

景诗庭 朱永全 宋玉香 著

隧道结构可靠度

中国铁道出版社

铁路科技图书出版基金资助出版

隧道结构可靠度

景诗庭 朱永全 宋玉香 著

中国铁道出版社

2002年·北京

(京)新登字 063 号

内 容 简 介

本书主要介绍工程结构可靠度理论在隧道结构设计和施工中的应用。内容包括隧道结构设计模型和安全度检算方法的演变,以及隧道按可靠度设计的可行性研究;按荷载—结构模型设计时,着重介绍新的铁路隧道设计规范所采用的概率极限状态设计式及分项系数的确定过程及适用范围;应用收敛—约束原理时,着重介绍支护系统极限位移及支护稳定模糊概率的计算方法;指出按连续介质模型设计时,可靠度分析中存在的问题及解决途径;并对隧道系统可靠度分析方法进行了探索。附编了概率及数理统计基础及几种可靠指标的计算方法。

本书可供隧道及地下工程专业技术人员、科研人员和教师参考。也可作为相关专业研究生及本科高年级学生的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

隧道结构可靠度/景诗庭,朱永全,宋玉香著. —北京:中国铁道出版社,2002.11

ISBN 7-113-04964-8

I. 隧… II. ①景… ②朱… ③宋… III. 隧道工程-工程结构-可靠性理论 IV. U451

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 073043 号

书 名:隧道结构可靠度

作 者:景诗庭 朱永全 宋玉香 著

出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街8号)

策划编辑:刘启山

责任编辑:刘启山 编辑部电话:(市)010-51873141,(路)021-73141

封面设计:冯龙彬

印 刷:中国铁道出版社印刷厂

开 本:787mm×1092mm 1/16 印张:17 字数:420 千

版 本:2002 年 11 月第 1 版 2002 年 11 月第 1 次印刷

印 数:1~1 000 册

书 号:ISBN 7-113-04964-8/TU·708

定 价:50.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。

联系电话:(路)021-73169,(市)010-63545969



作者简介

景诗庭, 贵州安龙人, 1934 年 4 月出生, 汉族。1958 年唐山铁道学院隧道及地下铁道专业研究生毕业。现为石家庄铁道学院教授。1958 年起, 先后在唐山铁道学院、西南交通大学、石家庄铁道学院的隧道及地下工程专业从事教学、科研工作。担任过石家庄铁道学院铁建系主任, 岩土及隧道工程研究所所长。历任中国岩石力学与工程学会理事, 河北省岩石力学与工程学会常务副理事长, 国际岩石力学学会中国组成员, 中国土木工程学会隧道与地下工程学会理事, 河北省国家级科技成果鉴定评审专家, 河北省专家献策服务团成员。

多年科研主攻方向为“隧道衬砌安全度检算与可靠度分析”和“围岩稳定性及地层加固技术”等。主持或主要参与过铁道部、中国铁道建筑总公司科技发展计划项目及横向科技开发项目 10 多项。其中与本书内容有关的科研项目 5 项, 多处成果被铁路隧道设计规范所采用。“隧道稳定性位移判别准则研究”获 1999 年度铁道部科技进步二等奖, “水平旋喷机研制及加固技术研究”获 2001 年度河北省科技进步三等奖, “水平旋喷机”获国家实用新型专利。作为中国铁道建筑总公司学科技术带头人, 享受该公司特殊津贴。发表过学术论文数十篇, 其中与本书内容有关的论文 20 余篇。

在高等学校教学工作岗位耕耘 40 多年, 除担任过隧道及地下铁道专业课教学, 编写过专业课教材数本外, 还讲授过《地下空间利用与防护》等课程。作为研究生导师指导过隧道方向硕士研究生近 10 名, 共同指导过博士生 1 名。给研究生讲授过《隧道工程理论与实践》、《地下结构可靠度及耐久性》等课程。教学成果曾获河北省奖励。

