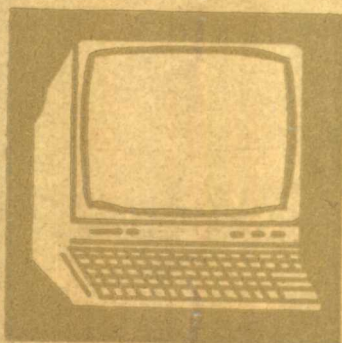
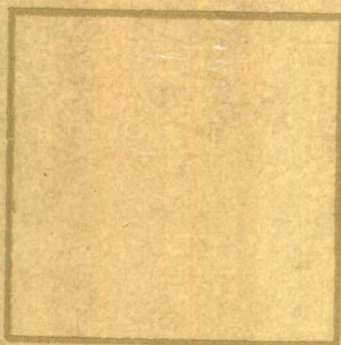
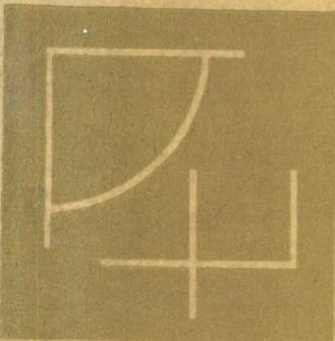
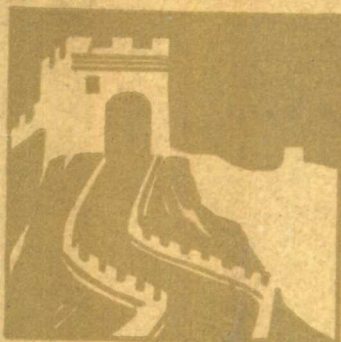
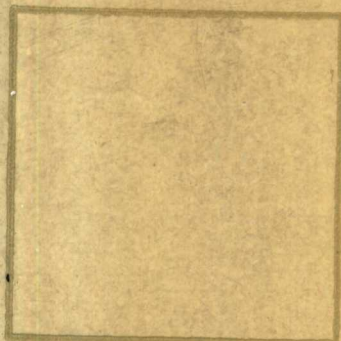
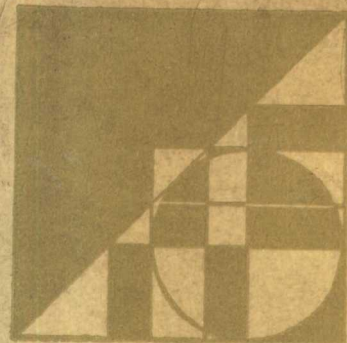


ZHONGGUO
SHUXUE YUANLIU

中國數學源流



福建教育出版社

中國數學源流

鄭金彬

李贊和

51.042
430

46153

中国数学源流

郭金彬 李贇和

福建教育出版社出版

福建省教育出版社发行

福州 7228 工厂印刷

开本850×1168毫米 1/32 8.875 印张214千字

1990年11月第一版 1990年11月第一次印刷

印数: 1—2,200

ISBN 7—5334—0591—9/G·404

定价: 3.75元

序

我国在历史上曾经是数学发达的国家，出现了象刘徽、祖冲之、秦九韶、李冶、朱世杰等杰出数学家，完成了《九章算术》、《数书九章》、《测圆海镜》、《杨辉算法》、《四元玉鉴》等不朽的数学名著，还有一批水平很高的数学成果；这都是值得我们夸耀的。但是从元代后期起我国的数学发展步伐渐趋缓慢，而西方的数学发展则呈现着加速现象，进展很快。一慢一快在几百年间形成很大差距：中国数学大大落后于西方了。这种差距到今天还存在，尽管有了一定程度的缩小。因此，中国数学史研究，一方面要发扬成绩，另一方面要总结经验教训。我国对于数学史的近代式研究开始于本世纪初，从二十年代起国内外陆续有中国数学史著作出现，到目前为止已有中文、日文、俄文、法文等将近三十种专史和通史问世，它们繁简不同，深浅各异，可以说各具特色。在这些著作中，仅中文本就有二十种左右。国际交流近年来也十分频繁。虽然出了这么多书，但是目前在书店里却很难买到一种，更不用说有选择地购买了。近十年来，我国已有很多大专院校开设了数学史课，还有其他一大批读者对数学史颇感兴趣，对数学史书籍的需求量正在日益增涨，渴望有较多的数学史书籍出版。

