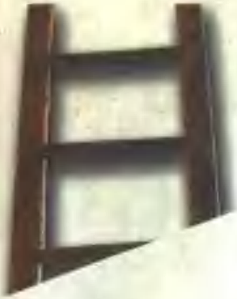

〔中学生纠错丛书〕

初中三年级

数学

纠错手册

上海辞书出版社

〔中学生纠错丛书〕

初中三年级

数学
纠错手册

上海辞书出版社

初中三年级数学纠错手册
上海辞书出版社出版
(上海陕西北路 457 号　邮政编码：200040)
上海辞书出版社发行所发行　商务印书馆上海印刷厂印刷
开本 787×1092　1/32　印张 8.625　插页 1　字数 202 000
1998 年 6 月第 1 版　1998 年 6 月第 1 次印刷
印数 1—10 000
ISBN 7－5326－0496－9/G·196
定价：9.60 元
如有质量问题，请与厂质量科联系。T：56628900×13

前　言

目前，图书市场上有关学生学习的辅导书品种不少，但形式不外乎两大类：一是复习资料式，即按章节单元归纳知识，并配置练习题；二是练习册式，即汇总了大量的练习题，供学生练习用. 它们都是简单地通过大量的练习来帮助学生提高学习成绩. 但是，这些练习大多是面面俱到的被动式训练，对学生在学习中最容易犯的错误，往往缺乏针对性的分析和讲解，而对学生已掌握的知识，又要花费大量时间做重复练习.

富有经验的资深教师在教学实践中发现，学生的某些错解情况经常是雷同的，上届学生的错解在这届学生中又会重复出现. 这说明，这些错解往往就是知识、思维和技能的缺陷. 除了学生对所学概念、定律、法则、语法等理解不深之外，还由于学生逻辑思维的缺陷和认识规律带有共性，因而造成了错解的雷同性以及届届出现的现象. 如何以最少的时间、做最少的练习来纠正学习上的这些错误呢？为了达到这一优化的目的，我们设计编纂了这套《中学生纠错丛书》.

本套丛书既不是复习资料式，也不是练习册式，而是为减少学生目前所存在的繁重的学习负担精心设计而成的. 对中学生在学习过程中带有共性的典型错误作出分析，并针对学生的薄弱环节，按教学单元有选择地出一些目的性明确的纠错练习，进行有的放矢的强化训练，以起到事半功倍、举一反三、触类旁通的功效.

《中学生纠错丛书》按年级、按学科分册出版. 其中，数学从

初一到高三(6册),物理从初二到高三(5册),化学从初三到高三(4册),英语从初二到高三(5册),共20册.

每本手册的内容设置及顺序,按教学大纲要求的知识体系进行编写,分章节编排,便于学生配合课堂教学使用.

每本手册的内容都以典型题目引路,典型题按题目、错解、纠错、正解、说明等栏目作出释义."错解"选自学生在解题过程中经常出现的、有代表性的错误;"纠错"针对所产生的错误,指出错在哪里,并分析产生错误的原因,提出纠正和预防错误的办法;"正解"阐述正确的思考方法,并给予标准解答;"说明"主要叙述跟典型题目相关或延伸出去的问题,视题目的性质、特点及需要作出.在每一教学单元后设置一定量的纠错练习,以便学生掌握、巩固学过的知识.书后附纠错练习的参考答案或提示,以供读者核对.

对典型的、有意义的而知识程度较深的内容,本套丛书也适当选取了一些.为了与大纲所要求的知识体系有所区别,在这类题目的题号前带有"*"记号.

本套丛书除供中学生使用外,也可供中学教师在教学实践中参考.疏漏和不当之处,热忱欢迎读者批评指正.

编 者

1998年5月

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

中学生纠错丛书编辑委员会

主　　编　顾鸿达　袁哲诚　陈基福　陈锡麟

编辑委员　（以姓氏笔画为序）

乐嘉民　朱云祖　朱震一　李大元

张　越　陈基福　陈锡麟　袁哲诚

*顾鸿达

本册撰稿人　（以姓氏笔画为序）

李大元　杭庆勋　钟建国　顾鸿达

蔡武冈

责任编辑　唐尚斌

封面设计　柴　敏

有＊号者为本册责任编委

目　录

第一章 一元二次方程

一 一元二次方程及其解法

1. 分别用 a、b、c 表示下列一元二次方程的二次项系数、一次项系数和常数项：

(1) $x^2=0$；　　(2) $5x^2+x=0$；

(3) $3x^2+6x=7$；　　(4) $3x^2-5x-6=0$.

[错解] (1) $a=1$，b 和 c 都不存在.

(2) $a=5$，$b=1$，c 不存在.

(3) $a=3$，$b=6$，$c=7$.

(4) $a=3$，$b=5$，$c=6$.