1989 年被评为铁道部优秀教师, 1991 年被评为全国铁路优秀知识分子, 1992 年起享受国务院颁发的政府特殊津贴。



作者简介

朱永全,男,1960年3月出生,安徽枞阳人,汉族。1983年本科毕业于石家庄铁道学院,1987年在西南交通大学获硕士学位,1995年在北方交通大学获工学博士学位。现任石家庄铁道学院教授,土木工程分院地下工程系主任,隧道与地下工程研究所所长,硕士研究生导师,学院学术带头人,铁道部有突出贡献的中青年专家,中国土木工程学会隧道及地下工程学会理事,国际岩石力学与工程学会中国小组成员,河北省岩石力学与工程学会理事。长期从事岩土工程、隧道工程的科研和教学工作。1991年12月被评为“全国铁路优秀知识分子”,1994年12月获中华全国铁路总工会“火车头奖章”,1997年5月被评为铁道部“青年科技拔尖人才”,2000年度被评为铁道部“有突出贡献的中青年专家”。

主要研究方向为隧道结构可靠度、隧道工程数值模拟、洞室稳定性、隧道施工新技术与环境控制、环境岩土工程、岩石力学的反问题、强度理论、试验测试技术等。主持研究的“隧道稳定性位移判别准则研究”获1999年度铁道部科技进步二等奖,“水平旋喷机研制及加固技术研究”获2001年度河北省科技进步三等奖,“北京地铁王府井—东单区间复杂洞群系统施工技术研究”获2001年度国家科技进步二等奖。在国内外学术会议和著名刊物上发表了40多篇学术论文,其中国内核心刊物8篇,重要国际学术会议论文集6篇。

正主持承担铁道部科研课题“青藏铁路隧道施工通风供氧技术及施工温度场研究(2001G001-E07)”、“青藏铁路隧道施工机械性能及配套技术研究(2001G001-E08)”、河北省研究课题“位移模式的隧道稳定可靠性方法研究”等。



作者简介

宋玉香,女,1970年6月出生,河南博爱人,汉族。1992年毕业于石家庄铁道学院隧道及地下工程专业,获工学学士学位;1997年在西南交通大学获桥梁与隧道工程专业工学硕士学位,硕士论文题目为“铁路隧道衬砌结构目标可靠指标及分项系数研究”。现为石家庄铁道学院讲师,从事教学与科研工作,讲授过隧道工程、地下铁道等课程,作为主研人员参加了“混凝土偏心受压构件抗力计算及偏压强度统计特征研究”、“整体式衬砌可靠度检算实用表达式分项系数的确定及检验”、“喷锚衬砌和复合衬砌可靠性设计方法和设计参数研究”、“隧道稳定性位移判别准则研究”等有关隧道设计规范按可靠度进行修订的铁道部项目4项,近年来在学术刊物和国际会议上发表学术论文10余篇。目前主要从事隧道和地下工程、公路工程以及岩石力学可靠度方面的研究工作。

序

喜读老友景诗庭教授等几位的新作——《隧道结构可靠度》，这是景教授们十多年来专心致志于隧道结构可靠度研究的系统总结，是一本很有见地的技术专著。众所周知，由于围岩与衬砌支护相互作用关系的复杂性，岩性情况又呈随机和离散变化，在隧道和地下结构的分析计算中实现可靠度设计是十分棘手的问题。本书从探索该法在本学科领域应用的可行性方面入手，先易后难，先重点突破再扩大深入，将工程结构可靠度理论与当前隧道结构的几种设计模型相结合，较好地解决了采用不同模型设计时有关隧道结构可靠度的各种问题，从而把隧道结构设计的理论和方法推向概率极限状态设计的新阶段。

对于应用“荷载—结构”模型设计的隧道整体衬砌，书中提出采用分项系数表达的两种极限状态设计公式及其所求得的分项系数等，现在都已纳入了2001年颁布的《铁路隧道设计规范》，使整体式衬砌的可靠度设计达到了实际应用阶段，进而将隧道衬砌设计从半概率提高到近似概率的新水平。

