

研究生教学用书  
教育部研究生工作办公室推荐

高等院校信息与通信工程系列教材

# 光波导理论 (第2版)

吴重庆 编著

清华大学出版社

研究生教学用书  
教育部研究生工作办公室推荐



高等院校信息与通信工程系列教材

# 光波导理论 (第2版)

吴重庆 编著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

随着光纤通信的飞速发展,作为光纤传输的理论基础——光波导理论也趋于完善与系统化。本书改变了单模光纤、多模光纤的程式,完全以光波导的结构演变为主线,强调理论自身的逻辑性,系统地研究不同结构光波导的不同概念、特性及相互联系,特别加强了光波导的模式理论、传输特性、双折射现象和模式耦合知识。全书思路清晰,知识结构完整,注重讲述不同类波导的独特的分析方法,密切结合光纤通信的最新发展。本书可作为通信与信息系统、电磁场与微波技术、光电子学、物理电子学、光信息科学与技术等学科研究生的教学用书,并可供从事光纤通信的工程技术人员参考。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

### 图书在版编目(CIP)数据

光波导理论/吴重庆编著. —2版. —北京:清华大学出版社,2005.5

(高等院校信息与通信工程系列教材)

ISBN 7-302-10184-1

I. 光… II. 吴… III. 光波导—高等学校—教材 IV. TN252

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 137985 号

出 版 者: 清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机: 010-62770175

地 址: 北京清华大学学研大厦

邮 编: 100084

客 户 服 务: 010-62776969

责任编辑: 陈国新

印 刷 者: 北京国马印刷厂

装 订 者: 三河市金元装订厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×260 印 张: 15 字 数: 350 千字

版 次: 2005 年 5 月第 2 版 2005 年 5 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-10184-1/TN·227

印 数: 1~3000

定 价: 26.00 元

## 高等院校信息与通信工程系列教材编委会

主 编：陈俊亮

副 主 编：李乐民 张乃通 邬江兴

编 委（排名不分先后）：

王 京 韦 岗 朱近康 朱世华

邬江兴 李乐民 李建东 张乃通

张中兆 张思东 严国萍 刘兴钊

陈俊亮 郑宝玉 范平志 孟洛明

袁东风 程时昕 雷维礼 谢希仁

责任编辑：陈国新

# 出版说明

---

信息与通信工程学科是信息科学与技术的重要组成部分。改革开放以来,我国在发展通信系统与信息系统方面取得了长足的进步,形成了巨大的产业与市场,如我国的电话网络规模已占世界首位,同时该领域的一些分支学科出现了为国际认可的技术创新,得到了迅猛的发展。为满足国家对高层次人才的迫切需求,当前国内大量高等学校设有信息与通信工程学科的院系或专业,培养大量的本科生与研究生。为适应学科知识不断更新的发展态势,他们迫切需要内容新颖又符合教改要求的教材和教学参考书。此外,大量的科研人员与工程技术人员也迫切需要学习、了解、掌握信息与通信工程学科领域的基础理论与较为系统的前沿专业知识。为了满足这些读者对高质量图书的渴求,清华大学出版社组织国内信息与通信工程国家级重点学科的教学与科研骨干以及本领域的一些知名学者、学术带头人编写了这套高等院校信息与通信工程系列教材。

该套教材以本科电子信息工程、通信工程专业的专业必修课程教材为主,同时包含一些反映学科发展前沿的本科选修课程教材和研究生教学用书。为了保证教材的出版质量,清华大学出版社不仅约请国内一流专家参与了丛书的选题规划,而且每本书在出版前都组织全国重点高校的骨干教师对作者的编写大纲和书稿进行了认真审核。

