

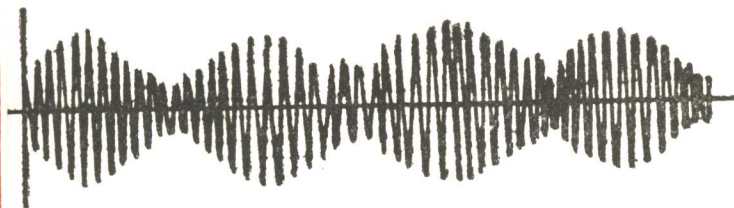
19309



机械故障诊断丛书

# 机械故障诊断的时序方法

杨叔子 吴 雅 编著



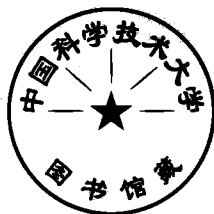
西安交通大学出版社

11

机械故障诊断丛书之十一

# 机械故障诊断的时序方法

杨叔子 吴雅 编著



西安交通大学出版社

## 内 容 简 介

本书是《机械故障诊断》丛书之一。本书共分六章，前三章介绍了时序方法的基本内容，后三章是时序方法的应用研究和许多应用实例。本书还附有主要算法的 *Pascal* 程序。

本书概念清晰，重点突出，实例丰富，文字流畅，便于自学。

## 机械故障诊断的时序方法

杨叔子 吴 雅 编著  
责任编辑 陆 薇

\*

西安交通大学出版社出版  
(西安市咸宁路 28 号)

西安电子科技大学出版社印刷厂印装  
陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

\*

开本 787×1092 1/32 印张 5.625 字数：116 千字  
1989 年 8 月第 1 版 1989 年 8 月第 1 次印刷  
印数：1—3 000

ISBN 7-5605-0228-8/TH·10 定价：2.05 元

## 《机械故障诊断丛书》总前言

机械故障诊断技术是有关设备运行、维护的一项新兴技术。它的推广和应用，不但根本改变了原有设备维修制度，而且在保证设备安全运行、消除设备事故方面起着巨大的作用。当前，机械设备的运行维护，已经从单凭直觉的耳听、眼看、手摸发展到采用先进的传感技术、计算机和信息处理技术。新的监测手段，诸如超声、声发射、红外等，层出不穷。人工智能、专家系统、模糊数学一类新兴学科也在机械故障诊断技术中找到了用武之地。

近年来，在国家经委、中国设备管理协会和有关学会的大力支持下，机械故障诊断技术在我国各行业中的推广和应用正在方兴未艾。它已经并将继续在实践中获得巨大的经济效益和社会效益。本丛书的出版就是为适应广大工程技术人员迫切需要而编写的。同时，也希望这套丛书能引起高等学校机械类专业广大师生和有关研究人员的兴趣。

我们在编写这套丛书时，既注意了它的科学性，又注意它的实用性。丛书保持了一定的理论深度，力求阐明机械故障诊断技术的理论基础，但又使之能为广大实际工作者所接受。对高等学校的师生和研究人员也有参考价值。为了尽量节约读者的精力和时间。丛书中每本就一个专题编写，字数限制在8万字左右。

## 前 言

机械故障诊断技术是近 20 年来迅速发展起来的一门跨学科的新技术，目前仍在发展之中。而时间序列分析方法，作为一种现代数据处理方法，通过所建立的数学模型，不仅研究观测数据本身的统计特性，而且还研究产生此观测数据的系统的动态特性，从而将数据、模型、系统联系起来进行分析处理。正因为这样，时序方法已在自然科学、社会科学、技术科学及其有关的工程领域中得到了广泛的应用。就机械工程领域而言，它可以用于机械系统(或机器)的系统辨识、系统分析、模态参数识别、故障监视与诊断、状态预测与控制等等。特别是由于时序方法具有一系列的、传统数据处理方法优越的方面，具有较强的诊断能力，因此已在机械故障诊断中受到越来越广泛的重视，并在很多方面取得了较为成功的应用，国内在这方面的应用成果更为突出。就应用的广度与深度而言，国内较国外更先进。

