲秋;附录中的数据表格以及部分实验的文字录入工作由王庆凯和曾玮老师完成,最后由王殿元负责统稿和定稿。

在此,我们谨对所有对本书做过贡献的同志表示衷心的感谢。同时,我们诚恳欢迎读者对本书不足之处予以指正。

编　者

2004 年 11 月

目　　录

力　学　篇

热　学　篇

电　磁　学　篇

光 学 篇

绪　论

0.1　引言

1．大学物理实验课的意义

物理学是一门以实验为基础的学科，物理实验不仅是建立物理理论的源泉，而且是物理理论、学说的检验标准。可见物理实验是何等的重要。在20世纪50年代以前，世界各国对物理实验课的作用的认识还停留在“物理实验课程是物理课程教学的一个环节”的观点上。直到20世纪60年代，人们才逐渐认识到了科学实验在尖端技术发展中的地位，从而明确地提出了“加强基础理论教学与加强基础实验教学并重”的观点，从此物理实验教学开始脱离物理理论教学而单独开设，并从实验课程的特有规律出发强调实验方法、实验素质的训练。

多年的大学物理实验课程的教学实践表明，开设大学物理实验有以下几点重要意义：

- 学生可以学习物理实验的基本知识、基本方法和基本技能，提高其动手能力；
- 可以逐步培养起学生的严肃认真、实事求是的科学态度和工作作风，养成良好的实验习惯；
- 通过实际的观察和测量，加深对物理理论知识的理解和掌握，同时激发学生对学习物理科学的兴趣。

2．如何上好大学物理实验课

要上好一次物理实验课，同学们应注意做好以下三方面的工作：

(1) 做好预习

上实验课之前，应仔细阅读实验教材，弄明白本次实验课的目的、原理以及实验的步骤，同时对实验过程中应注意的问题也要做到心中有数。一般要求学生能写出一份实验预习报告。

(2) 做好实验

进入实验室，同学们应当遵守有关规章制度，爱护实验仪器设备，注意安全，不要乱动仪器。在测试、记录实验数据时，要认真、仔细、实事求是，不编造实验数据。实验完成后，将实验数据交由任课教师检查确认并签字，在得知数据合格有效后，方可拆开线路或整理仪器，最后将实验仪器全部整理好再离开实验室。

(3) 写好实验报告

实验报告是对实验的全面总结。书写实验报告既要全面又要力求简单明了，应该用语确切、字迹工整，图表合乎规范并且美观，这些都可以作为实验者工作能力的一种训练。实验报告除了实验名称和姓名外，一般还包括实验目的、仪器、原理、方法、原始实验数据、最后结果以及自己对结果的分析和评价等。实验报告应使别人看了以后能了解实验者的工作成

果和达到的水平。另外还需要强调的一点是，数据处理是分析实验结果的必要手段，而且是判断实验是否成功所必须做的一项工作。有许多同学总认为把实验数据测出来就完了，这是不对的。同时，处理数据时一定要注意实验误差和有效数字的问题。

0.2 测量误差及数据处理

0.2.1 测量误差的基本知识

物理实验是以测量为基础的。测量方法通常分成两类：一类是直接测量，如米尺测长度，秒表测时间，天平测质量等；一类是间接测量，即由直接测量所得数据，依一定计算公式（或理论公式）经运算得出所需的测量结果。如单摆测定重力加速度 g，先测出单摆摆长 l 和周期 T，依 $g=\frac{4\pi l}{T^2}$ 计算出 g 这一测量结果；又如测量物体密度，先称出物体质量 m，再测其体积 V，然后依 $\rho=\frac{m}{V}$ 公式算出密度 ρ 的测量结果。