应用对隧道支护系统的变形量测信息来指导设计与施工是一些年来地下工程技术发展的新阶段。本书以“收敛—约束”原理为基础，以体现概率为目标，提出了以支护极限位移作为洞室稳定性判据，整理出一套能以判定支护结构稳定性模糊概率的实用公式，并将可靠度理论应用到隧道施工中，为其支护稳定性的校验提供了更加科学有效的信息。在采用“连续介质”模型设计喷锚支护和复合衬砌方面，书中列出了实现可靠度设计所面临的一些难点，并为进一步深化研究提出了解的途径和攻关重点。书中还运用工程结构系统可靠度的原理和方法对隧道围岩—支护系统可靠度中的各种失效模式进行了探讨，这些对衬砌控制截面失效概率的分析以及洞门结构的整体分析等问题都具有实际意义。

本书是工程结构可靠度理论和方法在隧道设计和施工中全面应用的一个良

好开端,深信本书的出版将能对今后隧道结构设计发挥积极的推动作用,也为隧道与地下结构可靠度设计在地下工程界的全面推广采用打下了厚实的研究基础,同时,又是必要的学术支撑和保障。

为此,我乐以见到本书的付梓问世,并高兴地写述了上面的一点文字。是为序。

中国科学院院士
中国岩石力学与工程学会名誉理事长
同济大学地下工程系教授

孙钧

2002年仲夏于同济园

前 言

应用可靠性理论和推行概率极限状态设计,制定相应的设计标准,是当今国内外工程结构设计发展的必然趋势,也是提高我国工程结构设计水准的有效途径。国家级第一层次的《工程结构可靠度设计统一标准(GB50153—92)》和第二层次的建筑、铁路、公路、港口、水工等行业的统一标准相继公布之后,各种工程结构设计规范按可靠度设计的修订工作正在进行或已经完成。铁道部对铁路隧道结构的可靠度设计采取慎重态度,先后立项开展了可行性研究及相关的研究工作。本书第一著者早年曾致力于隧道衬砌安全度检算等研究,此后著者等有幸主持或参加铁路隧道可靠度方面的5项研究课题,10余年来发表过此方面的论文近30篇。本书的主要章节是将这些研究报告和论文内容汇总综合而成。

由于地下结构作用机理复杂,地层情况又千变万化,实现可靠度设计被认为是难度较大的工作。以结构可靠性理论为基础修改隧道设计规范的可行性研究课题组集思广益,提出了先易后难,先转轨后完善,先从整体式衬砌按“荷载—结构”模型设计入手,突破后再行扩大的建议。据此,铁道部建设司继续立项开展对“荷载—结构”模型涉及的基本随机变量统计特征的基础性研究,修订隧道设计规范具体条文的实施性研究,并取得成果。2001年发布的《铁路隧道设计规范(TB10003—2001)》终于列出了“概率极限状态设计”一章。这是我国隧道设计理论和方法的突破性进展。本书将向读者全面介绍上述过程中重要环节的主要研究成果和规范中主要条文和系数的来龙去脉,帮助读者加深对新规范有关条文的理解和正确应用。

对用新奥法施工并按“连续介质”模型设计的喷锚衬砌和复合式衬砌,本书在归纳整理当前定值设计的各种方法和结果后,提出实现可靠度设计的基本思路,找出了目前还难以实现可靠度设计的问题所在,指出了解决问题的途径,还引入随机场理论作为今后攻关重点。

推行新奥法,利用监控量测结果反馈设计与施工,是隧道技术的重大进步。量测结果和判据具有随机不确定性和模糊不确定性,按定值方法并不好操作,但更适宜用概率法处理。本书第三章提出以极限位移作为支护稳定性的判据,并用模拟分析等方法综合确定各级围岩初期支护极限位移的范围值。将随机分析和模糊概率引入监控量测工作,得出一套判别支护系统稳定性模糊概率的方法,表明概率方法不仅能用于设计以提高水准,也能用于施工以提供较科学的安全信息。

工程结构系统可靠度由于分析计算过程复杂繁琐,目前还没有普遍应用于工程结构设计中,隧道系统可靠度难度将更大。本书将概率论和系统可靠度分析的一些基本方法应用到隧道的控制截面、衬砌断面、各围岩地段和整座隧道的可靠度分析中,得出一些公式和结论。特别是针对多年来隧道工作者所关注的衬砌断面失效模式问题,从失效概率角度进行了讨论,提出一些看法。