本书共分六章。前面三章属于时序方法的基本内容，其中介绍了时序方法的基本概念、最常用的 ARMA 模型及其工程意义、模型特性和建模方法。后面三章是机械故障诊断中的时序方法的应用研究，其中介绍了故障诊断的时序模型直接法、时序方法的判别函数和主特征量的提取，并给出了大量的应用实例，这些实例大多选自国内最新的应用成果。本书还附有主要算法的 Pascal 程序，以供读者直接使用。本书在阐明理论问题的同时，力图讲清物理概念和工程意义。读者将会看到，时序方法在机械故障诊断中具有广阔的发展

前景，同时还有很多问题尚待进一步研究。

本书是屈梁生教授主编的《机械故障诊断》丛书之一。作者对于屈梁生教授与西安交通大学出版社的友好合作和热情支持表示深切的感谢。书中附录一、三的计算机程序由丁洪同志提供，附录四的计算机程序由陈小鸥同志提供，作者在此也一并表示感谢。由于作者水平有限，时间紧迫，书中不妥之处请读者不吝批评指正。

**编 者**

1988年6月于华中理工大学

# 目 录

<b>第一章 时序方法与机械故障诊断</b> .....	( 1 )
§ 1 系统、模型与观测数据.....	( 2 )
§ 2 观测数据与随机过程.....	( 7 )
§ 3 系统辨识与时序分析.....	( 12 )
§ 4 机械故障诊断的时序方法.....	( 15 )
<b>第二章 ARMA 模型及其特性</b> .....	( 18 )
§ 1 ARMA 模型.....	( 19 )
§ 2 格林函数.....	( 31 )
§ 3 自协方差函数.....	( 37 )
§ 4 频率特性函数.....	( 44 )
§ 5 自谱函数.....	( 45 )
<b>第三章 建模</b> .....	( 56 )
§ 1 数据的采集与预处理.....	( 56 )
§ 2 AR 模型参数的最小二乘估计.....	( 60 )
§ 3 AR 模型参数的 U-C 法估计.....	( 64 )
§ 4 AR 模型参数的马普法估计.....	( 68 )
§ 5 AR 模型参数的利弗逊(Levinson)法估计 .....	( 71 )
§ 6 ARMA 模型参数的长自回归..... 计算残差法估计.....	( 74 )
§ 7 模型的适用性检验与建模步骤.....	( 76 )
<b>第四章 机械故障的时序模型直接诊断法</b> .....	( 81 )
§ 1 根据模型的残差方差 $\sigma^2$ 构成的 直接法.....	( 82 )

§ 2	根据 ARMA 谱构成的直接法 .....	( 86 )
§ 3	根据 AR 模型的个别参数构成的 直接法 .....	( 93 )
§ 4	根据 AIC 值构成的直接法 .....	( 97 )
§ 5	根据格林函数构成的直接法 .....	(100)
§ 6	根据模型的综合特性构成的直接法 .....	(101)
<b>第五章</b>	<b>时序方法的判别函数</b> .....	(106)
§ 1	预备知识 .....	(107)
§ 2	几何距离判别函数 .....	(112)
§ 3	信息距离判别函数 .....	(120)
§ 4	距离判别函数应用实例 .....	(131)
§ 5	贝叶斯判据 .....	(133)
<b>第六章</b>	<b>主特征量的提取</b> .....	(141)
	结束语 .....	(148)
	参考文献 .....	(150)
附录一	AR 谱的增阶快速算法程序 .....	(154)
附录二	最小二乘法的 AR 建模程序 .....	(155)
附录三	马普算法的 AR 建模程序 .....	(160)
附录四	利弗逊算法的 AR 建模程序 .....	(166)



# 第一章 时序方法与机械故障诊断

机械故障诊断技术是模式识别理论在机械工程领域中的延拓，其实质是解决工程系统、运行设备的状态识别（即状态分类）问题。机械故障诊断中的时序方法，属于统计模式识别的范畴。