祝愿《高等院校信息与通信工程系列教材》为我国培养与造就信息与通信工程领域的高素质科技人才,推动信息科学的发展与进步做出贡献。

北京邮电大学

陈俊亮

2004年9月

# 前 言

---

20 世纪末,光纤技术作为信息社会的主要支撑技术之一,已经成熟并成为通信的主流。进入 21 世纪,光纤通信与光纤传感技术继续飞速发展,表现在速率的提高、波分复用技术的成功运用以及网络化的发展倾向。光纤的巨大通信能力,正改变着通信网的结构,光核心网、光城域网和光接入网概念的提出及 IP 技术的出现,使现有的基于集中电路交换的通信网的分级结构,有被分散的基于光交换的光网络取代的趋势。光纤通信已经不只局限于传输领域,全光交换技术、全光网络技术的出现,正预示着全光通信时代的到来。光纤已不只是一种传输介质,它已成为各种光功能器件的基础,比如光纤耦合器、光纤滤波器、光纤放大器、光纤激光器、光控全光开关、全光缓存器等。一系列新的技术理论问题重又摆在了光波导理论面前,许多深层次问题受到了广泛重视,光波导理论获得了新的发展。因此,当我们重新审视光纤技术的基本理论——光波导理论的时候,感到迫切需要一本系统的、完整的、严谨的和涉及新基础理论的关于光波导理论的论著。这就是推动作者成书的动力。

为此,本书改变了以往单模光纤、多模光纤的程式,完全以光波导的结构演变为主线,强调理论自身的逻辑性,系统地研究不同结构光波导的不同概念、特性及相互联系,特别加强了光波导的模式理论、传输特性、双折射现象和模式耦合知识,并对目前起重要作用的理论进展,如光纤光栅、偏振态的演化与偏振模色散、各类光纤干涉仪等,给予了一定的补充。全书思路清晰,知识结构完整,注重讲述不同类波导的独特的分析方法。

本书是在作者多年讲授光波导理论的教材和发表的论文基础上,吸收了北京交通大学光波技术研究所的杨永川、郭尚平、王智、严秀红、龚岩栋、董晖、傅松年等人的工作,参考了国内外的有关论著,几经修改,终于成书的。然而距读者对系统、完整、严谨的光波导理论的期望,本书尚有很大差距,也深感赶不上光纤技术的飞速发展。书中多有不当之处,请读者批评指正。

作者感谢导师、中国科学院院士简水生教授多年的教诲,是他使作者能站在现代通信技术发展的高度来编著此书。

吴重庆

2004 年 9 月

# 目 录

绪论	1
第 1 章 光波导的一般理论	4
1.1 光频的麦克斯韦方程	4
1.2 亥姆霍兹方程	6
1.3 光场纵向分量与横向分量的关系	6
习题	7
第 2 章 正规光波导	8
2.1 模式的概念	8
2.2 模式场的纵向分量与横向分量的关系	11
2.3 模式的分类	12
2.3.1 光波导中不可能存在 TEM 模	13
2.3.2 TE 模	13
2.3.3 TM 模	13
2.3.4 混合模式 HE 与 EH 模	13
2.4 正向模与反向模的关系	14
2.5 模式的正交性	14
2.6 传输常数的积分表达式	16
习题	18
第 3 章 均匀光波导	19
3.1 概述	19
3.2 平面光波导	20
3.2.1 模式场	21
3.2.2 特征方程	24
3.2.3 截止条件、单模传输及远离截止频率的情形	26
3.3 圆均匀光波导	27
3.3.1 概述	27
3.3.2 线偏振模与标量法	31
3.4 二层圆均匀光波导(阶跃光纤)	34

3.4.1	矢量法 .....	35
3.4.2	标量法 .....	51
3.5	多层圆均匀光波导 .....	58
3.5.1	矢量法 .....	58
3.5.2	标量法 .....	60
习题	.....	64
<b>第4章</b>	<b>正规光波导的传输特性</b> .....	<b>67</b>
4.1	概述 .....	67
4.2	群时延 .....	70
4.3	脉冲展宽与色散 .....	72
4.3.1	高斯脉冲展宽 .....	73
4.3.2	群相移 .....	77
4.3.3	输入 NRZ 码的情形 .....	78
4.3.4	更一般的脉冲展宽的概念 .....	81
4.3.5	色散的定量描述 .....	81
4.3.6	色散对于传输系统速率的限制 .....	83
4.3.7	色散补偿 .....	84
4.4	高阶色散与基本传输方程 .....	84
4.4.1	高阶色散 .....	84
4.4.2	基本传输方程 .....	86
4.4.3	偏振模色散 .....	87
4.5	二层圆光波导的传输特性(单模光纤的传输特性) .....	87
4.5.1	归一化传输常数 $b$ .....	87
4.5.2	群延迟 .....	87
4.5.3	色散 .....	89
4.6	多层圆均匀光波导的传输特性 .....	92
4.6.1	基于归一化传输常数 $b$ 的分析方法 .....	92
4.6.2	基于矢量法的分析方法 .....	94
习题	.....	95
<b>第5章</b>	<b>圆非均匀光波导</b> .....	<b>98</b>
5.1	概述 .....	98
5.1.1	波动方程 .....	98
5.1.2	纵向分量与横向分量的关系 .....	99
5.1.3	矢量模 .....	99
5.1.4	线偏振模(LP模)与标量法 .....	99
5.2	平方律圆光波导 .....	100