测量中数据如何处理，测量误差如何估计，测量结果如何正确表述，这些知识涉及到科学测量，涉及到以后的每一个物理实验。

1. 误差

误差存在于一切测量的始终。测量误差就是测量结果与被测量的真值（或约定真值）之间的误差。测量误差可用绝对误差表示，也可用相对误差表示。

绝对误差 = 测量结果 − 被测量的真值

相对误差 = 测量的绝对误差 / 被测量的真值

被测量的真值其实是一个理想的概念。对测量者来说，真值一般是不知道的。因此实际测量中常用被测量的实际值或已修正过的算术平均值来代替真值，称为约定真值。

测量误差主要分为系统误差和随机误差两类。由于系统误差与随机误差的性质和来源不同，因此处理它们的方法也不相同。

(1) 系统误差及其来源

在同一条件下（指同一方法、仪器、环境、观察者）多次测量同一量时，绝对值和符号保持不变，或在条件改变时按一定规律变化的误差，其来源有：

① 仪器误差

仪器误差，即由仪器、实验装置引起的误差。如零点不对，仪器未经校准、安装不正确、元件老化等。如秒表测单摆周期，表自身就走得慢，测得的时间 t 肯定偏大，多次重复测量也无济于事。又如测定冰的溶解热，若从冰水中取冰，即使用毛巾擦去冰表面的水，所测结果也一定偏小。因为此时冰块的内部已含有大量的水泡，冰溶解热的数值是水比热数值的几十倍。

② 方法（理论）误差

方法（理论）误差，即测量所依据公式自身的近似性，或实验条件达不到公式所规定的要求，或测量方法所引起的误差。如单摆周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 成立条件是摆角应趋于零。实

验时当摆角超过 5°，或周期测量的计时不选在小球过平衡位置，而选在振幅处(空气阻尼，摆振幅在不断减少)等。

③ 环境误差

环境误差，即由于环境影响而产生的误差。如室温的逐渐升高，外界电磁场的干扰，外界的振动等。

综上所述，对于系统误差，必须采取一定方法尽力消除它的影响，或对结果进行修正。发现系统误差的存在，弄清其产生的原因，消除或减小其影响，这反映的是物理实验者的基本素质。

(2) 随机误差(偶然误差)及其分布规律

① 随机误差

相同条件下重复测量同一量，由于各种偶然因素的影响，使得测量值随机变化，这种因随机变化而引起的误差称为随机误差。如读数的上下涨落，环境温度的起伏，气流的扰动等因素影响，使得测量结果的量值无规则地弥散在一定的范围内。随机误差的存在，使每次测量值可能偏大或偏小，不能确定。随机误差是不能消除的。然而数理统计学与计量学的研究表明，随机误差的分布服从一定的统计规律。

② 随机误差的正态分布规律

当测量次数 $n\to\infty$ 时，随机误差服从正态分布(高斯分布)规律。标准化正态分布曲线如图 0-1 所示。图中 x 代表某一物理量的实测值，$P(x)$为测量值的概率密度，其中

$$P(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta}e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\delta^2}} \qquad (0\text{-}1)$$

$$\bar{x}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sum x}{n} \qquad (0\text{-}2)$$

$$\delta=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}} \qquad (0\text{-}3)$$

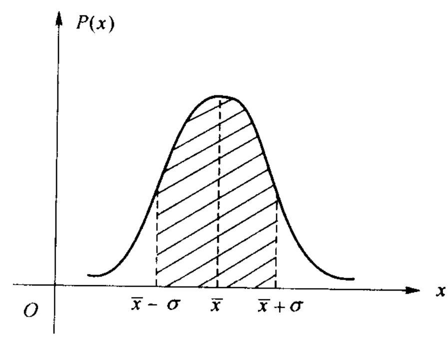

图 0-1　正态分布曲线

若取图 0-1 中曲线与 x 轴所围面积为 1，则介于横坐标任意两点间的部分面积的大小可用来表示随机误差在相应区间出现的概率。如图 0-1 中阴影部分 $\bar{x}-\delta$ 到 $\bar{x}+\delta$ 之间的面积由给定的定积分可算出其值是 0.683，即测量值落在($\bar{x}-\delta$)到($\bar{x}+\delta$)区间的概率为0.683。如果将区间扩大到($\bar{x}-2\delta$，$\bar{x}+2\delta$)，则 x 值落在该区间的概率可提高到94.5%；x 值落在($\bar{x}-3\delta$，$\bar{x}+3\delta$)区间的概率为 99.7%。