本书着重介绍可靠度理论和方法在隧道结构设计和施工中的应用,不打算对工程结构可靠性理论作全面系统的介绍,并认为读者已具有这方面的基本知识。为了读者及时查阅方便,将概率、数理统计基础和几种可靠指标计算方法和常用的数据表附编于书后。

隧道可靠度设计仅仅是开始,刚刚在“转轨”,需要进一步完善和深入的问题还很多。本书

只是将过去的初步研究成果,形成一个向同行专家请教的综合报告,作了一些“千里之行,始于足下”的工作。对一些前瞻性问题的围岩特性的相关性和随空间的变异性,复杂关系和非线性极限状态方程的简化和随机分析,隧道系统可靠度的主要因素的取舍,适合地下工程特点的可靠度分析方法等,只能参阅一些著作进行一些原则性的叙述,或把问题摆出来。如何在隧道可靠度分析中进一步拓展和应用,有待今后解决。对于今后隧道可靠度的研究,本书若能起到承上启下、继往开来的作用,著者等将感到最大荣幸。

本书由石家庄铁道学院景诗庭、朱永全、宋玉香三人共同撰写,朱永全完成第三章第二、三、五、六节初稿,宋玉香完成第二章第三、四、五节初稿,其余由景诗庭完成。全书由景诗庭主笔统稿。本书可行性研究成果一段摘引了原铁道部五院校课题组的报告内容。基础性研究部分引用了西南交通大学关于深埋隧道荷载、长沙铁道学院关于几何尺寸等统计特征的研究成果。这些都是隧道设计规范条文中确定分项系数所必需的数据,在此谨向有关各院校的老师表示感谢。

本书作者曾将主要内容给研究生在《地下结构可靠性与耐久性》课中讲授,针对学生反映作过一些增补。

作者首先要向中国铁道出版社表示感谢!由于给予“铁路科技图书出版基金”的资助,使本书得以顺利出版并尽早和读者见面。本书在写作出版过程中得到王梦恕院士、王建宇研究员、史玉新设计大师及张清教授等知名专家学者的指导和推荐,王效良高工在收集资料方面给予大力帮助,特别是德高望重的孙钧院士在百忙中为本书写了序言,著者等衷心表示感谢!石家庄铁道学院和科技处领导及土木工程分院院长冯卫星教授对本书出版也给予了很大关心帮助,特别是刘志春老师和刘勇副教授对本书文整、制图、编排等花费了大量精力。在此一并诚挚感谢!

由于水平有限,本书难免有错误和不足之处,恳请有关专家与读者批评指正。

作者

2002年盛夏

于石家庄铁道学院

目 录

第一章 绪 论	1
第一节 工程结构可靠度设计的基本概念	1
第二节 可靠性理论的发展和应用概述	7
第三节 隧道结构设计理论在我国的发展	10
第四节 隧道结构按可靠度设计的可行性研究	14
第二章 隧道衬砌按荷载—结构模型设计时的可靠度分析	20
第一节 整体式衬砌实现可靠度设计的主要环节	20
第二节 主要随机变量的统计特征	26
第三节 衬砌作用效应分析的随机有限元方法	40
第四节 铁路隧道整体式衬砌可靠度校核及目标可靠指标的确定	61
第五节 整体式衬砌概率极限状态的实用设计式和分项系数	72
第三章 按收敛—约束模型判别支护系统稳定的可靠度	85
第一节 收敛—约束模型的实用意义及实现可靠度分析之途径	85
第二节 极限位移的意义及确定	88
第三节 支护系统位移量测结果的统计整理	132
第四节 隧道稳定性的模糊概率分析	141
第五节 围岩物理力学参数及支护荷载的随机反分析	149
第六节 隧道整体式衬砌结构破坏及极限位移的室内模拟试验	165
第四章 隧道衬砌按连续介质模型设计时的可靠度分析	174
第一节 喷锚衬砌和复合衬砌现行设计计算方法综述	174
第二节 喷锚衬砌和复合衬砌可靠度设计方法	180
第三节 关于隧道衬砌按连续介质模型设计时可靠度分析的讨论及建议	189
第五章 隧道结构系统可靠度	194
第一节 引言	194
第二节 结构系统可靠度分析方法概述	195
第三节 隧道结构系统可靠度初探	205
第六章 概率与数理统计基础及可靠度计算方法(附编)	216
第一节 概率的定义及主要运算法则	216

