

高等学校复习·考研辅导教材

信号与系统典型题精解

徐亚宁 周 茜 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

内 容 简 介

本书是根据教育部教学指导委员会制定的高等工业学校“信号与系统课程教学基本要求”及硕士研究生入学考试要求而编写的考研复习指导书。全书由部分习题解答、考研冲刺、考研试题解答三大部分组成。

本书可作为报考硕士学位研究生的考生在考前进行系统学习的参考书,也可作为大学本科、专科学生学习信号与系统课程的辅导教材。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统典型题精解/徐亚宁,周茜编著. —北京:电子工业出版社,2005.2

高等学校复习·考研辅导教材

ISBN 7-121-00907-2

I. 信... II. ①徐...②周... III. 信号系统—研究生—入学考试—解题 IV. TN911.6-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 007218 号

责任编辑:龚立堇

印 刷:北京牛山世兴印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销:各地新华书店

开 本:787×1092 1/16 印张:19 字数:485 千字

印 次:2005 年 2 月第 1 次印刷

印 数:5000 册 定价:25.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010)68279077。质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

前 言

本书是与《信号与系统》(王应生、徐亚宁等编著,电子工业出版社 2004 年 1 月出版)配套的辅导教材。

“信号与系统”是一门理论性强、内容广泛、结构严谨的电子信息类专业的基础课程。它不仅与后续课程,如模拟电路、通信系统、控制理论、数字信号处理等有紧密联系,而且在培养学生的创新能力,提高学生的科研素质方面都有着重要作用。为了学好“信号与系统”这门课程,首先要对基本概念和基本理论有较好的把握,它不仅需要深入地思考,反复领会,更需要做大量的习题,在解题过程中,一方面提高自己的解题技巧;另一方面,也是更重要的方面,是深化对基本概念和基本理论的认识。所以解题过程就是进一步领悟的过程,深入理解的过程。因此,做大量的习题是学好该门课程的关键之一。但由于“信号与系统”课程中的习题有一定的难度,初学者面对习题经常会感到无从入手,为了帮助初学者能顺利学好“信号与系统”这门课,并满足报考研究生的需求,我们编写了这本辅导教材。

本书由 3 部分组成。

第 1 部分是《信号与系统》部分习题解答。它从教材《信号与系统》(王应生、徐亚宁等编著)各章的习题中精选了 70 道典型题目并做了解答。(注:本书习题连续编号,与《信号与系统》教材原题号有所不同。)这部分内容有较强的针对性,其目的是给初学者提供解题的思路,具有一定的启示作用,帮助初学者提高对基本概念和基本理论的认识,也是该门课程对学生的基本要求。

第 2 部分是“信号与系统”课程考研冲刺。它是从诸多的参考书和研究生试题中精选出的 179 道题,并做了较详尽的解答。这部分内容涉及面较广,有较大的难度和灵活性,有些构思精巧。通过这部分内容的学习不仅可以提高解题技巧,拓宽对基本概念和基本理论的认识和运用,并能进一步激发学习“信号与系统”课程的兴趣。考虑到双语教学发展的需要,我们还编入了一些外语题目并做了相关的解答,希望能提高读者学习外语的兴趣和水平。

第 3 部分是“信号与系统”课程考研试题解答。它是从我院近年的考研试题中选出来的 4 份试卷,作了相应的解答,希望有志于报考我院研究生的考生能从中得到启发和帮助。

附录部分涵盖了书中所用的基本公式,以表格的形式给出更便于记忆和查寻。

我们希望读者在刚开始做题时,不要忙于去翻阅解答,更不要抄袭解答去应付你的老师。解题是自我提高的过程,思考,思考,再思考;当你经过长时间的思考后,再去参阅习题解答,并举一反三,你就会有所领悟,受益匪浅。

该书由桂林电子工业学院通信与信息工程系徐亚宁老师、周茜老师编写,徐亚宁老师编写了第 1 部分和第 2 部分的第 1~3 章,周茜老师编写了第 2 部分的第 4~6 章和第 3 部分。王应生教授组织并参与了该书的策划和编写讨论,提供了相关的资料,全书经王应生审校定稿。