一般来说，对工程系统、运行设备进行工况监视和故障诊断，都要取得表达这一系统或设备工作状态的观测数据（例如，反映工况正常和工况异常的运行数据），这些观测数据，可按观测的时间顺序（或空间顺序、或其他物理量的顺序）依次排列，并各有其大小。而正是这种顺序与大小，蕴含了系统状态的重要信息，是进行系统分析和故障诊断的基础。这种有序的观测数据称为时间序列。

所谓时间序列分析方法（简称时序方法），是对这种有序的观测数据（观测时间序列，简称观测时序）进行统计学意义上的处理与分析的一种数学方法。通常所指的时序方法，是对观测数据建立差分方程形式的数学模型、再依据模型进行分析研究的一种方法，但从系统的角度来看，这种观测数据正是某一系统对外界作用（输入）的响应（输出），而这种模型正是对相应系统的一种数学描述，它反映了系统的运行状态。因此，一方面可基于模型对系统进行动态分析，另一方面还可基于模型对系统的未来状态和趋势进行预测与控制，特别是在工况条件下建立的数学模型，对于工程系统、运行设备

的状态识别和故障诊断具有重要价值。这样，对观测数据进行“系统”处理，不但使得数据所蕴含的内在规律具有明确的物理背景和含义，而且还使得数据处理和分析的内容更加广泛和深入。正因为这样，将数据的统计处理与系统分析相结合，是时序方法发展的一个重要特点，也是其得以在工程中广泛应用的重要原因。

## § 1 系统、模型与观测数据

建立系统的数学模型是科学技术领域的基本课题，这是因为数学模型不仅能定性地、而且还能定量地描述系统——描述系统本身的固有特性，描述系统在外界作用下的状态行为，描述系统的输入特性以及系统与外界的联系。可以认为，模型是观测数据与相应系统之间的桥梁，它是基于观测数据建立起来的，同时又可用于描述系统。

### 一、输出信号所包含的信息

任何一个系统，莫不处于同外界的相互联系与相互运动之中，系统与外界相互作用时，就有相应的运动，运动的具体体现就是系统的输出。系统的输出信号中应包含以下三方面的信息：

1. 系统特性的信息。系统特性是指系统本身所固有的、与外界作用无关的特性，它由系统的结构与参数所确定。一个系统是否区别于另一个系统，就是由其本身的系统特性所决定的。

2. 输入特性的信息。输入特性是指外界对系统的作用的特性，例如谐波输入、随机输入等，它是系统产生运动的

外因与条件。

3. 系统与外界相互联系的信息。

## 二、数学模型

### 1. 连续模型

现考察图 1.1 所示的单自由度振动系统。当质块  $m$  受到

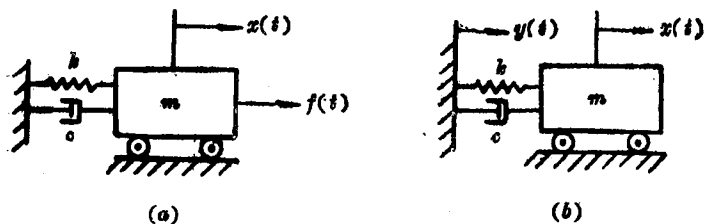


图 1.1 单自由度振动系统

外力  $f(t)$  作用时(见图(a)), 系统的运动微分方程为

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1-1)$$

其中,  $c$  为阻尼系数,  $k$  为弹簧刚度,  $x(t)$  为系统振动的位移信号。当支座受到外界位移  $y(t)$  作用时(见图(b)), 系统的运动微分方程为

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = c\dot{y}(t) + ky(t) \quad (1-2)$$

上两式分别是图 1.1 中相应系统的微分方程模型。将微分算子  $D = \frac{d}{dt}$  代入上两式, 则分别有

$$\left. \begin{aligned} (mD^2 + cD + k)x(t) &= f(t) \\ \text{和} \quad (mD^2 + cD + k)x(t) &= (cD + k)y(t) \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

若以  $z(t)$  表示输入,  $\alpha(D)$  表示等号左边的齐次部分算子多项式,  $\beta(D)$  表示等号右边的非齐次部分算子多项式, 则上两