第二节	随机变量的概率分布及数学特征·····	218
第三节	结构可靠度分析中常用的概率分布·····	221
第四节	组合随机变量的均值和方差·····	225
第五节	随机变量的数理统计方法·····	226
第六节	结构可靠度计算的一次二阶矩法·····	231
第七节	JC 法 ·····	234
第八节	分位值法·····	238
第九节	蒙特卡罗法·····	241
附录一	正态分布的密度函数表·····	245
附录二	正态分布表·····	247
附录三	参数已知的柯尔莫哥洛夫检验临界值 $D_{n,\alpha}$ 表 ·····	251
参考文献	·····	252

第一章 绪 论

第一节 工程结构可靠度设计的基本概念

一、可靠性和可靠度

用各种建筑材料建造的工业及民用建筑的承重结构,铁路和公路的桥梁、隧道,港口码头,水利工程的堤坝、渡槽、水闸,给排水工程中的水池、水管等,统称为工程结构。工程结构在规定的时间内,在规定的条件下,完成预定功能的能力称为工程结构的可靠性。工程结构必须满足下列功能的要求:

1. 在正常施工和正常使用时,能承受可能出现的各种作用;
2. 在正常使用时,具有良好的工作性能;
3. 在正常维护下,具有足够的耐久性能;
4. 在设计规定的偶然事件发生时和发生后,能保持必需的整体稳定性。

上述第 1、4 项是对工程结构安全性的要求。第 2 项是对工程结构适应性的要求。第 3 项则是耐久性的要求。所以工程结构的可靠性包括了安全性、适用性和耐久性,它比通常讲的安全性含义更为广泛,要求更为全面。

工程结构可靠性的数量化指标为可靠度,而可靠度一般用概率来体现。因而工程结构的可靠度定义为:“工程结构在规定的时间内,在规定的条件下,完成预定功能的概率”。“规定的时间”称为设计基准期,是指在这个时间域内所计算出的完成预定功能的概率不会改变。设计基准期与工程结构的寿命既有一定联系又不能简单地等同。若结构的使用寿命超过了设计基准期,只是说明所设计的完成预定功能的概率改变了,并不等于该结构丧失了功能或不能使用。“规定的条件”是指工程结构设计时所确定的正常设计、正常施工和正常使用的条件。

用概率来描述工程结构的可靠性既科学合理,又能得出定量指标。由于结构构件材料的力学指标和结构所受荷载的位置、大小等都不是确定数值,而是在一定范围内变动的随机变量,截面尺寸和计算假定也与实际情况有一定偏离。这些都给精确的力学计算带来不精确的影响。用简单的安全系数 K 来反映这些不确定性的影响是粗糙和不完善的,这一点已经被很多著作所证实^[13,15,16]。而概率及数理统计则是分析影响结构可靠度各种参数不定性的最有力工具。它是应用数理统计方法,在充分掌握各设计参数的随机变异性的基础上,寻求结构满足某种功能的概率,因而所得结果更加接近工程结构的实际工作状态。

二、极限状态和功能函数

在结构可靠度分析中,结构的功能通常以“极限状态”作为标志。结构功能的极限状态定义为:“整个结构或结构的一部分超过某一特定状态就不能满足设计规定的某一功能要求,此特定状态应为该功能的极限状态”。对于结构的各种极限状态,均应规定明确的标志及限值。

结构的极限状态可分为下列两类:

1. 承载能力极限状态

这种极限状态对应于结构或结构构件达到最大承载能力或不适于继续承载的变形。当结构或结构构件出现下列状态之一时,应认为超过了承载能力极限状态:

- (1)整个结构或结构的一部分作为刚体失去平衡(如倾覆、滑移等);
- (2)结构构件或连接因材料强度被超过而破坏(包括疲劳破坏),或因过度变形而不适于继续承载;
- (3)结构转变为机动体系;
- (4)结构或结构构件丧失稳定(如压屈等)。

2. 正常使用极限状态

这种极限状态对应于结构或结构构件达到正常使用或耐久性能的某项规定限值。当结构或结构构件出现下列状态之一时,应认为超过了正常使用极限状态:

- (1)影响正常使用或外观的变形;
- (2)影响正常使用或耐久性能的局部损坏(包括裂缝);
- (3)影响正常使用的振动;
- (4)影响正常使用的其它特定状态。

为了应用统计数学工具,极限状态用相应的功能函数来描述。对该功能有影响的基本变量视为随机变量。设有 n 个随机变量,结构的功能函数为

$$Z = g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) \quad (1-1-1)$$

式中, $X_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$ 为基本变量,系指结构上的各种作用或作用效应、材料性能、几何参数等。

当: $Z > 0$ 时,结构处于可靠状态;

$Z = 0$ 时,结构达到极限状态;

$Z < 0$ 时,结构处于失效状态。

以上方程中当

$$Z = g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0 \quad (1-1-2)$$

称为结构的极限状态方程,是可靠度分析的重要关系式。工程结构按极限状态设计应符合下列要求:

$$g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) \geq 0 \quad (1-1-3)$$

为了便于运算,经常把诸多基本变量演化为两个综合变量。一个是作用效应 S (由结构上的作用引起的各种内力、变形、位移等);另一个是结构抗力 R (结构抵抗破坏或变形的能力,如极限强度、极限内力、刚度以及抗滑力、抗倾力矩等)。这两个综合变量仍然是随机变量。当仅有作用效应和结构抗力两个综合变量时,工程结构按极限状态设计应符合下列要求:

$$Z = g(S, R) = R - S \geq 0 \quad (1-1-4)$$

三、失效概率与结构可靠度

完成预定功能的概率称为可靠度或可靠概率,不能完成预定功能的概率称为失效概率或破坏概率。完成预定功能的概率愈大,其失效概率就愈小。

根据可靠度定义,结构可靠概率 P_s 为 $Z > 0$ 的概率,则

$$P_s = P(Z > 0) = \int_0^{\infty} f_z(Z) dz \quad (1-1-5)$$

结构失效概率 P_f 为 $Z < 0$ 的概率,则

$$P_f = P(Z < 0) = \int_{-\infty}^0 f_Z(Z) dZ \quad (1-1-6)$$

由概率论可知,可靠概率与失效概率之和等于1。

$$P(Z > 0) + P(Z < 0) = P_s + P_f = 1 \quad (1-1-7)$$

则结构的失效概率为

$$P_s = 1 - P_f \quad (1-1-8)$$

所以,结构的失效概率同样可以用来描述结构的可靠度。

上述式中 $f_Z(Z)$ 是功能函数 Z 的概率密度函数。当功能函数 Z 是 R 、 S 两个综合随机变量联合组成的新的函数时,只要 R 、 S 两个随机变量的统计特征(概率分布类型、均值、标准差等)知道,用概率论中随机变量运算法则及分布拟合方法,就可求得该功能函数 Z 的统计特征,进而确定其概率密度函数式。目前各种工程结构可靠度书籍中,对 R 、 S 均服从正态分布或对数正态分布,且两者都相互独立时的失效概率都推导出具体的解析公式。对于 R 、 S 属于其它概率分布并相互独立,或者极限状态功能函数为多个基本变量时只能推导出积分式。在实际应用中,常常由于各基本变量的真实概率分布难以确定,或功能函数的概率密度函数积分关系过于复杂,很难用理论公式求得精确解,因此,必须寻求近似或简化的方法,使可靠度分析达到实用目的。

1. 当 R 、 S 均为正态分布,两者相互独立,其均值和标准差分别为 μ_R 、 μ_S 和 σ_R 、 σ_S 。其差也是正态分布并有均值 $\mu_Z = \mu_R - \mu_S$, 标准差 $\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$ 。 Z 的概率密度函数为

$$f_Z(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z}\right)^2\right] \quad (1-1-9)$$