δ 为曲线拐点处的横坐标与 $\bar{x}$ 之差，它是表征测量值分散性的重要参数，称为正态分布的标准偏差。从正态分布曲线可看出：测量值在 $\bar{x}$ 处出现的概率密度最大；误差较小的数据比误差较大的数据出现的概率大；绝对误差很大的误差出现的概率几乎等于零。

表明：对同一测量量进行多次重复测量，正、负误差可以趋向抵消，用多次测量的算术平均值表示测量结果可减少随机误差的影响。

(3) 过失误差

过失误差，即由于粗枝大叶、过度疲劳或操作不正确，使测量值明显歪曲测量结果的误

差。正确的测量结果不应当含有过失误差，这些坏值应当剔除。

以上分析误差的来源表明：测量中应当避免或不允许过失粗差的出现；限制或消除系统误差；正确地计算随机误差，并估算其范围；对测量结果给出正确、合适的评价。

(4) 以算术平均值代替测量结果

在测量仪器、方法、人员、环境相同情况下对同一物理量进行重复测量，所得测量值应具有相同精度，即它们都具有相同的可信赖程度，这种测量称等精度测量。

设对一物理量进行了 n 次等精度测量，在无明显系统误差情况下，这一系列测量值的最佳估计值依最小二乘法原理应是能使各次测量值与该值之差的平方和最小。

设测量真值的最佳估计为χ_0，故差值的平方和为

$$F(x) = \sum_{i=1}^{n}(\chi_i - \chi_0)^2 \tag{0-4}$$

使它最小，则它对χ_0的导数应为零，即

$$\frac{\mathrm{d}F(\chi)}{\mathrm{d}\,\chi_0} = -2\sum_{i=1}^{n}(\chi_i - \chi_0) = 0$$

得

$$\chi_0 = \frac{1}{n}\sum \chi_i = \bar{\chi} \qquad (i = 1,2,3,\cdots,n) \tag{0-5}$$

表明：当系统误差已被消除时，测量值的平均值可作为被测量真值的最佳估计，当 $n\to\infty$时，平均值趋近于真值。

【例 1】 某一长度测量 10 次，结果如下：

x_i = 63.57 cm，63.58 cm，63.55 cm，63.56 cm，63.56 cm，63.59 cm，63.55 cm，63.54 cm，63.57 cm，63.57 cm，求测量结果。

解：

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i \\ &= \frac{1}{10}(63.57+63.58+63.55+63.56+63.56+63.59+63.55+63.54+63.57+63.57) \\ &= 63.564\ \mathrm{cm}\end{aligned}$$

(5) 随机误差的处理

对直接测量或间接测量通常用标准偏差表示其测量误差。

① 单次测量的标准偏差估计

有些实验处在被动测量中，不允许进行重复测量，或者在间接测量中一些直接测量对最后结果影响很小，可能只对被测物测一次。对于只测一次的物理量，其误差应根据仪器的质量、等级、实验方法等实际情况进行合理估计。通常取仪器最小分度值$\Delta_{仪}/\sqrt{3}$作为其标准偏差估计，为简单计也可取算术平均差$\Delta_{仪}/2$ 作误差估计。如米尺测单摆长度，米尺的最小刻度为 1 mm，现测量摆上、下端读数误差各取 0.5 mm，则摆长的测量误差估算为 1 mm。又如停表测时间启动和停止人的反应速度最大为 0.2 s，现可估算启动与制动各有 0.1 s 误差，则一次测时的误差是 0.2 s(如用数字表测量误差估计参见本章附录)。

② 多次测量的标准偏差估计

有限的 n 次测量，每次测量值 x_i 与平均值$\bar{x}$ 之差又称残差，即

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x} \qquad (i = 1,2,3,\cdots,n) \tag{0-6}$$

由于残差可正、可负，所以常用“方、和、根”对多次的直接测量误差进行估计，其中单次测量标准偏差是

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{0-7}$$

上式称贝塞尔公式，而 n 次测量的平均值的标准偏差为

$$\delta_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{\delta}{\sqrt{n}} \tag{0-8}$$

即一系列测量量的标准偏差 $\delta_{\bar{x}}$ 是单次测量标准偏差 δ 的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$，多次测量可减少随机误差的估算。