5.2.1	直角坐标系法	101
5.2.2	柱坐标系解法	103
5.3	高斯近似法	106
5.3.1	基本思路	107
5.3.2	具体做法	108
5.4	级数解法	110
5.5	Galerkin 方法	115
	习题	117
<b>第 6 章</b>	<b>非正规光波导</b>	<b>119</b>
6.1	概述	119
6.2	正规光波导的辐射模与空间过渡态	123
6.3	弱导缓变光波导的模式耦合	124
6.4	矢量模耦合方程	126
6.5	光纤光栅	129
6.6	突变光波导——光纤对接	133
	习题	137
<b>第 7 章</b>	<b>非圆光波导</b>	<b>139</b>
7.1	非圆光波导与双折射	139
7.1.1	非圆光波导的有关概念	139
7.1.2	双折射现象	141
7.2	非圆均匀光波导	144
7.2.1	一般解法(微扰法)	144
7.2.2	二层非圆光波导	146
7.2.3	椭圆芯阶跃光纤	147
7.3	非圆非均匀光波导	149
7.3.1	无限延伸平方律椭圆光波导的标量解法(此段相当于求 $\bar{\beta}$ )	149
7.3.2	求 $\Delta\beta$ 的微扰法	151
7.4	偏振态演化的概念	153
7.4.1	概述	153
7.4.2	偏振态的概念	155
7.4.3	无损光波导的传输矩阵	158
7.4.4	密勒矩阵	159
7.4.5	主轴	160
7.5	任意坐标系下非圆正规光波导的一般解	162
7.6	非圆非正规光波导中偏振态的演化	168
7.6.1	偏振模耦合时的传输矩阵	168
7.6.2	偏振模耦合系数与折射率分布之关系	169

7.6.3	非圆非正规光波导的偏振主轴	172
7.6.4	双折射矢量	173
7.6.5	线双折射和圆双折射	175
7.7	偏振模色散	176
7.8	偏振模色散对光信号脉冲波形的影响	184
7.8.1	$\vec{\Omega}$ 与 $\vec{S}_0$ 垂直的情形	185
7.8.2	更一般的情形	186
	习题	188
<b>第 8 章</b>	<b>两光波导的横向耦合</b>	<b>190</b>
8.1	正规光波导的横向模式耦合	190
8.1.1	模式耦合方程	190
8.1.2	耦合波的特性	194
8.1.3	用极化电流概念推导模耦合系数	196
8.1.4	两正圆光纤的横向耦合	198
8.2	缓变非正规型横向耦合	200
8.2.1	两正规光波导的缓变耦合	201
8.2.2	两缓变光波导的横向耦合	202
8.3	光纤耦合器和 Mach-Zehnder 干涉仪	205
8.3.1	光纤耦合器的传输矩阵	205
8.3.2	光纤耦合器的性能参数	207
8.3.3	光纤 Mach-Zehnder 干涉仪	208
8.4	无源光纤环	210
8.4.1	萨格奈克光纤环	210
8.4.2	光纤环形腔	212
	习题	216
<b>第 9 章</b>	<b>光纤的传输损耗</b>	<b>218</b>
9.1	概述	218
9.2	材料损耗	220
9.2.1	本征吸收	220
9.2.2	瑞利散射	221
9.2.3	有害杂质吸收	222
9.3	波导损耗	223
9.3.1	模式损耗	223
9.3.2	模耦合损耗	223
9.3.3	工艺缺陷	225
	习题	226
	参考文献	228