失效概率为

$$P_f = P(Z < 0) = \int_{-\infty}^0 f(Z) dZ = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z}\right)^2\right] dZ \quad (1-1-10)$$

2. 当 R 、 S 均服从对数正态分布,两者相互独立,其极限状态功能函数为

$$Z = \ln R - \ln S = \ln \frac{R}{S} \quad (1-1-11)$$

Z 的均值为 $\mu_Z = \mu_{\ln R} - \mu_{\ln S} = \mu_{\ln \frac{R}{S}}$

Z 的标准差为 $\sigma_Z = \sqrt{\sigma_{\ln R}^2 + \sigma_{\ln S}^2} = \sigma_{\ln \frac{R}{S}}$

失效概率为

$$\begin{aligned} P_f &= P(Z < 0) \\ &= \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\ln \frac{R}{S}}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Z - \mu_Z}{\sigma_{\ln \frac{R}{S}}}\right)^2\right] dZ \end{aligned} \quad (1-1-12)$$

3. 当 R 、 S 属于其它的概率分布,并相互独立,抗力 R 的概率密度函数和概率分布函数为 $f_R(r)$ 和 $F_R(r)$; 作用效应 S 的概率密度函数和概率分布函数为 $f_S(s)$ 和 $F_S(s)$ 。

这时要通过积分来求失效概率。如图 1-1-1 中两曲线重叠区内,如果 $R < S$, 则结构失效,其失

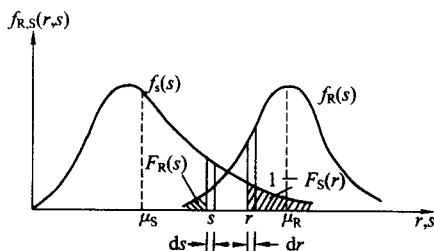


图 1-1-1 R 和 S 的密度函数与失效概率

效概率与重叠区大小有关。用公式表示为

$$P_f = P(Z < 0) = P[(R - S) < 0]$$

经过推导,得失效概率公式

$$P_f = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (1-1-13)$$

或

$$P_f = \int_0^{\infty} [1 - F_S(r)] f_R(r) dr \quad (1-1-14)$$

4. 当极限状态功能函数为多个基本变量组成,

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

式中, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 相互独立,各自的概率密度函数为 $f_{X_1}(x_1), f_{X_2}(x_2), \dots, f_{X_n}(x_n)$ 。则 Z 的概率分布函数 $F_Z(Z)$ 为

$$F_Z(Z) = \iiint \dots \int f_{X_1}(x_1) \cdot f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (1-1-15)$$

Z 的概率密度函数 $f_Z(Z)$ 为 $F_Z(Z)$ 的一次导数,则失效概率 P_f 为

$$P_f = \int_0^{Z_0} f_Z(Z) dZ = F_Z(Z_0) \quad (1-1-16)$$

式中, Z_0 为结构功能的极限值,如强度、挠度等。

四、可靠指标与目标可靠指标

由于结构的失效概率通常都比较小,为使用方便,结构构件的可靠度常用可靠指标来度量。结构可靠指标与其失效概率有直接联系。

设极限状态功能函数仅有两个基本变量 R 和 S ,且都服从正态分布,相应的统计参数(平均值及标准差)均已知。结构的失效状态为

$$Z = R - S < 0$$

经过随机变量运算求出 σ_Z, μ_Z ,后,求得失效概率为

$$P_f = P(Z \leq 0) = \int_{-\infty}^0 f_Z(Z) dZ$$

$f_Z(Z)$ 为正态分布密度函数,代入得

$$P_f = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z}\right)^2\right] dZ$$

经标准化变换,令 $t = \frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z}$,则有 $dZ = \sigma_Z dt$, $Z = -\infty, t = -\infty, Z = 0, t = -\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$ 代入上

式后得

$$P_f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}}^{\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt = \Phi\left(-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right)$$