最近郭金彬和李赞和二同志完成了《中国数学源流》一书，正适应了这种客观要求。本书的篇幅虽然不大，可是所跨年限较长，从新石器时代末期一直讲到本世纪五十年代末，前后达五千余年。在写法上，比较通俗易懂，更适合于广大青年读者阅读，

在内容方面，基本上把我国五千年来的主要数学成果和有关事项包括了进来，读者可以通过本书了解到中国数学发展的概貌。书中从几个方面讨论了中国数学在明清时期落后的原因，这是其他同类著作少见的。

本书的作者之一李赞和同志现年已七十六岁高龄，广东梅县人，早年毕业于广东文理学院理化科，后来长期在福建等地从事中学数学教育工作，直到1981年退休。他一直对数学史（特别是中国数学史）感兴趣，并进行研究，发表过一些论文。现在他老当益壮，又与比他年龄约小一半的郭金彬同志合作，写出了这本《中国数学源流》，这种奋斗不息的精神值得我们学习。我相信广大读者了解到这种情况之后，在学习中国数学史知识的同时，也会受到某种鼓舞。

在这本书即将出版的时候，聊志数语，以表祝贺。

李 迪

1987年7月5日于呼和浩特

目 录

序.....	(1)
第一章 披荆斩棘 艰难缔造.....	(1)
§ 1 数学的萌芽 (1) § 2 使用句股的大禹 (5) § 3 答 问的商高和陈子 (8) § 4 探讨几何理论的墨子 (13) § 5 研 究抽象数学的惠施 (17) § 6 创制《乾象历》的刘洪 (21) § 7 图注方圆的赵爽 (26)	
第二章 先哲总汇 后学渊源.....	(34)
§ 1 小引子 (34) § 2 第一方田 (36) § 3 第二粟米 (42) § 4 第三衰分 (46) § 5 第四少广 (50) § 6 第五商功 (55) § 7 第六均输 (60) § 8 第七盈不足 (64) § 9 第八方程 (70) § 10 第九句股 (73) § 11 本章小结 (79)	
第三章 发扬光大 成绩辉煌.....	(84)
§ 1 注释《九章》的刘徽 (84) § 2 中国的剩余定理 (105) § 3 研究不定方程的张丘建 (110) § 4 成绩卓绝的祖氏 父子 (115) § 5 创立二次内插法的刘焯和一行 (123) § 6 研究三次方程的王孝通 (128)	
第四章 更进一层 别开天地.....	(136)
§ 1 沈括 (136) § 2 贾宪 (141) § 3 秦九韶 (146) § 4 李冶 (155) § 5 杨辉 (161) § 6 郭守敬 (168) § 7 朱世杰 (172) § 8 几何代数化 (180)	
第五章 西学输入 缓慢调整.....	(193)
§ 1 数坛沉寂 (193) § 2 停滞原因 (194) § 3 缓慢调	

整 (200)	§ 4	光启三校 (206)	§ 5	康熙好数 (211)	§	
6		梅氏祖孙 (216)	§ 7	明氏师徒 (221)	§ 8	谈天三友
		(224)	§ 9	播音使者 (229)	§ 10	二译著家 (233)
第六章		源远流长 汇入大海				(241)
§ 1		艰难过渡 (241)	§ 2	系统规划 (247)	§ 3	有效措
		施 (249)	§ 4	辉煌成就 (253)		
人名索引						(273)
后 记						(280)