限于编者水平,书中定有疏漏和不妥之处,恳请读者批评指正。

编著者
2005 年 1 月

目 录

第 1 部分 《信号与系统》部分习题解答

第 1 章	连续时间信号(绪论).....	3
第 2 章	连续时间系统的时域分析	10
第 3 章	连续时间系统的频域分析	20
第 4 章	连续时间系统的复频域分析	36
第 5 章	离散时间系统的时域分析	46
第 6 章	离散时间系统的 z 域分析	55
第 7 章	系统的信号流图及模拟	64
第 8 章	系统的状态变量分析	67

第 2 部分 考研冲刺

第 1 章	连续时间系统的时域分析	73
第 2 章	连续时间系统的频域分析.....	100
第 3 章	连续时间系统的复频域分析.....	137
第 4 章	离散时间系统的时域分析.....	164
第 5 章	离散时间系统的 z 域分析.....	184
第 6 章	系统模拟及状态变量分析.....	206

第 3 部分 考研试题解答

桂林电子工业学院 1999 年研究生入学试题及解答	245
桂林电子工业学院 2000 年研究生入学试题及解答	256
桂林电子工业学院 2001 年研究生入学试题及解答	266
桂林电子工业学院 2002 年研究生入学试题及解答	276
附录 A 积分和三角公式.....	289
附录 B 几何级数求和公式	290
附录 C 冲激信号 $\delta(t)$ 的运算法则	291
附录 D 常用信号卷积表.....	292
附录 E 傅里叶变换性质表.....	293
附录 F 常用信号的傅里叶变换表	294
附录 G 拉普拉斯变换性质表.....	295
附录 H 常用信号拉普拉斯变换表.....	296
附录 I z 变换性质表	297
附录 J 常用序列的 z 变换表.....	298
参考文献.....	299

第 1 部分

《信号与系统》部分习题解答

第 1 章 连续时间信号(绪论)

1.1 分别用分段信号和阶跃信号写出图 1-1-1 所示各信号的解析式。

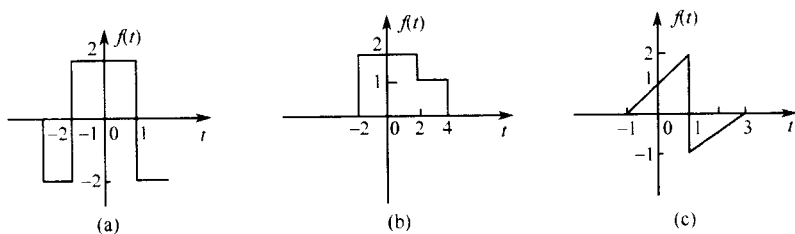


图 1-1-1

解:

(a) 信号 $f(t)$ 的分段表达式为

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < -2 \\ -2, & -2 < t < -1 \\ 2, & -1 < t < 1 \\ -2, & t > 1 \end{cases}$$

阶跃信号表达式为

$$\begin{aligned} f(t) &= -2[U(t+2) - U(t+1)] + 2[U(t+1) - U(t-1)] - 2U(t-1) \\ &= -2U(t+2) + 4U(t+1) - 4U(t-1) \end{aligned}$$

(b) 信号 $f(t)$ 的分段表达式为

$$f(t) = \begin{cases} 2, & -2 < t < 2 \\ 1, & 2 < t < 4 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

阶跃信号表达式为

$$\begin{aligned} f(t) &= 2[U(t+2) - U(t-2)] + U(t-2) - U(t-4) \\ &= 2U(t+2) - U(t-2) - U(t-4) \end{aligned}$$

(c) 信号 $f(t)$ 的分段表达式为

$$f(t) = \begin{cases} t+1, & -1 < t < 1 \\ \frac{1}{2}t - \frac{3}{2}, & 1 < t < 3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

阶跃信号表达式为

$$\begin{aligned} f(t) &= (t+1)[U(t+1) - U(t-1)] + \left(\frac{1}{2}t - \frac{3}{2}\right)[U(t-1) - U(t-3)] \\ &= (t+1)U(t+1) + \left(\frac{1}{2}t - \frac{3}{2} - t - 1\right)U(t-1) - \left(\frac{1}{2}t - \frac{3}{2}\right)U(t-3) \\ &= (t+1)U(t+1) - \left(\frac{1}{2}t + \frac{5}{2}\right)U(t-1) - \left(\frac{1}{2}t - \frac{3}{2}\right)U(t-3) \end{aligned}$$