③ 间接测量的标准偏差估计

间接测量结果由直接测量数据经运算得到，显然直接测量误差必然影响间接测量的结果和误差。这一过程又称误差的传递与合成。

设间接测量式为

$$N = F(x,y,z,\cdots) \tag{0-9}$$

N 为间接测量结果，$x,y,z,\cdots$ 为直接测量量，相互间独立。对上式取全微分，有

$$\mathrm{d}N = \frac{\partial F}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial F}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial F}{\partial z}\mathrm{d}z + \cdots \tag{0-10}$$

或取对数后再微分，有

$$\ln N = \ln F(x,y,z,\cdots)$$

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = \frac{\partial \ln F}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial \ln F}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial \ln F}{\partial z}\mathrm{d}z + \cdots \tag{0-11}$$

当 x、y、z 有微小变化 $\mathrm{d}x$、$\mathrm{d}y$、$\mathrm{d}z$ 时，N 改变 $\mathrm{d}N$。把 $\mathrm{d}x$、$\mathrm{d}y$、$\mathrm{d}z$ 看成测量误差，式(0-10)或(0-11)就是间接测量的误差传递公式。

由于各个独立测量量其结果的随机误差是以一定方式合成的，如果用标准偏差代表随机误差，可以证明，它们的合成是“方和根”合成，由式(0-10)及(0-11)得标准偏差传递公式

$$\delta_N = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 \delta_x^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 \delta_y^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 \delta_z^2 + \cdots} \tag{0-12}$$

$$\frac{\delta_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2 \delta_x^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2 \delta_y^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2 \delta_z^2 + \cdots} \tag{0-13}$$

对和、差函数用式(0-12)方便；对积、商函数用式(0-13)方便。

④ 误差分析应用举例

【例 2】 求圆柱体的体积 V，现测得直径 $D \approx 0.8$ cm，高 $h \approx 3.2$ cm。仅考虑随机误差，如果用米尺测量得标准偏差 $\delta_{米} \approx 0.01$ cm，用游标卡尺测量标准偏差 $\delta_{游} \approx 0.002$ cm，用螺旋测微器测量得标准偏差 $\delta_{螺} \approx 0.001$ cm，如果要求 $\frac{\delta_V}{V} \approx 0.5\%$，应如何选用仪器?

解：测量公式 $V = \frac{\pi}{4}D^2 h$ 为积、商函数，选式(0-13)进行误差分析，有

$$\frac{\delta_V}{V}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln V}{\partial D}\right)^2\delta_D^2+\left(\frac{\partial \ln V}{\partial h}\right)^2\delta_h^2}=\sqrt{4\left(\frac{\delta_D}{D}\right)^2+\left(\frac{\delta_h}{h}\right)^2}$$

如果 D、h 都用米尺测量，则

$$\sqrt{4\left(\frac{\delta_D}{D}\right)^2}\approx\sqrt{4\left(\frac{1}{80}\right)^2}=2.5\%>\frac{\delta_V}{V}=0.5\%$$

此时体积的相对误差超过题目要求，不能选用米尺测量。

如果 D、h 都用游标卡尺测量，则

$$4\left(\frac{\delta_D}{D}\right)^2\approx4\left(\frac{2}{800}\right)^2$$

$$\left(\frac{\delta_h}{h}\right)^2\approx\left(\frac{2}{3\,200}\right)^2$$

两项比较，$\left(\frac{\delta_h}{h}\right)^2$ 可忽略不计，则 $\frac{\delta_V}{V}\approx\frac{2\delta_D}{D}=0.5\%$，可行。

亦可选用螺旋测微器测 D，游标卡尺测 h，这样可以更好地达到要求或可减少测量次数。

(6) 测量结果的不确定度评定

依照国际标准化组织等 7 个国际组织联合发表的《测量不确定度表示指南 ISO1993(E)》的精神，对普通物理实验中完整的测量结果应给出被测量的量值 x_0，同时还要标出测量的不确定度 Δ，将实验结果写成 $x_0\pm\Delta$ 形式，这表示被测量量的真值在 $(x_0-\Delta, x_0+\Delta)$ 的范围以外的可能性很小。不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量量值所处的量值范围的评定。