引入符号 β ,并令

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \quad (1-1-17)$$

式中, β 称为可靠指标,为无量纲系数。

失效概率与可靠指标之间关系如下:

$$\left. \begin{aligned} P_f &= \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \\ \beta &= \Phi^{-1}(1 - P_f) \end{aligned} \right\} \quad (1-1-18)$$

又得可靠指标与可靠概率的关系为

$$P_s = 1 - P_f = 1 - \Phi(-\beta) = \Phi(\beta) \quad (1-1-19)$$

上述各式中, $\Phi(\cdot)$ ——标准正态分布函数, 其反函数为 $\Phi^{-1}(\cdot)$ 。

β 与 P_f 的对应关系通过标准正态分布函数表可以查出。可靠指标 β 是大于零的无量纲数, 它和失效概率一样可以用来描述结构的可靠度。 β 与 P_f 之间的对应关系如表 1-1-1。

表 1-1-1 β 与 P_f 之间的对应关系表

β	P_f	β	P_f
1.0	1.59×10^{-1}	3.5	2.32×10^{-4}
1.5	6.68×10^{-2}	4.0	3.17×10^{-5}
2.0	2.28×10^{-2}	4.5	3.40×10^{-6}
2.5	6.21×10^{-3}	5.0	2.90×10^{-7}
3.0	1.35×10^{-3}		

功能函数和失效概率、可靠指标之间的关系还可用图 1-1-2 表述:

图中功能函数的概率密度函数为 $f_z(Z)$ 、平均值为 μ_z 、标准差为 σ_z 。阴影部分面积即为失效概率。从坐标原点 ($Z=0$, 失效点) 到密度曲线平均值 μ_z 处的距为 $\beta\sigma_z$ 。当 $f_z(Z)$ 确定后若 $\beta\sigma_z$ 大, 其阴影部分面积小, 失效概率 P_f 小, 结构可靠度大; 反之, $\beta\sigma_z$ 小, 阴影面积大, P_f 大, 结构可靠度小。当标准差 σ_z 保持常数时, β 值只随平均值 μ_z 而变。此时, 若 μ_z 值增加 (即 R 与 S 的差值加大) 概率密度曲线则向图的右方移动, 图中阴影部分面积减少, 结构可靠度增大。

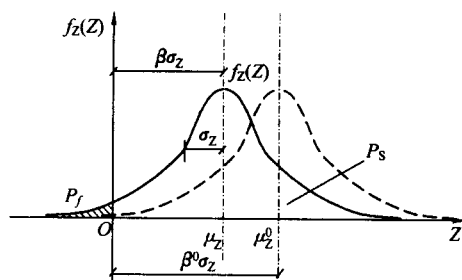


图 1-1-2 功能函数和失效概率、可靠指标之间的关系图

结构可靠度指标公式 (1-1-17) 是在 R 、 S 为正态分布时求出的, 当 R 、 S 不是正态分布时, 仍能算出 σ_z 和 μ_z , 但由 (1-1-17) 式算出的 β 值是近似的, 不过在工程设计中仍可作参考。结构的可靠指标与各基本变量统计参数的均值、标准差有直接关系。利用这二个统计参数来分析可靠指标, 称为一次二阶矩理论模式。当极限状态的功能函数中只有两个基本变量 R 和 S , 且服从正态或对数正态分布的情况下, 可由后面公式算出 β 值。若极限状态功能函数中有多个基本变量, 或基本变量的概率分布为任意分布时, 求算可靠指标的方法就比较复杂。这时运用一次二阶矩的数学模型, 根据所掌握的概率模型的精确度, 可以应用一次二阶矩理论的中心点法和一次二阶矩理论的验算点法, 还有经过改进的一次二阶矩理论的实用分析法等等。这些方法在各种可靠度书上都有详细介绍, 本书第六章将简要介绍这些方法。为结合实际应用, 本书第二章着重介绍《铁路工程结构可靠度设计统一标准 (GB50216—94)》所推荐的分位值法。

下边介绍可靠指标的两个常用公式:

1) 两个正态分布变量 R 和 S 具有极限状态方程