式可统一表示为

$$\alpha(D)x(t) = \beta(D)z(t) \quad (1-4)$$

分析式(1-3)和式(1-4), 其中  $\alpha(D) = mD^2 + cD + k$ , 可见  $\alpha(D)$  完全由系统的结构与参数  $m$ 、 $c$ 、 $k$  所决定, 因而描述了系统本身所固有的、与外界作用无关的系统特性。 $z(t)$  描述了系统的输入特性, 对于图(a)的系统,  $z(t)$  为力函数  $f(t)$ ; 对于图(b)的系统,  $z(t)$  为位移函数  $y(t)$ 。 $\beta(D)$  描述了系统与外界的相互联系, 对于图(a)的系统,  $\beta(D) = 1$ , 表示外力  $f(t)$  直接作用在质块  $m$  上; 对于图(b)的系统,  $\beta(D) = cD + k$ , 表示外界位移  $y(t)$  通过阻尼器和弹簧传递到  $m$  上。 $x(t)$  描述了系统的输出特性, 它是质块  $m$  的位移特性, 当  $\alpha(D)$ 、 $\beta(D)$ 、 $z(t)$  三者之中有一个改变时,  $x(t)$  将随之改变。由此可见, 系统的输出信号  $x(t)$  确实包含了前述三方面的信息, 而且, 这三方面的信息也必然在系统的数学模型中得到反映。在微分方程模型中,  $t$  是连续取值的, 这种模型又称为连续模型。

如果对式(1-3)和式(1-4)作拉氏变换, 可得到控制理论中的传递函数模型

$$\left. \begin{aligned} X(s) &= \frac{1}{ms^2 + cs + k} F(s) \\ X(s) &= \frac{cs + k}{ms^2 + ds + k} Y(s) \\ X(s) &= \frac{\beta(s)}{\alpha(s)} Z(s) \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

其中  $X(s)$ 、 $F(s)$ 、 $Y(s)$ 、 $Z(s)$  分别是  $x(t)$ 、 $f(t)$ 、 $y(t)$ 、 $z(t)$  的拉氏变换,  $s$  为任意复数。等号右边的分式称为系统的传递函数。由上可见, 当传递函数的分子、分母无公共因

于时，其分母  $\alpha(s)$  描述了系统的固有特性，分子  $\beta(s)$  描述了系统与外界的相互联系， $Z(s)$  描述了外界对系统的输入特性， $X(s)$  正是  $\alpha(s)$ 、 $\beta(s)$ 、 $Z(s)$  三者共同作用的结果。由此可见，系统的传递函数模型也反映了前述三方面的特性。式(1-5)中的  $s$  也可连续取值，所以，系统的传递函数模型也是一种连续模型。

## 2. 离散模型

对于实际中的大多数物理系统，人们往往很难、甚至不可能直接通过连续的输出信号建立系统的连续模型，而只能对连续信号进行离散采样以获得离散数据(时间序列)，并在计算机上进行离散形式的处理而得到系统的离散模型。差分方程模型是一种被广泛采用的离散模型，系统辨识理论与时序方法中的数学模型均是差分方程模型。在一定的条件下，微分方程与差分方程、亦即系统的连续模型与离散模型是可以相互转换的。模型转换的方法有多种，这里根据微分与差分的关系对前述连续模型进行转换。

设以等时间间隔  $\Delta$  对连续信号  $x(t)$  进行采样，得到  $N$  个离散数据  $x_1, x_2, \dots, x_N$  即观测时序  $\{x_t\} (t=1, 2, \dots, N)$ ，根据微分的定义，近似地有