第一章 披荆斩棘 艰难缔造

§ 1 数学的萌芽

数学是一门年轻而古老的科学。说它年轻，是因为它现在还在朝气蓬勃、欣欣向荣地往前发展。说它古老，是因为它是人类创造的科学中最早的学科之一：在古希腊，最早产生和发展起来的科学是天文学、数学和力学；在中国，最早形成科学体系的是天文学、数学、农学和医学。数学的产生历史悠久，数学的发展源远流长。

科学的发生和发展一开始早就被生产所决定。数学的发生和发展也是如此。中国是文明发达得最早的国家之一，有着悠久的历史 and 灿烂的科学文化。中国古代数学，同样起源于古代的生产实践。它形成了自己独特的风格，在世界数学宝库中，是一颗光彩夺目的明珠。

早在4500年以前，中华民族就已经有了数和形的概念，知道了数和形概念的一些运用，也出现了明白这些数学概念和应用这些数学概念的算学家。这些事实虽然产生于没有出现文字以前，但可以从古代传说、考古发现中推断。中国古代数学在萌芽时期主要的成就是：结绳、规矩和记数法。

结绳是用绳子打结的方法来表示数和记下数。古籍中，有不少关于这种方法的记载。如春秋战国时期学者庄子（约公元前

369—前286) 提过:伏羲作结绳。①周代的《易经》②系辞里写道:上古结绳而治,后世圣人,易之以书契。这些都说明了在远古时期,中华民族的祖先在还没有发明文字的条件下,已经懂得了用绳子打结的方法来表示数和记下数了。

使用规矩据传说在伏羲那个时期就已经有了。规矩是两件绘图工具,规就是圆规,矩是由两条互相垂直的直尺做成的曲尺。古代,中华民族的祖先用规矩来绘制圆和方。同时,也用准绳来进行水准测量或直线测量。春秋战国时期学者尸佼(约前390—约前330)在《尸子》卷下写道:古者,倕③为规矩、准绳,使天下倣焉。“准”是测量水平用的工具,“绳”是测量直线用的工具。规矩、准绳的使用,是中国古代数学的特长。特别是矩,因为它是由长尺(股)和短尺(句)组成的,两尺相交成直角,尺上还有刻度,所以不但可用来画直线和作直角,而且还可以作测量之用。④

西方国家自恩诺皮德斯(Oenopides, 约公元前465年)提出作图尺规之限之后,经柏拉图(Platon, 公元前427—前347)大力提倡,由欧几里得(Euclid, 约公元前330—前275)总结于《几何原本》之中,就成为了希腊几何学的金科玉律。他们的作图尺规之限所使用的直尺,是没有刻度的,因此作用受到很大限制。中国古代所使用的矩与之相比,的确方便、灵活得多了,用

①历史传说中有:有巢氏、燧人氏、伏羲氏、神农氏、黄帝、尧、舜、禹。伏羲也是传说中中华民族的祖先。

②《易经》也称《周易》,又称《易》,是儒家重要经典之一。内容包括《经》和《传》两个部分,相传系周人所作。其中的《系辞》是《易经》组成部分《传》思想的主要代表作。

③传说倕是黄帝时期的能工巧匠。

④参见本章第三节。

途也更广。可见，在距今4500年之前，中华民族的祖先早已有了形的概念，并且能运用简单的工具作图和进行测量。规矩、准绳的应用不但在春秋战国时期的学者墨子、孟子、荀子、庄子、韩非子、尸子的著述里都提到，而且在公元2世纪绘有伏羲氏手执矩，女娲氏手执规的图形造象(图1—1)中得到有力的证明。^①伴随着形的观念的形成和规矩的应用，中华民族的祖先也开始了对几何图形的研究和应用，并且在其中还渗透着美学的观念(具有某种对称美、图形美的数学美)，制作的陶器有着工整美观的几何图案。几何图案的作品，从上古至汉到处可见。从出土的文物中我们可以看到(见图1—2)，中华民族的祖先制作的陶器上的花纹，亦多以线条交错，组成几何图案。