# 绪 论

光纤通信的发展,推动了人类社会向信息社会的变革。1970年第一根低损耗光导纤维的出现,翻开了人类通向信息社会新的一页。光在光纤和各种光波导中传输的理论——光波导理论,作为光纤传输的基本理论一直指导着光纤技术的前进和发展。

虽然在古代人们对光的传播就有了一定的认识,但深入研究光在光纤和各种光波导中的传播理论,却是近三十年的事。光波导理论源于微波波导理论。20世纪50年代后期电子学的发展,使人类将电磁波的利用推进到了微波波段,全世界都在致力于微波波导的研究。然而历史却没有遵从“循序渐进”的原则,当微波技术远没有获得所预料的广泛、大规模应用的时候,光波的时代就来到了。

从微波到光,是人类对电磁波利用的必然趋势。所以光波导理论和微波波导理论有密切的联系,然而二者却有截然不同的特点。光波导不只是介质微波波导尺寸的缩小,光在光纤中的损耗机理、光波导的弱导性及其他传输特性都与微波波导不相同,所以光波导理论是一门独立的理论。

人类对光本质的认识经历了曲折的历程。今天,因光在传输过程中表现出波动性而将光看作一种电磁波已成为人们的共识。虽然在某些场合,从几何光学或光线理论可以得到直观的感性认识,但却是浮浅的。本书正是将光看作一种电磁波来研究光波导的。

光波既然是电磁波,那么它首先是一种电磁振荡。电磁振荡包括电场与磁场两方面的振荡,因此,光场按工程惯例以电场强度  $E$  和磁场强度  $H$  来表征,可写成

$$\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}(x, y, z, t) \quad (0-1)$$

光场既是位置  $r(x, y, z)$  的函数,又是时间  $t$  的函数。

一个单一频率的简谐电磁振荡,通常可表示为

$$\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}(x, y, z)e^{-j\omega t} \quad (0-2)$$

其中  $E, H$  是复矢量,包括了方向、幅度和相位关系。一个理想的相干单色光,也可以写成上述的形式,即光场中每点的场分量均有固定的方向、稳定不变的频率和稳定的相位关系。但它的频率极高,达到  $10^{14}$  Hz 数量级。实际的光场是由许多这样理想的相干光场的叠加(连续的或离散的叠加)而成,它们不仅频率可能不同,而且亦无稳定的相位关系,方向也不固定。所谓自然光就是一种这样的光。

以上是对光的一个简单而基本的认识。

下面再分析光波导。

光导纤维就是一种最重要、最常见的光波导。通常,光导纤维的纵向长度比横向尺寸

大得多,材料折射率的分布沿纵向基本是均匀的,或在局部可看成均匀的。光波导是比光导纤维更为广阔的概念。光波导同样具有纵向与横向的取向区分,纵向往往定义为传输方向,并以此作为一个波导的特征。然而,这种取向区分完全是人为的,具有任意性,这里以光在无限大平面为界面的三种媒质中的传播为例说明这个问题。

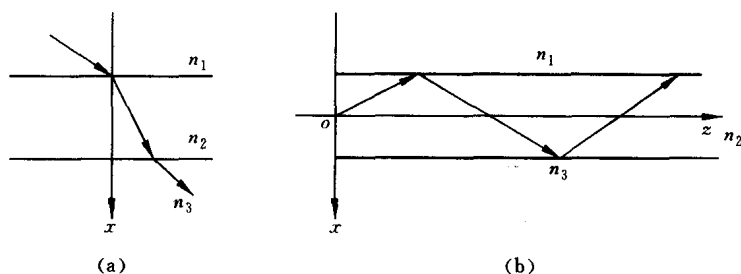


图 0-1 光波导取向区分

如果以图 0-1(a)中的  $x$  方向为纵向,我们看到光是从介质  $n_1$  经过介质  $n_2$  向介质  $n_3$  传播的。在界面上服从折射、反射定律。但如果以图 0-1(b)的  $z$  向为纵向,则它是一个三层平面光波导。若  $n_2 > (n_1, n_3)$ ,光可束缚在  $n_2$  内传播,它在  $x$  方向上呈现一个稳定的场型。显然,这种场型和前面的折射-反射定律所得的结果是一致的。由此可见,对纵向的不同定义,决定了对光波导特性的不同描述。不过,既然已经把它看作为一种波导而不看作光场(电磁场)存在的一般介质空间,总是要规定出纵向的。