[纠错] 任何一个关于 x 的一元二次方程，经过整理，都可以化为 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的一般形式，其中 a、b、c 分别叫做一元二次方程的二次项系数、一次项系数和常数项. 值得注意的是，上述 a、b、c 都是就一元二次方程的一般形式而言的. 如果一个一元二次方程不是以一般形式出现，则必须先把它化为一般形式，然后才可判断它的二次项系数、一次项系数和常数项.

方程 $3x^2+6x=7$ 不是一元二次方程的一般形式，故必须先把它化为一般形式，再加以判断.

方程 $x^2=0$，$5x^2+x=0$ 都是一元二次方程的一般形式，但它们要么缺一次项，要么缺常数项. 注意到这两个方程其实就是

$x^2+0\cdot x+0=0$,$5x^2+x+0=0$,故所缺的一次项的系数和常数项应视为 0,而不能视为不存在.

方程 $3x^2-5x-6=0$ 是一元二次方程的一般形式.注意到这个方程就是 $3x^2+(-5)\cdot x+(-6)=0$,故它的一次项系数是 -5,常数项是 -6.

[**正解**] (1) $a=1$, $b=c=0$.

(2) $a=5$, $b=1$, $c=0$.

(3) 化原方程为一般形式:$3x^2+6x-7=0$,故 $a=3$,$b=6$,$c=-7$.

(4) $a=3$, $b=-5$, $c=-6$.

[**说明**] 一元二次方程的一般形式并不唯一.例如,方程 $x^2=8x+5$ 的一般形式可以是 $x^2-8x-5=0$,也可以是 $-x^2+8x+5=0$.由此可见,一元二次方程的二次项系数、一次项系数和常数项也不唯一.

如果一个一元二次方程的二次项系数、一次项系数和常数项都是有理数,习惯上,总是把方程化为二次项系数是正整数,一次项系数和常数项是整数,且这三个整数互质的形式,可以起到简化后续运算的作用.

2. 用直接开平方法解下列方程:

(1) $x^2=0$;　　(2) $(2x+5)^2=0$;

(3) $x^2=25$;　　(4) $x^2=\frac{9}{4}$.

[**错解**] (1) 原方程的根是 $x=0$.

(2) 由原方程,得 $2x+5=0$.

解这个方程,得原方程的根是 $x=-\frac{5}{2}$.

(3) 原方程的根是 $x_1=5, x_2=-5$　或　$x_1=-5, x_2=5$.

(4) 原方程的根是

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{3}{2}, \\ x_2=-\dfrac{3}{2}. \end{cases}$$

[**纠错**] (1) 对于方程 $x^2=0$,应理解为它有两个相等的实数根,即 $x_1=x_2=0$.

(2) 同样,对于方程 $(2x+5)^2=0$,也应理解为它有两个相等的实数根,即 $x_1=x_2=-\dfrac{5}{2}$.

(3) 关于 x 的一元二次方程如果有实数根,则它的两个实数根通常用 x_1、x_2 来表示,至于究竟哪一个应用 x_1 表示,哪一个应用 x_2 表示是无所谓的. 所以,方程 $x^2=25$ 的两个根可以表示成 $x_1=5, x_2=-5$,也可以表示成 $x_1=-5, x_2=5$,但取其一即可,没有必要都写出来.

(4) 方程 $x^2=\dfrac{9}{4}$ 的两个根应表示成 $x_1=\dfrac{3}{2}, x_2=-\dfrac{3}{2}$ 的形式,而不应表示成 $\begin{cases} x_1=\dfrac{3}{2}, \\ x_2=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$ 的形式.

[**正解**] 略.

3. 用直接开平方法解下列方程:

(1) $2x^2=7$;

(2) $x^2=1\dfrac{9}{16}$;

(3) $x^2=2.5$.

[**错解**] (1) 由原方程,得 $2x=\pm\sqrt{7}$.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

所以，原方程的根是 $x_1=\frac{\sqrt{7}}{2}$，$x_2=-\frac{\sqrt{7}}{2}$.

(2) 由原方程，得 $x=\pm\sqrt{1\frac{9}{16}}=\pm1\frac{3}{4}$.

所以，原方程的根是 $x_1=1\frac{3}{4}$，$x_2=-1\frac{3}{4}$.

(3) 由原方程，得 $x=\pm\sqrt{2.5}=\pm0.5$.

所以，原方程的根是 $x_1=0.5$，$x_2=-0.5$.

[**纠错**] (1) 原方程就是$(\sqrt{2}x)^2=7$. 所以，由原方程应得 $\sqrt{2}x=\pm\sqrt{7}$，而不是 $2x=\pm\sqrt{7}$.