1.2 已知信号 $f(t)$ 如图 1-1-2(a) 所示,试分别绘出下列各信号的波形图。

- (1) $f(1-t)$; (2) $f(2t+2)$; (3) $f\left(2-\frac{t}{3}\right)$; (4) $[f(t) + f(2-t)] \cdot U(1-t)$

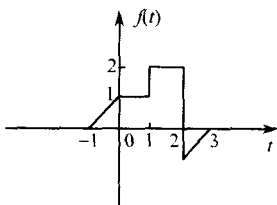


图 1-1-2(a)

解:

(1) 信号 $f(t)$ 经过时移、反折(折叠)得到 $f(1-t)$ 。具体变换过程如图 1-1-2(b) 所示。

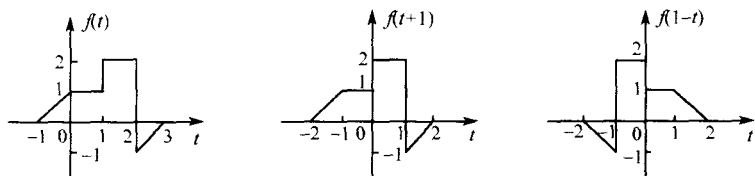


图 1-1-2(b)

(2) 信号 $f(t)$ 经过时移、展缩得 $f(2t+2)$ 。具体变换过程如图 1-1-2(c) 所示。

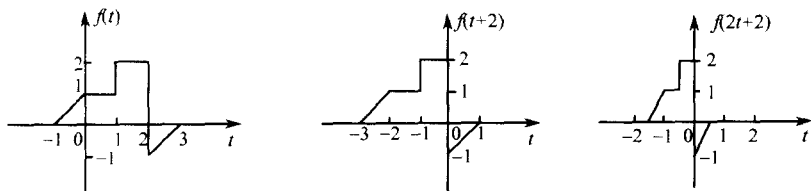


图 1-1-2(c)

(3) 信号 $f(t)$ 经过时移、反折、展缩得到 $f\left(2-\frac{t}{3}\right)$ 。具体变换过程如图 1-1-2(d) 所示。

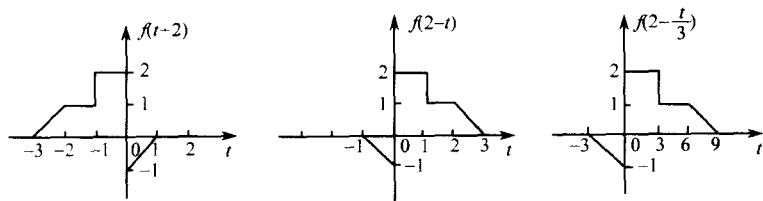


图 1-1-2(d)

(4) 信号 $f(t)$ 与变换后的信号 $f(2-t)$ 相加,再乘以信号 $U(1-t)$ 得到所求信号。具体变换过程如图 1-1-2(e) 所示。

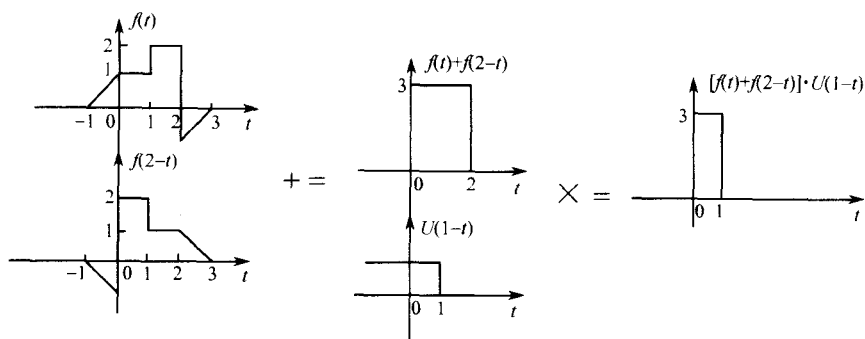


图 1-1-2(e)

1.3 已知 $f(5-2t)$ 的波形如图 1-1-3(a) 所示, 试画出 $f(t)$ 的波形。

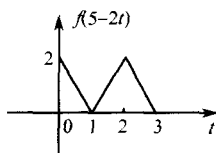


图 1-1-3(a)

解:

$f(5-2t)$ 经过展缩、反折、时移得到 $f(t)$ 。具体变换过程如图 1-1-3(b) 所示。

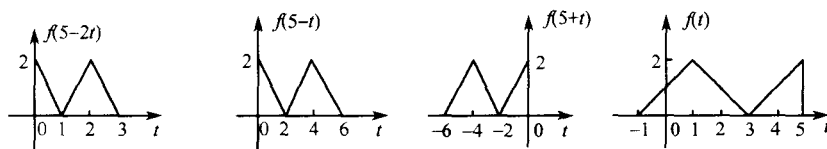


图 1-1-3(b)

1.4 信号 $f(t)$ 波形如图 1-1-4(a)、(b)、(c) 所示, 试画出 $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$ 和 $\frac{d}{dt}f(t)$ 的波形, 并写出其表达式。

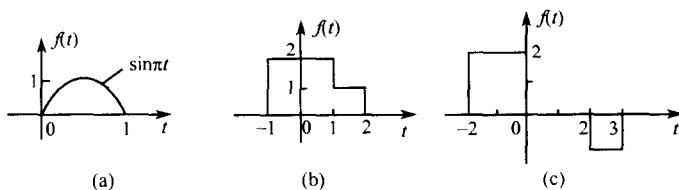


图 1-1-4

解:

(a) 信号 $f(t)$ 用阶跃信号表示为

$$f(t) = \sin \pi t [U(t) - U(t-1)]$$

所以 $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau = \int_0^t \sin \pi \tau [U(\tau) - U(\tau-1)] d\tau$

当 $0 < t < 1$ 时

$$\begin{aligned} & \int_0^t \sin \pi \tau [U(\tau) - U(\tau - 1)] d\tau \\ &= \int_0^t \sin \pi \tau d\tau \\ &= \frac{1}{\pi} (1 - \cos \pi t) \end{aligned}$$

所以 $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau = \frac{1}{\pi} (1 - \cos \pi t) [U(t) - U(t - 1)]$

而
$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} f(t) &= \frac{d}{dt} \sin \pi t [U(t) - U(t - 1)] \\ &= \pi \cos \pi t [U(t) - U(t - 1)] + \sin \pi t [\delta(t) - \delta(t - 1)] \\ &= \pi \cos \pi t [U(t) - U(t - 1)] + 0 \\ &= \pi \cos \pi t [U(t) - U(t - 1)] \end{aligned}$$

相应的波形图如图 1-1-4(d) 所示。

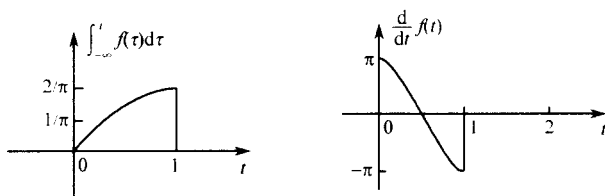


图 1-1-4(d)

(b) 上述(a)中,是先对信号 $f(t)$ 做积分、微分运算,求出表达式之后根据运算结果画出相应的波形图。也可以先根据 $f(t)$ 的波形图,画出积分、微分后信号的波形图,再根据波形图写出相应的表达式。

分析:因为在图 1-1-4(b) 信号 $f(t)$ 波形图中,在 $-1 < t < 1$ 时,函数值为常数 2,故它在此区间的积分必定为斜率为 2 的斜变信号,且必过 $(0, 2)$ 这个点。同理,在 $1 < t < 2$ 时,信号 $f(t)$ 的积分必定为斜率为 1 的斜变信号。而且信号 $f(t)$ 中无冲激项,所以在时刻 $t = 1$ 处无突变。在 $t > 2$ 之后, $f(t)$ 积分后必为一常数,同样,因为 $f(t)$ 在 $t = 2$ 处无冲激,故在 $t = 2$ 处无突变,所以就可以画出信号 $f(t)$ 积分的波形图。至于 $f(t)$ 微分的波形图,从 $f(t)$ 的波形图中很容易得出。这两个信号的波形图如图 1-1-4(e) 所示。

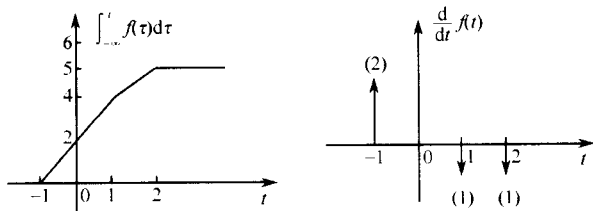


图 1-1-4(e)