影响光波导传输特性的主要是折射率的空间分布。在本书中,总是假定这种分布是:  
①线性的; ②时不变的; ③各向同性的,即

$$n = n(x, y, z)$$

它与时间  $t$ 、光场  $\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}$  均无关。

根据光波导折射率的空间分布的均匀性,进行如下的分类:

$$\text{线性光波导} \begin{cases} \text{纵向均匀的(正规光波导)} \begin{cases} \text{横向分层均匀的(均匀光波导)} \\ \text{横向非均匀的(非均匀光波导)} \end{cases} \\ \text{纵向非均匀的(非正规光波导)} \begin{cases} \text{缓变光波导} \\ \text{迅变光波导} \\ \text{突变光波导} \end{cases} \end{cases}$$

这种分类完全是从便于理论分析的角度出发的,根据需要,实际的光纤可看作其中的某一类。比如当只考虑某根光纤的基本模式的时候,可把它看作纵向均匀的正规波导。而当考虑这些模式耦合的时候,则把它看作纵向非均匀的非正规波导。

光波导的传输特性是指光波导用于信息传递时的最基本的特性,它包括光本身在光波导中的传播特性和载有信息的光信号的传输特性两方面。光本身在光波导中的传播特性包括: ①光场的分布形式; ②传播常数或相移常数; ③偏振特性; ④模式耦合特性等。光信号的传输特性包括: ①群时延和群速度; ②色散特性、高斯脉冲展宽以及群相延;

③偏振模色散等。针对不同类别的光波导,分别研究它们的这些特性,是贯穿于本书的主线。

以上概括地说明了光波导理论,亦即以光的电磁波理论为基础,研究光在波导中的传输特性的理论。

# 第 1 章 光波导的一般理论

## 1.1 光频的麦克斯韦方程

1864年,麦克斯韦(J. C. Maxwell)回顾和总结前人关于电磁现象的实验研究成果,提出了一套完整的宏观电磁场方程,预言了电磁波的存在并提出“光就是电磁波”的重要论断,开创了光的经典电磁理论的新纪元。迄今为止,在光通信、光集成(集成光学)、光信息处理等领域,有关光传输的问题,仍然以麦克斯韦方程作为理论基础。因此,我们首先导出光频下的麦克斯韦方程。

在介质中基本的麦克斯韦方程是瞬态的(时域的)和局部的,即某一时刻、某一位置上电场强度  $E$  和磁场强度  $H$  所应满足的普适方程(无论是否是光频)为

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-1)$$

第一个方程表示,在电磁场中,电场强度  $E$  的场是一个有旋场,产生这个旋度的源是同一点上磁感应强度  $B$  随时间的变化率,通俗的说法是“磁场的变化引起电场”。第二个方程表示,在电磁场中,磁场强度  $H$  的场是一个有旋场,产生这个旋度的源是同一点上电位移矢量  $D$  随时间的变化率和电荷的运动(电流密度矢量  $J$ ),通俗的说法是“电场的变化和电荷的运动引起磁场”。第三个方程表示,电位移矢量  $D$  的场是一个有源场,产生这个散度的源是电荷密度  $\rho$ 。第四个方程表示,磁感应强度  $B$  的场是一个无源场,自然界中没有“磁荷”存在。在这4个方程中,前两个方程是基本的,后两个方程可利用旋度场的散度恒为零及电荷不灭定律

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1-1-2)$$

导出。

麦克斯韦方程中  $D$  与  $E$ 、 $B$  与  $H$  的关系(又称物性方程),是由波导材料的性质所决定的。对于线性、各向同性的时不变的光波导,通常有