① 直接测量的不确定度 Δ 的计算

直接测量结果的误差可能来自几个方面，其不确定度通常包含几个分量，可将这些分量分成 A,B 两类：A 类分量指多次重复测量用统计方法算出的分量 Δ_A；B 类分量指的是用其他方法算出的分量 Δ_B，它们可用“方和根”法合成，即测量结果的总不确定度为

$$\Delta=\sqrt{\Delta_A^2+\Delta_B^2} \tag{0-14}$$

1) 有限次测量的不确定度 A 类分量 Δ_A 的计算

实际测量，只可能是有限次，此时测量误差不完全服从正态分布规律，而是服从所谓的 t 分布。此时 A 类分量不确定度由下式给出

$$\Delta_A=\frac{t_p(n-1)}{\sqrt{n}}\delta \tag{0-15}$$

$t_p(n-1)$ 是与测量次数、置信概率 P 有关的量。当概率 P 以及测量次数 n 确定后，$t_p(n-1)$ 也就确定了。当 $P=0.95$，$t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 的部分数据可以从表 0-1 查出。

表 0-1　t 分布值与测量次数的关系

测量次数	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_p(n-1)/\sqrt{n}$	8.98	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72

普通物理实验中测量次数 n 一般不大于 10，从表 0-1 看出，$5<n\leqslant10$ 时，$t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 近似值可取 1，这时式(0-15)简化成

$$\Delta_A = \delta \tag{0-16}$$

相关计算表明,$5 < n \leqslant 10$ 时,做 $\Delta_A = \delta$ 近似已可使被测量量的真值落在 $\bar{x} \pm \delta$ 范围内的概率近似或大于 0.95。

2) 有限次测量的不确定度 B 类分量的计算

B 类分量的评定,有的依据仪器说明书,有的依据仪器的确定度等级,有的则粗略依据仪器分度值。普通物理实验中通常可取仪器分度值 $\Delta_{仪}$ 的 $1/\sqrt{3}$作为 B 类分量,即

$$\Delta_B = \Delta_{仪}/\sqrt{3} \tag{0-17}$$

为了方便,也可取 $\Delta_B = \Delta_{仪}/2$ 作为评定。

当实验中被测量只测一次,此时 Δ_A 分量不存在,可取总不确定度 $\Delta = \Delta_B = \Delta_{仪}/\sqrt{3}$作为单次测量不确定度的评定。

以上不确定度计算公式(0-14)(0-16)(0-17)在今后实验中经常要用到,希望能够记住。

② 间接测量不确定度 Δ 的计算

间接测量结果由直接测量数据依一定的数学公式计算出来。显然直接测量结果的不确定度必然影响到间接测量结果,这种影响也可以由数学公式计算出来。

设间接测量数学公式 $N = F(x, y, z, \cdots)$,$x, y, z, \cdots$是直接测量结果,它们之间相互独立。它们各自不确定度为 $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z, \cdots$,便可得间接测量的不确定度计算式

$$\Delta = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 (\Delta_x)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 (\Delta_y)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 (\Delta_z)^2 + \cdots} \tag{0-18}$$

或

$$\frac{\Delta}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2 \Delta_x^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2 \Delta_y^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2 \Delta_z^2 + \cdots} \tag{0-19}$$

和、差函数应用式(0-18)计算方便;积、商函数应用式(0-19)计算方便。

【例 3】 数据同例 1 所示,写出该直接测量结果的最终表达式。

解:由例 1 已经计算出 $\bar{x} = 63.564$ cm,由标准偏差计算式

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}(x_i - \bar{x})^2}{(10-1)}} = \sqrt{\frac{2\,040 \times 10^{-6}}{9}} = 0.015\,06 \approx 0.02 \text{ cm}$$

随机误差只是一估计值,其结果通常只取一位。

A 类不确定度

$$\Delta_A = \frac{t_p(n-1)}{\sqrt{n}}\delta$$

现 $5 < n \leqslant 10$,故因子$\frac{t_p(n-1)}{\sqrt{n}}$近似取 1,得

$$\Delta_A = \delta = 0.02 \text{ cm}$$

B 类不确定度:米尺仪器误差 $\Delta_{仪} = 1$ mm,故

$$\Delta_B = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.06 \text{ cm}$$