从波形图就可以写出 $f(t)$ 积分和微分的表达式为

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau &= (2t + 2)[U(t + 1) - U(t - 1)] + (t + 3)[U(t - 1) - U(t - 2)] + 5U(t - 2) \\ &= 2(t + 1)U(t + 1) - (t - 1)U(t - 1) - (t - 2)U(t - 2) \\ \frac{d}{dt} f(t) &= 2\delta(t + 1) - \delta(t - 1) - \delta(t - 2) \end{aligned}$$

(c) 同(b)的分析,先画出图 1-1-4(c) 信号 $f(t)$ 的积分、微分的波形图,再写出表达式。其波形图如图 1-1-4(f) 所示。

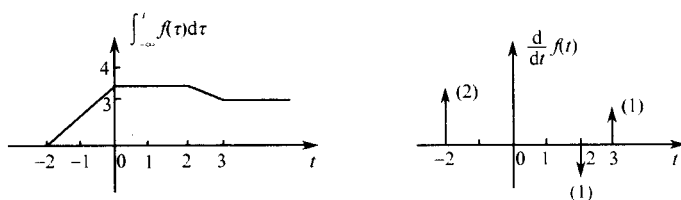


图 1-1-4(f)

从波形图写出各个表达式为

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau &= (2t + 4)[U(t + 2) - U(t)] + 4[U(t) - U(t - 2)] \\ &\quad + (-t + 6)[U(t - 2) - U(t - 3)] + 3U(t - 3) \\ &= (2t + 4)U(t + 2) - 2tU(t) - (t - 2)U(t - 2) + (t - 3)U(t - 3) \\ \frac{d}{dt} f(t) &= 2\delta(t + 2) - \delta(t - 2) + \delta(t - 3)\end{aligned}$$

1.5 利用冲激信号的性质,计算下列各式。

(1) $f(t) = \frac{d}{dt}[e^{-3t}\delta(t)]$

解: $\frac{d}{dt}[e^{-3t}\delta(t)] = \frac{d}{dt}[1 \cdot \delta(t)] = \delta'(t)$

(2) $f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-5t}\delta''(t)dt$

解:
$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-5t}\delta''(t)dt &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-5t}d[\delta'(t)] \\ &= e^{-5t}\delta'(t)\Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} (-5e^{-5t})\delta'(t)dt \\ &= 0 + 5\int_{-\infty}^{\infty} e^{-5t}\delta'(t)dt \\ &= 5\int_{-\infty}^{\infty} [1 \cdot \delta'(t) - (-5e^{-5t})\delta(t)]dt \\ &= 5\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t)dt + 25\int_{-\infty}^{\infty} e^{-5t}\delta(t)dt \\ &= 25\end{aligned}$$

(3) $f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} 2\delta(t) \frac{\sin 2t}{t} dt$

解:
$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} 2\delta(t) \frac{\sin 2t}{t} dt &= \int_{-\infty}^{\infty} 4 \cdot \delta(t) \frac{\sin 2t}{2t} dt \\ &= 4\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt \\ &= 4\end{aligned}$$

$$= 4$$

$$(4) f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} 2(t^3 + 4)\delta(1-t)dt$$

解:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} 2(t^3 + 4)\delta(1-t)dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} 2(t^3 + 4) \cdot \delta(t-1)dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} 2(1+4)\delta(t-1)dt \\ &= 10 \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-1)dt \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$(5) f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}[\delta(t) + \delta'(t)]dt$$

解:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}[\delta(t) + \delta'(t)]dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [e^{-t}\delta(t) + e^{-t}\delta'(t)]dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt + \int_{-\infty}^{\infty} [\delta'(t) + e^{-t}\delta(t)]dt \\ &= 1 + \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t)dt + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}\delta(t)dt \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$(6) f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2t}[\delta(t) - \delta(t-1)]dt$$

解:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2t}[\delta(t) - \delta(t-1)]dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2t}\delta(t)dt - \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2t}\delta(t-1)dt \\ &= 1 - e^{-j2} \end{aligned}$$

$$(7) f(t) = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-|t|} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-n)dt$$