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}$$

式中, $\epsilon_0$  为真空中的介电常数; $\mu_0$  为真空中的导磁率; $P$  和  $M$  分别为电极化强度和磁化强度。

在光频下,介质都是无磁性介质,即  $M=0$ ,于是

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

但  $\mathbf{P}$  与  $\mathbf{E}$  之间的关系却可能是很复杂的,而  $\mathbf{P}$  与  $\mathbf{E}$  关系的一个微小变化,都将导致波导新的物理现象。这里,首先把注意力集中于线性、各向同性的时不变光波导,这时

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 \left[ \mathbf{E} + \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(t-t_1) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_1) dt_1 \right] \quad (1-1-3)$$

这个公式的物理解释为,电位移矢量  $\mathbf{D}$  是由真空中的电场强度  $\epsilon_0 \mathbf{E}$  和介质在电场作用下产生的电极化矢量  $\mathbf{P}$  两部分组成的。当电场强度  $\mathbf{E}$  不随时间变化时,  $\mathbf{P}$  与  $\mathbf{E}$  呈矢量比例关系(也就是大小成比例关系,方向呈固定的旋转关系);但当电场强度  $\mathbf{E}$  随时间变化时,  $\mathbf{P}$  与  $\mathbf{E}$  呈卷积关系(也就是  $\mathbf{P}$  的变化要比  $\mathbf{E}$  的变化滞后一定的时间)。只有在  $\mathbf{E}$  变化很慢时,这种滞后效应才不显现出来,但光是频率极高的电磁波,这种滞后关系是很明显的。对式(1-1-3)进行傅里叶变换可得

$$\mathbf{D}(\omega) = \epsilon(\omega) \mathbf{E}(\omega) \quad (1-1-4)$$

因此,应注意,以往常用的表达式  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ ,实际上是一个频域表达式,而不是时域表达式。一般来说,公式  $\mathbf{D}(t) = \epsilon \mathbf{E}(t)$  是不正确的,只有在它们随时间的变化很慢时才成立。在式(1-1-4)中,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\epsilon$  三个量均是频率(光频)的函数,都有大小、相位等。在实际应用中,常把  $\mathbf{D}(\omega)$ ,  $\mathbf{E}(\omega)$  和  $\epsilon(\omega)$  中的频率  $\omega$  隐去,写成  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\epsilon$ ,但只要记住它们实际上都是频域量就可以了。

为了便于分析,首先考虑单一光频的情形,此时光场可表示为

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} (x, y, z, t) = \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} (x, y, z) e^{-j\omega t} + c. c \quad (1-1-5)$$

式中  $c. c$  表示共轭。注意,表达式右边的  $\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} (x, y, z)$  或者  $\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} (\mathbf{r})$  是一个复矢量,包括方向、幅度、相位 3 个要素。进而,考虑到光波导中,  $\mathbf{J}=0$  且  $\rho=0$ ,可得一组方程

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = j\omega \mu_0 \mathbf{H} & (1-1-6a) \\ \nabla \times \mathbf{H} = -j\omega \mathbf{D} & (1-1-6b) \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = 0 & (1-1-6c) \\ \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 & (1-1-6d) \end{cases}$$

在方程组(1-1-6)中,所有的场分量均不含时间变量  $t$ 。将  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$  代入到式(1-1-6c)中,可得  $\nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) = \nabla \epsilon \cdot \mathbf{E} + \epsilon \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ ,进而得到

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{-\nabla \epsilon \cdot \mathbf{E}}{\epsilon} \quad (1-1-7)$$

式(1-1-7)有明确的物理意义,即波导中介质分布的任何不均匀性,在  $\mathbf{E}$  的作用下,将使  $\mathbf{E}$  成为有源场,尽管此处并无空间电荷  $\rho$ 。它的物理解释为:介质分布的不均匀性,导致极化电荷分布的不均匀,出现微观剩余电荷,表现为有源场。

综合以上结果,可得到光频下  $\mathbf{J}=0$ ,  $\rho=0$  时,在线性、各向同性且时不变的光波导中频域的麦克斯韦方程

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E} = j\omega\mu_0 \mathbf{H} \\ \nabla \times \mathbf{H} = -j\omega\epsilon \mathbf{E} \\ \nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{\nabla \epsilon \cdot \mathbf{E}}{\epsilon} \\ \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1-1-8a) \\ (1-1-8b) \\ (1-1-8c) \\ (1-1-8d) \end{array}$$