(2) 在求带分数 $1\frac{9}{16}$的平方根时，应先把它化为假分数$\frac{25}{16}$；而$\frac{25}{16}$的平方根并不是$\pm1\frac{3}{4}$.

(3) 2.5 的平方根不是±0.5. 在求 2.5 的平方根时，应先把 2.5 化为分数$\frac{5}{2}$，然后再求$\frac{5}{2}$的平方根.

[**正解**] (1) 原方程就是 $x^2=\frac{7}{2}$.

所以，原方程的根是$x_1=\frac{\sqrt{14}}{2}$，$x_2=-\frac{\sqrt{14}}{2}$.

(2) 原方程就是 $x^2=\frac{25}{16}$.

所以，原方程的根是 $x_1=\frac{5}{4}$，$x_2=-\frac{5}{4}$.

(3) 原方程就是 $x^2=\frac{5}{2}$.

所以，原方程的根是 $x_1=\frac{\sqrt{10}}{2}$，$x_2=-\frac{\sqrt{10}}{2}$.

4. 用直接开平方法解方程：$(3x+2)^2=(x-4)^2$.

［**错解一**］ 由原方程，得 $3x+2=x-4$.

解这个方程，得原方程的根是 $x=-3$.

［**错解二**］ 由原方程，得

$$3x+2=\pm(x-4) \quad 或 \quad -(3x+2)=\pm(x-4),$$

也即 $$3x+2=x-4 \quad 或 \quad 3x+2=-(x-4),$$

或 $$-(3x+2)=x-4 \quad 或 \quad -(3x+2)=-(x-4).$$

解这四个方程，得原方程的根是

$$x_1=x_2=-3, \ x_3=x_4=\frac{1}{2}.$$

［**纠错**］ 如果 $a^2=b^2$，则 a 和 b 要么相等，要么互为相反数，即 $a=\pm b$. 在这里，如果把 $3x+2$ 看作 a，把 $x-4$ 看作 b，应有 $3x+2=\pm(x-4)$.

错解一错在忽略了 $3x+2=-(x-4)$这一种情况，所以就漏掉了方程的一个根.

错解二则矫枉过正. 其实，$3x+2=x-4$ 和 $-(3x+2)=-(x-4)$是同种意义上的方程，$3x+2=-(x-4)$和$-(3x+2)=x-4$也是同种意义上的方程. 它们只需要各写出一个即可，不必都写出来.

［**正解**］ 由原方程，得 $3x+2=\pm(x-4)$，也即

$$3x+2=x-4 \quad 或 \quad 3x+2=-(x-4).$$

解这两个方程，得原方程的根是 $x_1=-3, \ x_2=\frac{1}{2}$.

5. 用配方法解下列方程：

(1) $x^2-5x-36=0$； (2) $x^2-\frac{3}{2}x=4$；

(3) $2(x^2-2)=3x$.

[**错解**]　(1) 移项,得 $x^2-5x=36$.

配方,得 $x^2-5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=36$,即$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=36$.

$$\therefore\quad x-\frac{5}{2}=\pm 6.$$

解这两个方程,得原方程的根是 $x_1=\frac{17}{2}$, $x_2=-\frac{7}{2}$.

(2) 配方,得 $x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{4}=4+\frac{9}{4}$,即$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$.

$$\therefore\quad x-\frac{3}{2}=\pm\frac{5}{2}.$$

解这两个方程,得原方程的根是 $x_1=4$, $x_2=-1$.

(3) 移项,得 $2x^2-3x=4$.

配方,得 $2x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=4+\left(\frac{3}{2}\right)^2$,即

$$\left(\sqrt{2}x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}.$$

$$\therefore\quad \sqrt{2}x-\frac{3}{2}=\pm\frac{5}{2}.$$

解这两个方程,得原方程的根是 $x_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x_2=-2\sqrt{2}$.

[**纠错**]　用配方法解一元二次方程的一般步骤是:(1)整理原方程,使二次项和一次项在方程的左边,常数项在方程的右边,并使二次项系数为 1;(2)方程的两边都加上一次项系数一半的平方,使左边成为一个完全平方式;(3)用直接开平方法解这个方程,所得的根即为原方程的根.仔细对照上面几个步骤,不难发现三个错解在配方时分别在不同环节上都发生了问题:

(1) 方程 $x^2\quad 5x=36$ 在配方时,理应在方程的左右两边都加上$\left(\frac{5}{2}\right)^2$,但错解只在方程的左边加上了$\left(\frac{5}{2}\right)^2$,右边却没有

加.由此所得的方程和原方程显然不是同解方程.

(2) 方程 $x^2-\frac{3}{2}x=4$ 在配方时,方程的左右两边应都加上一次项系数 $-\frac{3}{2}$ 一半的平方,即加上 $\frac{9}{16}$,而不是 $\frac{9}{4}$. 事实上,$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=x^2-3x+\frac{9}{4}\neq x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{4}$.