解:

$$\begin{aligned} & \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} e^{-|t|} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-n)dt \\ &= \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-|t|} \delta(t-n) \right] dt \\ &= \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-n} \delta(t-n) \right] dt \\ &= \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \delta(t)dt + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} e^{-1} \delta(t-1)dt \\ &= 1 + e^{-1} \end{aligned}$$

$$(8) f(t) = (t^2 + 2t + 1)\delta'(t-1)$$

解:
$$\begin{aligned} & (t^2 + 2t + 1)\delta'(t - 1) \\ &= (t^2 + 2t + 1)|_{t=1}\delta'(t - 1) - (2t + 2)|_{t=1}\delta(t - 1) \\ &= 4\delta'(t - 1) - 4\delta(t - 1) \end{aligned}$$

1.6 试判断下列信号是否是周期信号。若是, 求出其周期 T 。

(1) $\cos 10t - \cos 30t$

解: 设 $\cos 10t$ 的周期为 T_1 , $\cos 30t$ 的周期为 T_2 , 则

$$T_1 = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}, \quad T_2 = \frac{2\pi}{30} = \frac{\pi}{15}$$

因为 $\frac{T_1}{T_2} = 3 = \frac{n_2}{n_1}$ = 有理数

所以 $\cos 10t - \cos 30t$ 是周期信号, 且周期 T 为

$$T = T_1 n_1 = T_2 n_2 = \frac{\pi}{5}$$

(2) e^{-j20t}

解: 因为 e^{-j20t} 为复指数函数, 角频率 $\omega = 20$

所以

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{10}$$

(3) $(\cos 4t)^2$

解: 因为

$$(\cos 4t)^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos 8t)$$

所以

$$T = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

(4) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n [U(t - 2n) - U(t - 2n - 2)]$

解: 因为当 n 为偶数时,

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \sum_{n=0}^{\infty} [U(t - 2n) - U(t - 2n - 2)] \\ &= [U(t) - U(t - 2)] + [U(t - 4) - U(t - 6)] + [U(t - 8) - U(t - 10)] + \cdots \end{aligned}$$

当 n 为奇数时,

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \sum_{n=0}^{\infty} -[U(t - 2n) - U(t - 2n - 2)] \\ &= -[U(t - 2) - U(t - 4)] - [U(t - 6) - U(t - 8)] - \cdots \end{aligned}$$

所以 $\sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n [U(t - 2n) - U(t - 2n - 2)]$ 是周期 $T = 4$ 的周期信号。

第2章 连续时间系统的时域分析

2.1 已知电路如图1-2-1(a)所示,求响应 $i_1(t)$ 、 $i_2(t)$ 、 $i_3(t)$ 对 $f(t)$ 的传输算子,并求描述 $i_2(t)$ 与 $f(t)$ 关系的微分方程。

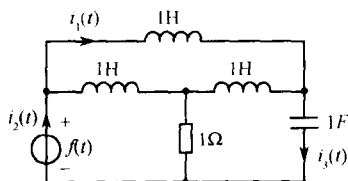


图 1-2-1(a)

解:要求传输算子,首先画出电路的算子模型。然后用网孔分析法,编写出电流 $i_1(t)$ 、 $i_2(t)$ 和 $i_3(t)$ 的算子方程,进而求出传输算子。

该电路的算子模型如图1-2-1(b)所示。

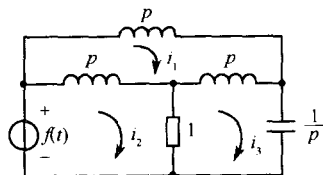


图 1-2-1(b)

列出网孔方程为

$$\begin{cases} 3pi_1 - pi_2 - pi_3 = 0 \\ -pi_1 + (1+p)i_2 - i_3 = f(t) \\ -pi_1 - i_2 + \left(1+p+\frac{1}{p}\right)i_3 = 0 \end{cases}$$