图1—1

规矩图(汉武梁祠石室造像拓片)

大约在公元前13世纪，中华民族的祖先就发明了数码，这在刻于龟甲和兽骨之上的殷甲骨文中，和刻铸在钟或鼎上的商周时

^①在山东嘉祥县汉武梁祠石室造像中初次见到，后来发现这样的造像不止一处。

期的“钟鼎文”（也叫“金文”）中，都可以看到。

中国古代记数方法的特色表现在两个方面：一方面，借助数码，从少到多累积计数，并且很早就采用了十进制；另一方面，借助“算筹”，摆成不同的行列，来表示数和记下数，并且进行运算（利用算筹计算称为筹算）。不管采用数码符号或筹算符号，都十分强调位置，符号在不同的位置上都明确地



图1-2

表示不同意义。位置不同，值也不同。十进制和筹算都是中国古代在数学上了不起的发明。甲骨文中的自然数，都是用十进制，除了上述一、二、三、四、五、六、七、八、九、十外还有百、千、万。用这13个单字，可以组成和记下10万以内的任何自然数。到春秋时期，中华民族的祖先又用亿、兆、经、姦（或垓）等字来表示和记下大数。而且这些全都采用十进制。与世界其他国家和民族相比，中国是最早采用这种方便、先进的“位值制”的。有许多国家和民族在古代计数时没有“位值制”（如罗马数字等），或用繁难的方法表示较大的数（如古埃及要用特殊的符号专门表示较高的单位）；或用较多的字母表示极其有限的数（如古希腊用27个字母配合才能表示1000以内的数目）；或者是懂得“位值制”，但不如十进制方便和先进（如古代美洲玛雅人用20进制，古巴比伦人用60进制）。懂得并掌握十进制位值制的印度人，要比中国迟得多。从古代文物中发现的事实来看，印度的十进制数码在6世纪才出现。更了不起的是，中华民族的祖先还能把十进制位值制贯穿于筹算之中。凭借十进制位值制，把

算筹作纵横布置，就可以表示出任意自然数，并且对这些数进行运算，达到运筹帷幄之中，决胜千里之外的效果。同时，还懂得用空位表示零，使位值制完备。这些成就，是中国古代数学对世界数学的一个重大贡献。

从《荀子》、《管子》等古书所记载的“九九歌”中，以及从敦煌和居延汉竹简上的“九九乘法表”中，我们还可以看到，中国在春秋战国时代，就已经有了整数和分数的四则运算及其应用。这些运算都能熟练地运用中国古代所特有的计算工具“算筹”来进行。

除此之外，中国古代在数学萌芽时期就与历法紧紧联系在一起。商代就把十干（甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸）和十二支（子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥）相配合来纪日，得出甲子日、乙丑日……直至癸亥日为止，恰恰配成60日，并以这60日为1周。

除了生产实践之外，数学的产生和发展也与人类思维活动有关。而文字的出现则使与数学有关的经验常识能积累记载下来，并促进经验常识向数学知识转化。到了公元前200年左右，出现了关于中国古代数学的著作。

§ 2 使用句股的大禹

在中国古代算书中，《周髀算经》、《九章算术》、《孙子算经》、《五曹算经》、《夏侯阳算经》、《张丘建算经》、《海岛算经》、《五经算术》、《缀术》、《缉古算经》这10部算书，被称为“算经十书”。其中阐明盖天说①的《周髀算经》，被人们认为是流传下来的中国最古老的既谈天体又谈数学的天文