## 1.2 亥姆霍兹方程

对方程(1-1-8)进行简单的数学演算,即可将  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$  互相关联的方程转化为各自独立的方程,例如对式(1-1-8a),利用

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

立即可得亥姆霍兹方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 n^2 \mathbf{E} + \nabla \left( \mathbf{E} \cdot \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right) = 0 \quad (1-2-1a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 n^2 \mathbf{H} + \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \times (\nabla \times \mathbf{H}) = 0 \quad (1-2-1b)$$

方程中  $k=2\pi/\lambda$  为真空中的波数,  $\lambda$  为波长;  $n^2=\epsilon/\epsilon_0$ 。由方程(1-2-1)可以看出,方程的左边包括齐次部分  $(\nabla^2 + k^2 n^2) \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix}$  和非齐次部分。而  $\nabla \epsilon$  是否为零是该方程是否为齐次的关键。如果在所考虑的那一部分光波导中,介质为均匀分布( $\nabla \epsilon=0$ ),或近似均匀分布( $\nabla \epsilon/\epsilon \rightarrow 0$ ),那么该方程就转化齐次的方程

$$(\nabla^2 + k^2 n^2) \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = 0 \quad (1-2-2)$$

所以,依据折射率分布的均匀性对光波导进行分类,实质上是看它的光场满足什么样的齐次方程,从而引出许多不同的特点。

除了折射率分布的均匀性以外,折射率分布的周期性也是影响光波导性能的重要方面。近年来,人们把具有折射率周期性分布结构的光波导称为光子晶体,它有许多独特的现象,受到普遍关注。

## 1.3 光场纵向分量与横向分量的关系

如绪论中所述,纵向(传输方向)与横向的取向区分是光波导的基本特征。我们同时要记住,规定哪个方向为纵向或横向,具有很大的任意性,然而一旦规定好了纵向与横向,则场的分布、方程的形式等均随之确定,不再有任意性。于是光波导中的光场可分解为纵向分量与横向分量,即有

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{E} = \mathbf{E}_t + \mathbf{E}_z \\ \mathbf{H} = \mathbf{H}_t + \mathbf{H}_z \end{array} \right\} \quad (1-3-1)$$

式中,下标  $z$  方向规定为纵向;下标  $t$  表示为垂直于  $z$  方向的横向。



矢量微分算子 $\nabla$ 也可表示为纵向与横向两个方面,即 $\nabla = \nabla_t + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}$ ,式中, $\hat{z}$ 表示 $z$ 方向的单位矢量。代入式(1-1-4),使左右两边纵向与横向分量各自相等,可得

$$\begin{cases} \nabla_t \times \mathbf{E}_t = j\omega\mu_0 \mathbf{H}_z \\ \nabla_t \times \mathbf{H}_t = -j\omega\epsilon \mathbf{E}_z \\ \nabla_t \times \mathbf{E}_z + \hat{z} \times \frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z} = j\omega\mu_0 \mathbf{H}_t \\ \nabla_t \times \mathbf{H}_z + \hat{z} \times \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z} = -j\omega\epsilon \mathbf{E}_t \end{cases} \quad (1-3-2)$$

方程组(1-3-2)中的前两个方程,表明横向分量随横截面的分布永远是有旋的,并取决于对应的纵向分量。后两个方程表明纵向分量随横截面的分布,其旋度不仅取决于对应的横向分量,而且还取决于各自的横向分量。由于光波导中不能够存在理想的 TEM 波,所以两个横向分量作用的结果,仍不能使其旋度为零。所以通常纵向分量随横截面的分布也是有旋场。

## 习题

- 1-1 在分析光波导的时候,常常采用数值计算的方法,它直接从式(1-1-1)出发并和式 $\mathbf{D}(t) = \epsilon \mathbf{E}(t)$ 联立,即所谓的时域有限差分法。这种方法有什么局限性?
- 1-2 在一个无空间电荷也无传导电流的介质中,光场的电场部分是否是无源场?为什么?
- 1-3 如果光是一个非相干光,在使用式(1-1-2)的时候,应注意些什么?
- 1-4 式(1-1-2)所描述的光场是连续光还是脉冲光?为什么?