解此方程组得 $i_1(t)$ 、 $i_2(t)$ 、 $i_3(t)$ 的算子方程为

$$i_1(t) = \frac{p(p^2 + 2p + 1)}{p(p^3 + 2p^2 + 2p + 3)} f(t)$$

$$i_2(t) = \frac{p(2p^2 + 3p + 3)}{p(p^3 + 2p^2 + 2p + 3)} f(t)$$

$$i_3(t) = \frac{p^2(p + 3)}{p(p^3 + 2p^2 + 2p + 3)} f(t)$$

所以,响应 $i_1(t)$ 、 $i_2(t)$ 、 $i_3(t)$ 对 $f(t)$ 的传输算子分别为 $H_1(p)$ 、 $H_2(p)$ 、 $H_3(p)$,即

$$H_1(p) = \frac{p(p^2 + 2p + 1)}{p(p^3 + 2p^2 + 2p + 3)}$$

$$H_2(p) = \frac{p(2p^2 + 3p + 3)}{p(p^3 + 2p^2 + 2p + 3)}$$

$$H_3(p) = \frac{p^2(p+3)}{p(p^3+2p^2+2p+3)}$$

将 $i_2(t)$ 的算子方程转换为微分方程为

$$(p^4 + 2p^3 + 2p^2 + 3p)i_2(t) = (2p^3 + 3p^2 + 3p)f(t)$$

即 $i_2^{(4)}(t) + 2i_2^{(3)}(t) + 2i_2^{(2)}(t) + 3i_2^{(1)}(t) = 2f^{(3)}(t) + 3f^{(2)}(t) + 3f^{(1)}(t)$

2.2 已知激励为零时刻才加入,求下列系统的零输入响应。

(1) $(p^2 + 3p + 2)y(t) = f(t), y(0_-) = 1, y'(0_-) = 0$

解:首先求特征方程的特征根。

因为 $p^2 + 3p + 2 = (p+1)(p+2) = 0$

特征根为 $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -2$

则零输入响应为 $y_x(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{-2t}, t \geq 0$

将两个初始值分别代入,得到

$$C_1 = 2, C_2 = -1$$

所以 $y_x(t) = 2e^{-t} - e^{-2t}, t \geq 0$

(2) $(p^2 + 1)y(t) = pf(t), y(0_-) = 2, y'(0_-) = 0$

解:由系统的特征方程 $p^2 + 1 = 0$ 求得特征根为

$$\lambda_1 = j, \lambda_2 = -j$$

则零输入响应 $y_x(t) = C_1 e^{jt} + C_2 e^{-jt}, t \geq 0$

代入初始条件得

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 2 \\ jC_1 - jC_2 = 0 \end{cases}$$

解此方程组得

$$C_1 = C_2 = 1$$

所以

$$\begin{aligned} y_x(t) &= e^{jt} + e^{-jt} \\ &= 2\cos t, t \geq 0 \end{aligned}$$

(3) $(p^3 + 4p^2 + 5p + 2)y(t) = (p+1)f(t), y(0_-) = 0, y'(0_-) = 1, y''(0_-) = -1$

解:由系统的特征方程 $p^3 + 4p^2 + 5p + 2 = 0$ 求得特征根为

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -1, \lambda_3 = -2$$

则零输入响应 $y_x(t) = (C_1 + C_2 t)e^{-t} + C_3 e^{-2t}, t \geq 0$

代入初始条件得

$$\begin{cases} C_1 + C_3 = 0 \\ -C_1 + C_2 - 2C_3 = 1 \\ C_1 - 2C_2 + 4C_3 = -1 \end{cases}$$

解此方程组得

$$C_1 = -1, C_2 = 2, C_3 = 1$$

所以

$$y_x(t) = (2t - 1)e^{-t} + e^{-2t}, t \geq 0$$

2.3 系统框图如图 1-2-2 所示,试列出系统的微分方程,求单位冲激响应。

解:从模拟框图看出,输出信号 $y(t)$ 前面的积分器的输入信号分别是 $y'(t)$ 和 $y''(t)$,如

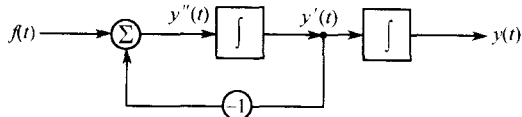


图 1-2-2

图上所标,以求和器的输出信号为入手点,列出微分方程。

因为 $y''(t) = f(t) - y'(t)$

则系统的微分方程为 $y''(t) + y'(t) = f(t)$

由微分方程得出算子方程为

$$(p^2 + p)y(t) = f(t)$$

即

$$y(t) = \frac{1}{p^2 + p}f(t)$$

因为冲激响应是激励 $f(t) = \delta(t)$ 时的零状态响应,所以单位冲激响应 $h(t)$ 为

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{1}{p^2 + p}\delta(t) \\ &= \frac{1}{p(p+1)}\delta(t) \\ &= \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p+1}\right)\delta(t) \\ &= (1 - e^{-t})U(t) \end{aligned}$$