测量结果不确定度

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{0.02^2 + 0.06^2} = 0.06 \text{ cm}$$

测量结果

$$x=\bar{x}\pm\Delta=(63.35\pm0.06)\ \mathrm{cm}$$

【例 4】 已知金属环外径 $D_2=(3.600\pm0.004)$ cm，内径 $D_1=(2.880\pm0.004)$ cm，高度 $h=(2.575\pm0.004)$ cm，求环的体积及其不确定度 Δ_V。

解：环体积为

$$V=\frac{\pi}{4}(D_2^2-D_1^2)h=\frac{\pi}{4}\times(3.600^2-2.880^2)\times2.575=9.436\ \mathrm{cm}^3$$

测量公式为积、商函数，对环体积取对数及偏导数为

$$\ln V=\ln\frac{\pi}{4}+\ln(D_2^2-D_1^2)+\ln h$$

$$\frac{\partial\ln V}{\partial D_2}=\frac{2D_2}{D_2^2-D_1^2}$$

$$\frac{\partial\ln V}{\partial D_1}=-\frac{D_1}{D_2^2-D_1^2}$$

$$\frac{\partial\ln V}{\partial h}=\frac{1}{h}$$

代入“方、和、根”公式(0-19)，则

$$\begin{aligned}\left(\frac{\Delta_V}{V}\right)^2&=\left(\frac{2D_2}{D_2^2-D_1^2}\right)^2\Delta_{D_2}^2+\left(\frac{2D_1}{D_2^2-D_1^2}\right)^2\Delta_{D_1}^2+\left(\frac{1}{h}\right)^2\Delta_h^2\\&=\left(\frac{2\times3.600}{3.600^2-2.880^2}\right)^2\times0.004^2+\left(\frac{2\times2.880}{3.600^2-2.880^2}\right)^2\times0.004^2+\left(\frac{1}{2.575}\right)^2\times0.004^2\\&=64.92\times10^{-6}\end{aligned}$$

$$\frac{\Delta_V}{V}=\sqrt{64.92\times10^{-6}}=0.81\%$$

$$\Delta_V=V\frac{\Delta_V}{V}=9.436\times0.81\%\approx0.08\ \mathrm{cm}^3$$ （测量误差的有效数字通常只取一位）

环体积

$$V=(9.44\pm0.08)\ \mathrm{cm}^3$$ （测量结果值的位数与不确定度位数对齐）

0.2.2 有效数字处理基本知识

1. 有效数字的一般概念

任何测量量都存在误差，在记录数据、数据运算以及测量结果的表达时，究竟要留几位数字，这是数据处理的重要问题，必须明确认识。一个物理量的数值和数学上的一个数有着不同的意义。数学上 1.25 = 1.250 = 1.250 0 = …；在物理量上 1.25≠1.250≠1.250 0，因为它们有着不同的误差。

把测量结果中可靠的几位数字加上可疑的一位数字称测量结果的有效数字。有效数字的最后一位可疑，但它还是在一定程度上反映了客观实际。

例如用毫米分度的米尺测一物体的长度，正确的读数应是确切读出米尺上有刻线的位数后，还应该估读一位，即在毫米后还应估读一位。如测出某物体长度 13.2 mm，表明 3 是确切数字，而 2 是可疑估读数字。在测量读数时，不要忘了估读位的“0”，如用米尺测一物体厚度刚好是 10 mm 整，应记为 10.0 mm，不要写成 10 mm。

书写有效数字时应注意的要点如下：

(1) 有效数字的位数与十进制单位的变换无关，即与小数点的位置无关。如 1.35 cm 换成以毫米为单位时为 13.5 mm，以米为单位则为 0.013 5 m。这三种表示法完全等效，均为 3 位有效数字。

(2) 当"0"不是用来表示小数点位置时，它与其他 1、2、3、… 具有相等地位。如 1.003 5 cm有效数字为 5 位；1.0 cm 有效数字为 2 位；1.000 cm 有效数字为 4 位。即数据后面的零不能随意加上或去掉。

(3) 数值的有效位数往往能反映测量所用仪器以及测量方法。如 1.350 0 cm 肯定不是米尺测量的，可能是螺旋测微器测量的，而 1.35 cm 则可能是用一般刻度的米尺测量的。