历算著作。它大约产生于公元前2世纪，但它所包含的史料，却有比这更早的。其中提到的大禹治水时所应用的数学知识，成为现存文献中提到最早使用勾股定理的特例。

据《史记·夏本纪》记载，我们可以知道大禹治水

(图1-3)时的情况：陆行乘车，水行乘舟，泥行乘橇，山行乘桴，左准绳，右

规矩。大禹所处的那个时代

(约公元前2100年)，当时

阴雨连绵不绝，洪水成了人民的灾祸。据说大禹为了治理水祸，三过家门而不入。

他率领人民，费了13年的精力，才把这场空前的大水治

服。治水工程必须应用数学、

力学知识。从《史记》的记载中我们可以看到，当时治

水时使用了简单的交通工具，还使用了简单的数学工

具规矩和准绳。



图1-3

大禹治水(山东武梁祠画像石)

大禹治水时手里拿着规矩、准绳这样的数学工具，那么，他

①我国古代的一种宇宙论。起初认为：天圆象张开的伞，地方像棋盘；后来改为：天象一个斗笠，地象复盖着的盘。《盖天说》、《浑天说》和《宣夜说》是我国古代代表性的宇宙论。

使用了什么数学知识呢？据《周髀算经》卷上记载：故折矩以为句①广三，股脩四，径隅五。既方其外，半之一矩，环而共盘，得三、四、五。两矩共长二十有五，是谓积矩。故禹之所以治天下者，此数之所由生也。

这段记载的意思是：将矩的两直角边加以折算成一定的比例，短直角边长（句）3，长直角边长（股）4，弦就等于5，得成3、4、5（图1—4）。句（即勾）、股平方之和为25，这称为积矩。大禹所用的治天下（指治水）的方法，就是从这些数学知识发展出来的。

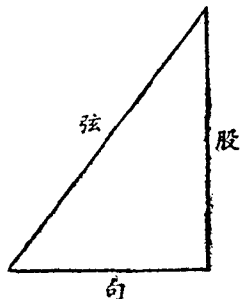


图1—4

赵爽曾对《周髀算经》逐段进行详细的注释。在赵爽注释中这样写道：禹治洪水，决流江河，望山川之形，定高下之势，除滔天之灾，释昏垫之厄，使东注于海而无侵逆，乃句股之所由生也。从《史记》与《周髀算经》的记载来看，我们认为赵爽注释中的这个见解是对的，即这里的“数”，指的是有关句股的数学。从史料记载和山东武梁祠画像石中所见到的当时使用的测算工具来看，大禹治水时使用有关句股的数学知识是比较合理合情的。各种史料记载所说的大禹治水所使用的数学知识，是“句三、股四、弦五”这个特殊例子的发现。大禹是世界上有历史记载的第一个与勾股定理有关的人。这也是运用勾股定理于实践的最早记录。

①中国古代称直角三角形的短直角边为句，长直角边为股，斜边为弦。“句股形”即直角三角形。“句股定理”即勾股定理。

对句股术的这种初步发现，要把它运用到治水工程上，也就是说要用句股术去测量，还须有相似形原理的配合。句股术与相似形原理配合使用，便于实际需要，可以直接用来进行测量。因此，有理由认为，在大禹那个时期，除了初步懂得了句股术，还已经窥见了相似形原理^①。

又据《山海经》等记载，我们还看到另外一个很有意义的事情，即大禹不仅把句股术用于治水工程上，还把它用到大地测量上。《山海经》中说，禹命大章步行，从东极至西垂（极），共计有二亿三万三千三百里七十一歩；又命竖亥步行，从南极到北垂（极），共计有二亿三万三千五百里七十五歩。竖亥右手把算，左手指青邱（国之）北。这个记载所说的具体情况，恐怕不大真实。但是却反映出，大禹曾实行过大地测量。这些材料从一个侧面反映了，大禹大概懂得了句股测量术，并且有了大地测量的思想和行动。虽说大禹是传说人物，但这些记载给我们透露了早期中华民族的祖先接触数学的一些信息。