2.4 系统框图如图 1-2-3 所示,(1) 试列出系统的微分方程;(2) 求传输算子和单位冲激响应。

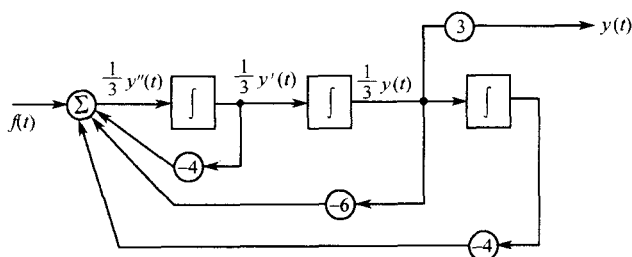


图 1-2-3

解:由系统模拟框图看出,各积分器的输入信号与输出信号之间的关系,如图中所标。从求和器入手,列出微分方程。

(1) 因为 $\frac{1}{3}y''(t) = f(t) - 4 \times \frac{1}{3}y'(t) - 6 \times \frac{1}{3}y(t) - 4 \times \frac{1}{3}y^{(-1)}(t)$

整理为 $y''(t) + 4y'(t) + 6y(t) + 4y^{(-1)}(t) = 3f(t)$

方程两边取一次微分得到系统的微分方程为

$$y'''(t) + 4y''(t) + 6y'(t) + 4y(t) = 3f'(t)$$

(2) 将上述微分方程转换为算子方程为

$$(p^3 + 4p^2 + 6p + 4)y(t) = 3pf(t)$$

所以传输算子

$$H(p) = \frac{3p}{p^3 + 4p^2 + 6p + 4}$$

根据单位冲激响应的定义,单位冲激响应 $h(t)$ 为

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{3p}{p^3 + 4p^2 + 6p + 4} \delta(t) \\ &= \frac{3p}{p(p^2 + 4p + 4) + 2(p + 2)} \delta(t) \\ &= \frac{3p}{(p + 2)(p^2 + 2p + 2)} \delta(t) \\ &= \left[\frac{-3}{p + 2} + \frac{3(p + 1)}{p^2 + 2p + 2} \right] \delta(t) \\ &= -\frac{3}{p + 2} \delta(t) + \frac{3(p + 1)}{(p + 1)^2 + 1} \delta(t) \\ &= (-3e^{-2t} + 3e^{-t} \cos t) U(t) \\ &= 3(e^{-t} \cos t - e^{-2t}) U(t) \end{aligned}$$

2.5 已知系统的微分方程如下,计算各系统的单位冲激响应。

$$(1) \frac{d^2}{dt^2} y(t) + 3 \frac{d}{dt} y(t) + 2y(t) = \frac{d}{dt} f(t) + 3f(t)$$

$$(2) \frac{d^2}{dt^2} y(t) + 6 \frac{d}{dt} y(t) + 9y(t) = f(t)$$

$$(3) \frac{d}{dt} y(t) + y(t) = \frac{d}{dt} f(t)$$

解:

(1) 由微分方程写出算子方程为

$$(p^2 + 3p + 2)y(t) = (p + 3)f(t)$$

$$y(t) = \frac{p + 3}{(p + 1)(p + 2)} f(t)$$

由单位冲激响应的定义得

单位冲激响应

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{p + 3}{(p + 1)(p + 2)} \delta(t) \\ &= \left(\frac{2}{p + 1} + \frac{-1}{p + 2} \right) \delta(t) \\ &= (2e^{-t} - e^{-2t}) U(t) \end{aligned}$$

(2) 由微分方程写出算子方程为

$$(p^2 + 6p + 9)y(t) = f(t)$$

$$y(t) = \frac{1}{p^2 + 6p + 9} f(t) = \frac{1}{(p + 3)^2} f(t)$$

同(1),单位冲激响应

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{1}{(p + 3)^2} \delta(t) \\ &= te^{-3t} U(t) \end{aligned}$$

(3) 由微分方程写出算子方程为

$$(p + 1)y(t) = pf(t)$$