(3) 方程 $2x^2-3x=4$ 的二次项系数不是 1,因而必须先把方程化为 $x^2-\frac{3}{2}x=2$,然后方可考虑配方.

[**正解**] (1) 移项,得 $x^2-5x=36$.

配方,得 $x^2-5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=36+\left(\frac{5}{2}\right)^2$,即 $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{169}{4}$.

$$\therefore\quad x-\frac{5}{2}=\pm\frac{13}{2}.$$

解这两个方程,得原方程的根是 $x_1=9$, $x_2=-4$.

(2) 配方,得 $x^2-\frac{3}{2}x+\left(\frac{3}{4}\right)^2=4+\left(\frac{3}{4}\right)^2$,即

$$\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{25}{16}.$$

$$\therefore\quad x-\frac{3}{4}=\pm\frac{5}{4}.$$

解这两个方程,得原方程的根是 $x_1=2$, $x_2=-\frac{1}{2}$.

(3) 移项,得 $2x^2-3x=4$.

方程的两边都除以 2,得 $x^2-\frac{3}{2}x=2$.

配方,得 $x^2-\frac{3}{2}x+\left(\frac{3}{4}\right)^2=2+\left(\frac{3}{4}\right)^2$,即 $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{41}{16}$.

$$\therefore\quad x-\frac{3}{4}=\pm\frac{\sqrt{41}}{4}.$$

解这两个方程,得原方程的根是

$$x_1=\frac{3+\sqrt{41}}{4},\ x_2=\frac{3-\sqrt{41}}{4}.$$

6. 用公式法解下列方程：

(1) $4x^2+5x+1=0$;　　　　(2) $3x^2+6x+2=0$;

(3) $2x^2+7x+4=0$.

[**错解**]　(1) ∵　$a=4,\ b=5,\ c=1$,

$$b^2-4ac=5^2-4\times4\times1=9.$$

$$\therefore\quad x=\frac{-5\pm9}{2\times4}=\frac{-5\pm9}{8}.$$

所以,原方程的根是 $x_1=\frac{1}{2},\ x_2=-\frac{7}{4}$.

(2) ∵　$a=3,\ b=6,\ c=2$,

$$b^2-4ac=6^2-4\times3\times2=12.$$

$$\therefore\quad x=\frac{-6\pm\sqrt{12}}{2}=-3\pm\sqrt{3}.$$

所以,原方程的根是 $x_1=-3+\sqrt{3},\ x_2=-3-\sqrt{3}$.

(3) ∵　$a=2,\ b=7,\ c=4$,

$$b^2-4ac=7^2-4\times2\times4=17.$$

$$\therefore\quad x=\frac{7\pm\sqrt{17}}{2\times2}=\frac{7\pm\sqrt{17}}{4}.$$

所以,原方程的根是 $x_1=\frac{7+\sqrt{17}}{4},\ x_2=\frac{7-\sqrt{17}}{4}$.

[**纠错**]　关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0,\ b^2-4ac\geqslant0)$的求根公式是

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

但错解在代公式时所用公式却分别是

$$x=\frac{-b\pm(b^2-4ac)}{2a},\ x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2},$$

$$x=\frac{b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

因此造成了错误.建议初学者在用公式法解一元二次方程时,先把公式抄一遍,然后再代入具体数据求解.

[**正解**] (1) ∵ $a=4$, $b=5$, $c=1$,

$$b^2-4ac=5^2-4\times4\times1=9.$$

$$\therefore\quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-5\pm\sqrt{9}}{2\times4}=\frac{-5\pm3}{8}.$$

所以,原方程的根是 $x_1=-\frac{1}{4}$, $x_2=-1$.

(2) ∵ $a=3$, $b=6$, $c=2$,

$$b^2-4ac=6^2-4\times3\times2=12.$$

$$\therefore\quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-6\pm\sqrt{12}}{2\times3}=\frac{-3\pm\sqrt{3}}{3}.$$

所以,原方程的根是 $x_1=\frac{-3+\sqrt{3}}{3}$, $x_2=\frac{-3-\sqrt{3}}{3}$.

(3) ∵ $a=2$, $b=7$, $c=4$,

$$b^2-4ac=7^2-4\times2\times4=17.$$

$$\therefore\quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-7\pm\sqrt{17}}{2\times2}=\frac{-7\pm\sqrt{17}}{4}.$$

所以,原方程的根是 $x_1=\frac{-7+\sqrt{17}}{4}$, $x_2=\frac{-7-\sqrt{17}}{4}$.

7. 用公式法解方程 $3\sqrt{3}x^2+6x+\sqrt{3}=0$.

[**错解**] ∵ $a=3\sqrt{3}$, $b=6$, $c=\sqrt{3}$,

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com