(4) 对较大或较小数值常采用科学计数法，即写 $\times 10^{\pm n}$（n 为正整数）形式。用这种方法计数时，通常在小数点前只写一位数字，例如地球平均半径 6 371 km，可写成 6.371×10^6 m，4 位有效数字；而 0.000 062 3 m，可写成 6.23×10^{-5} m，3 位有效数字。

2. 有效数字的运算规则

(1) 已给出不确定度的加减法有效数字运算

由不确定度决定测量结果的有效位数，其有效数字尾数与不确定度尾数对齐。

【例 5】 求 $N = A + B - C + D$，其中 $A = (72.0 \pm 0.5)\ \mathrm{cm}^3$，$B = (6.262 \pm 0.002)\ \mathrm{cm}^3$，$C = (0.753 \pm 0.001)\ \mathrm{cm}^3$，$D = (271 \pm 1)\ \mathrm{cm}^3$。

解：先求总不确定度

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_C^2 + \Delta_D^2} = \sqrt{0.5^2 + 0.002^2 + 0.001^2 + 1^2} = \sqrt{1.3} = 1.1\ \mathrm{cm}^3$$

（不确定度第一位数比较小时可取二位）

由

$$N = A + B - C + D = 72.0 + 6.3 - 0.8 + 271 = 348.5\ \mathrm{cm}^3$$

则

$$N = (348.5 \pm 1.1)\ \mathrm{cm}^3$$

求 N 的过程中，对 A、B、C、D 各量取舍是：它们的位数保留到其尾数的数量级与末位数数量级最大的 D 多一位；其尾数取舍还应用了"尾数舍入法则"，即小于五舍去，大于五则入，等于五把尾数凑成偶数的原则；测量结果的尾数与不确定度尾数对齐；不确定度的第一位比较小时可取二位等原则。

(2) 未给出不确定度的加减法有效数字运算

以各分量中有效数字的最后一位在位数上最大的两位，运算过程中比它多保留一位，最后与它对齐。

【例 6】 求 $N = A + B - C + D$，其中 $A = 72.0\ \mathrm{cm}^3$，$B = 6.262\ \mathrm{cm}^3$，$C = 0.753\ \mathrm{cm}^3$，$D = 271\ \mathrm{cm}^3$。

解：
$$N = A + B - C + D = 72.0 + 6.3 + 0.8 + 271 = 348.5$$

取

$$N = 348\ \mathrm{cm}^3 \quad (D\ \text{分量在位数上最大，结果与之对齐})$$

(3) 已给出不确定度的乘除法有效数字的运算

找出各分量中有效数字最少的分量，其余各分量（含常量）有效数字位数比其多保留一位，运算过程中结果的有效位数也多保留一位；由不确定度决定测量结果的有效位数。

【例 7】 求 $D=\frac{g}{4\pi^2}r_0T^2$，$r_0=(8.44\pm0.03)$ cm，$T=(1.1372\pm0.002)$ s，$g=980.12$ cm/s^2。

解： r_0 仅 3 位有效数字，其余均保留 4 位，结果也暂保留 4 位

$$D=\frac{g}{4\pi^2}r_0T^2=\frac{980.1\times8.44\times1.137^2}{4\times3.142^2}=270.8$$

又

$$\frac{\Delta_D}{D}=\sqrt{\left(\frac{1}{r_0}\right)^2\Delta_{r_0}^2+\left(2\frac{1}{T}\right)^2\cdot\Delta_T^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{8.4\times10^2}\right)^2+\left(\frac{4}{1.1\times10^4}\right)^2}=\frac{3}{8.4\times10^2}=4\%$$

（T 误差分量小于 r_0 误差分量 1/3，计算时可略去）

$$\Delta_D=2.7\times10^2\times4\%=1$$

则

$$D=(271\pm1)\ \text{cm}$$

以上计算还应用到不确定的值一般取 1～2 位；相对误差一般取 2 位；运算过程当某分量误差小于最大分量误差 1/3 可舍去，因为它对总误差影响可忽略。

(4) 未给出不确定度的乘除法有效数字的运算

取结果的有效数字位数与分量中有效数字位数最小的相同。

【例 8】 $N=A\times B\times C\times D$，其中 $A=1.013$，$B=0.72$，$C=3.10$，$D=2.465$。

解： $N=A\times B\times C\times D=1.01\times0.72\times3.10\times2.46=5.54\approx5.5$