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{dx(t)}{dt} \approx \frac{x_t - x_{t-1}}{\Delta} \\ \ddot{x}(t) &= \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{d\dot{x}(t)}{dt} \\ &\approx \frac{\frac{x_t - x_{t-1}}{\Delta} - \frac{x_{t-1} - x_{t-2}}{\Delta}}{\Delta} \end{aligned}$$

$$= \frac{x_t - 2x_{t-1} + x_{t-2}}{\Delta^2}$$

上两式中,  $x_t - x_{t-1}$  称为一阶向后差分, 记为  $\nabla x_t = x_t - x_{t-1}$ 。依次记号,  $\nabla x_t - \nabla x_{t-1} = (x_t - x_{t-1}) - (x_{t-1} - x_{t-2})$ , 称为二阶向后差分, 记为  $\nabla^2 x_t = \nabla x_t - \nabla x_{t-1}$ , 高阶向后差分如此类推。将上述关系代入式(1-1)、(1-2), 化简后可得差分方程模型为

$$x_t + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} = b_0 z_t + b_1 z_{t-1} \quad (1-6)$$

上式是一个二阶差分方程,  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $b_0$ 、 $b_1$  为常数, 对应于式(1-1)、(1-2), 其值各不相同。现引入后移算子  $B$ , 其定义为

$$Bx_t = x_{t-1} \quad (1-7)$$

根据此定义,  $B(Bx_t) = Bx_{t-1} = x_{t-2}$  记为  $B^2 x_t = x_{t-2}$ , 类似地有

$$B^j x_t = x_{t-j} \quad (j = 0, 1, 2, \dots) \quad (1-8)$$

将式(1-8)代入式(1-6), 化简有

$$(1 + a_1 B + a_2 B^2)x_t = (b_0 + b_1 B)z_t \quad (1-9)$$

记为

$$a(B)x_t = b(B)z_t \quad (1-10)$$

将式(1-9)、(1-10)与式(1-3)、(1-4)比较, 显然可见, 与微分方程模型相对应, 在差分方程模型中,  $a(B)$  描述了系统本身的固有特性,  $b(B)$  描述了系统与外界的相互联系,  $z_t$  描述了系统的输入特性。从而表明, 观测时序  $\{x_t\}$  中确实包含了前述三方面的信息, 而这三方面的信息也必然在系统的差分方程模型中得到反映。同样, 对式(1-9)、(1-10)移项可得离散系统的传递函数模型为

$$\left. \begin{aligned}
 x_i &= \frac{b_0 + b_1 B}{1 + a_1 B + a_2 B^2} z_i \\
 \text{或} \quad x_i &= \frac{b(B)}{a(B)} z_i
 \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

其中  $b(B)/a(B)$  是系统的传递函数。将上式与式(1-5)比较, 显然可见, 离散系统的传递函数模型与连续系统的传递函数模型也是相对应的, 当传递函数的分子、分母无公共因子时, 其分母  $a(B)$  描述了系统的固有特性, 分子  $b(B)$  描述了系统与外界的联系,  $z_i$  描述了外界对系统的输入特性,  $x_i$  是  $a(B)$ 、 $b(B)$ 、 $z_i$  共同作用的结果。

上述分析告诉我们, 不论是连续型的输出信号  $x(t)$ , 还是离散型的观测时序  $\{x_i\}$ , 其中都蕴含了系统特性、输入特性、系统与外界的相互联系这三方面的重要信息, 而且, 基于  $x(t)$  和  $\{x_i\}$  建立起来的连续模型和离散模型也必然反映了系统这三方面的特性。不过, 为便于在计算机上处理, 实际中常用离散模型描述系统。

## § 2 观测数据与随机过程

在完全相同的条件下, 在同一台机床上加工同一种工件, 顺序测量所加工出的工件的某一尺寸, 即使测量误差能完全消除, 但测量结果总是不相同。又若每天都对当天加工出的第  $i$  个工件进行测量, 则每天第  $i$  个工件的测量结果也是不相同的。显然, 要全面了解加工精度的情况, 需要积累大量的(理论上应是无穷的)测量数据, 并采用随机过程与数理统计的方法进行数据处理。根据随机过程的定义, 工件尺寸的这