从大禹治水所应用的初步句股术中也可以看出，我国古代数学的产生和发展具有很强的实践性。

§ 3 答问的商高和陈子

现在所流传的《周髀算经》，都不是原来的著作，都经后人修改和补充过。《周髀算经》的本文，是周公商高问答部分；接下去的荣方陈子问答部分，是《周髀算经》的续文。往后还有许许多多的校注文本，等等。下面，我们简略介绍一下周公商高问

^①可参见《中国数学杂志》第一卷第一期（1951年11月）章鸿钊的文章。

答部分和荣方陈子问答部分，使读者对中国这部古老的天文算经有一定的了解，并且也可以看到中华民族早期数学的一些特色。

《周髀算经》第一章叙述了西周开国时期（约公元前1100年）周公^①与商高^②的一段问答。这段问答，可以认为是对中国古代数学早期理论和实践的一种概括。周公是西周初年的实际执政者，他深知数学的重要性，经常与人一起讨论关于数学的问题。当周公问商高“夫天不可阶而升，地不可得尺寸而度。请问数安从出？”时，商高答道：

数之法出于圆方，圆出于方，方出于矩。矩出于九九八十一。

上文的意思是：数的艺术是从圆形和方形开始的。圆是内接正多边形经过无数次的倍边之后，所得到的正多边形的极限。矩是木匠用的曲尺，形如L，方中的直角，非矩不能作，所以说方出于矩。矩形的面积不外乎二数相乘的结果。而古代的乘法口诀是从“九九八十一”起的，古人用“九九”作为乘法口诀的简称，故有“矩出于九九八十一”。这里已包含有用数的性质来研究形的性质的思想。

接着，商高就提出了著名的“句三股四弦五”这个句股定理^③。并且指出在大禹那个时代就已经有这方面的应用（上节我们介绍大禹应用句股术所引用的那段《周髀算经》记载，正是商高答周公问的一部份）。在世界数学史上，一般把句股定理归功于公元前5世纪左右发现它的古希腊数学家毕达哥拉斯^④。实际上，商高关于句股定理的认识，要比毕达哥拉斯早得多。《周髀

①周公姓姬，名旦，又作叔旦。是周武王的胞弟。

②商高系周朝大夫、数学家，是世界上最早提出勾股定理的人。

③句股定理：直角三角形斜边上的正方形的面积（弦方）等于直角边上正方形面积的和（勾方加上股方）。

④勾股定理也称为毕达哥拉斯定理。这定理的一般形式的叙述及证明我国稍晚。

算经》成书于公元前2世纪左右，所记载的周公与商高问答的事是在公元前11世纪左右。这个事实证明我国古代数学家独立地发现并应用了勾股定理的一般情况，要比外国早得多。

商高对这些一般理论阐明之后，接着就回答了周公所提出的用矩测量的问题。”商高指出：

平矩以正绳，偃矩以望高，覆矩以测深，卧矩以知远。环矩以为圆，合矩以为方。

现把这段话的意思分述如下：

平矩以正绳。是用矩来确定铅直和水平方向的。办法是将矩的一尺平靠在悬垂的线上，另一尺所指的就是水平方向。

偃矩以望高。偃即仰的意思。把矩直立起来，可测物体的高。办法如图1—5：

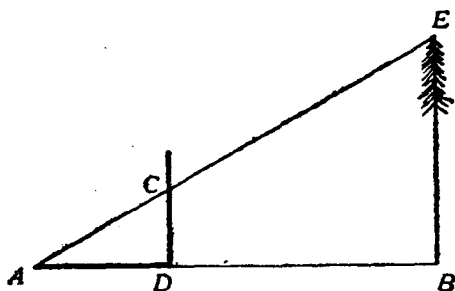


图1—5

按相似三角形对应边成比例的原理得

$$BE = \frac{AB}{AD} \cdot CD.$$

按照同样的原理可测得深与远。

环矩以为圆的意思是把矩的两尺当作规的两只脚，直立于平面上，以矩的一尺之端为枢，旋转时，另一尺之端可画一个圆。