0.2.3 实验数据的处理方法

1. 列表法处理实验数据

在记录和处理数据时常常将数据列成表。列表法可简单而明确地表示出有关物理量间对应关系，便于随时检查测量数据是否合理，便于分析计算；可提高处理数据效率，利于计算和分析误差。

列表的要求如下：

- 设计的表格要简单明了，便于看出相关量间关系；
- 应交代表中各符号所代表的物理量、名称、注明单位，单位写在标题栏中，一般不要重复记在数字上；
- 表中数据应正确反映测量结果的有效数字。

【例 9】 测圆柱体的密度 ρ 所用的公式为

$$\rho=4m/\pi D^2H$$

其中 m、D、H 分别表示圆柱体质量、直径和高。今测得数据列入题表 1：

题表 1

序号	D/cm	$(D_i-\bar{D})\times10^{-3}$/cm	H/cm	$(H_i-\bar{H})\times10^{-3}$/cm	m/g	$(m_i-\bar{m})$/g
1	2.125	−6	6.215	1	197.40	2
2	2.140	9	6.230	16	197.43	5
3	2.130	−1	6.216	2	197.36	−2

序号	D/cm	$(D_i-\bar{D})\times10^{-3}$/cm	H/cm	$(H_i-\bar{H})\times10^{-3}$/cm	m/g	$(m_i-\bar{m})$/g
4	2.125	−6	6.220	6	197.37	−1
5	2.135	4	6.212	−2	197.42	4
6	2.140	9	6.190	−24	197.37	−1
7	2.128	−3	6.222	8	197.34	−4
8	2.134	3	9.218	4	197.42	4
9	2.126	−5	9.192	−22	197.35	3
10	2.129	−2	6.228	14	197.39	1
平均值	2.131		6.214		197.38	
	$\delta_D=0.006$		$\delta_H=0.01$		$\delta_m=0.03$	

解: 上述各测量量的不确定度均未含B类分量,即 $\Delta=\delta$。

得各直接测量量为

$$D=(2.131\pm0.006)\ \text{cm}$$

$$m=(197.38\pm0.03)\ \text{g}$$

$$H=(6.21\pm0.01)\ \text{cm}$$

$$\rho=\frac{4\bar{m}}{\pi D^2\bar{H}}=\frac{4\times197.4}{(3.142\times2.131^2\times6.21)}=8.911\ \text{g/cm}^3$$

而

$$\frac{\Delta_\rho}{\bar{\rho}}=\sqrt{\left(\frac{\Delta_m}{m}\right)^2+\left(\frac{2}{D}\right)^2\Delta_D^2+\left(\frac{1}{H}\right)^2\Delta_H^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{0.03}{2.0\times10^3}\right)^2+\left(\frac{2\times0.006}{2.1\times10^2}\right)^2+\left(\frac{0.01}{6.2}\right)^2}$$

$$\approx0.006$$

$$=0.6\%$$

$$\Delta_\rho=\bar{\rho}\times0.6\%=8.9\times0.006=0.06\ \text{g/cm}^3$$

则

$$\rho=(8.91\pm0.06)\ \text{g/cm}^3$$

2. 逐差法处理实验数据

实验中经常会遇到等间隔地测量线性连续变化的物理量,求其间隔的平均问题。例如金属杨氏模量测定实验,在钩码上每次对金属丝加载等重量砝码,金属丝每次对应地伸长量相近。如何计算每次间隔加载后金属丝的伸长量?一般会认为将测量量的每个间隔伸长量相加,再除以间隔数(简单平均法)。然而,当每次加载相等重量,以 l_i 表示光杠杆放大后测得的每次加载后杠杆的读数,这样 $b_i=l_{i+1}-l_i(i=1,2,3,\cdots,n)$ 为金属丝的伸长所引起标尺变化量,各次差值平均值

$$\Delta\bar{e}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n-1}(e_{i+1}-e_i)$$