种变动情况是一个随机过程，每天加工出一批工件的测量数据  $x_1, x_2, \dots, x_N$  即观测时序  $\{x_i\}$  是随机过程的一个样本，所有样本的集合构成了随机过程。显然，在随机过程中，不仅每一样本  $\{x_i\}$  各不相同，而且所有样本中的各个相应元素的取值也是各不相同的。如前所述，每天顺序测量的第  $i$  个工件的尺寸各不相同，即随机过程中每一元素  $x_i$  是一个随机变量。如图 1.2 所示，每一张图是随机过程的一个样本，显然，随机过程的样本各不相同。在某一固定的时刻  $t_1$ ，各图上的  $x_{t_1}$  值也不相同，故  $x_t$  是一个随机变量，随机过程又可看作是随机变量的有序集合。对于随机过程，应采用数理统计的方法确定其统计特性。最基本的统计特性是一阶矩函数（均值函数）和二阶矩函数（特别是其中的自协方差函数）。

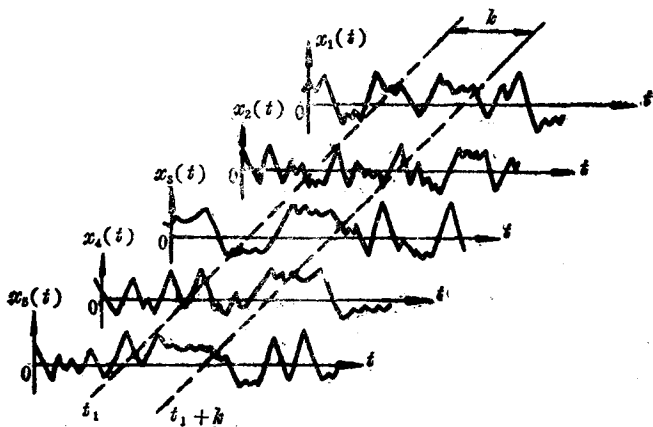


图 1.2 随机过程的概念

随机变量  $x_t$  的均值函数  $\mu_{x,t}$  定义为



$$\mu_{x,t} = E[x_t] \quad (1-12)$$

其中,  $E$  是集合平均算子, 表示对随机变量  $x_t$  在  $t$  时刻作平均运算, 如图 1.2 中表示对  $x_{1,t_1}, x_{2,t_1}, x_{3,t_1}, \dots$  作集合平均。随机变量  $x_t$  的自协方差函数  $C_{xx,t-k}$  定义为

$$C_{xx,t-k} = E[(x_t - \mu_{x,t})(x_{t-k} - \mu_{x,t-k})] \quad (1-13)$$

其中  $k$  表示与  $x_t$  与  $x_{t-k}$  在时间上相隔  $k$  个单位, 如图 1.2 所示。当  $k=0$  时, 上式变为  $x_t$  的方差函数  $\sigma_{x,t}^2$ , 为

$$\sigma_{x,t}^2 = E[(x_t - \mu_{x,t})^2] \quad (1-14)$$

当均值函数  $\mu_{x,t} = 0$  时, 式(1-13)变为  $x_t$  的自相关函数  $R_{xx,t-k}$ , 为

$$R_{xx,t-k} = E[x_t x_{t-k}] \quad (1-15)$$

可见, 方差函数和自相关函数都是自协方差函数的特例。然而, 若按式(1-12)~(1-15)计算一阶矩和二阶矩都相当麻烦, 而要全面描述随机过程的特性, 还需计算三阶矩和四阶矩等等, 显然, 这种计算一般是不可能的。为了简化计算, 对随机过程的性质作了如下比较符合实际的假设。

1. 随机过程是平稳的。这是指  $x_t$  的各阶矩函数与时间  $t$  无关, 即无论在什么时刻进行计算, 随机过程的统计特性一样, 从而有

$$\left. \begin{aligned} \mu_{x,t} &= \mu_x \\ C_{xx,t-k} &= C_{xx,k} \end{aligned} \right\} \quad (1-16)$$

即均值函数为常数, 自协方差函数只与时间间隔  $k$  有关, 而与时间起点  $t$  无关。只有一、二阶矩与  $t$  无关的随机过程称为宽平稳过程, 所有各阶矩均与  $t$  无关的随机过程称为严平稳过程。

2. 随机过程是正态的。这是指随机过程中每一随机变