

中國科學技術典籍通彙

任繼愈 主編

河南教育出版社

物理卷二

中國科學技術典籍通彙

戴念祖 主編
河南教育出版社

中國科學技術典籍通彙 物理卷 (第二分冊)

目 錄

樂律全書提要 (戴念祖)	二一
樂律全書 (明·朱載堉撰)	二一五
《二十四史》樂志與律志提要 (戴念祖)	二一〇〇五
《二十四史》樂志與律志	二一〇〇九
《史記》卷二十四《樂書》	
《史記》卷二十五《律書》	
《漢書》卷二十一上《律曆志》	
《漢書》卷二十二《禮樂志》	
《後漢書·律曆志上》	
《晉書》卷十六《律曆志》	
《晉書》卷二十二、二十三《樂志》	
《宋書》卷十一《律曆志上》	
《宋書》卷十九《樂志》	
《魏書》卷一百零七《律曆志》	
《魏書》卷一百零九《樂志》	
《隋書》卷十三至十五《音樂志》	

《隋書》卷十六《律曆志》；

《舊唐書》卷二十八、二十九《音樂志》；

《新唐書》卷二十一、二十二《禮樂志》；

《舊五代史》卷一百四十四、一百四十五《樂志》；

《宋史》卷六十八、七十一、八十一《律曆志》；

《宋史》卷一百二十六至一百三十一、一百四十至一百四十二《樂志》；

《遼史》卷五十四《樂志》；

《金史》卷三十九《樂志》；

《元史》卷六十七、六十八、七十一《禮樂志》；

《明史》卷六十一《樂志》。

樂律全書提要

戴念祖

《樂律全書》爲明鄭王子朱載堉撰寫的有關音樂、樂律、舞蹈、數學、曆法的著作總集。全書含十五種著作：《律學新說》四卷，《律呂精義》內外篇各十卷，書前附朱載堉於萬曆三十四年七月初九日（一六〇六年八月十二日）寫的《進律書奏疏》；《聖壽萬年曆》二卷，《萬年曆備考》三卷，《律曆融通》五卷（內附《音義》一卷）。是三書統稱爲《曆學新說》或《曆書》，前有朱載堉於萬曆二十三年六月十九日（一五九五年七月二十五日）寫的《進曆書奏疏》和《上進表》，後附欽天監和禮部奏疏諸文；《鄉飲詩樂譜》六卷，以及《樂學新說》、《算學新說》、《操縵古樂譜》、《六代小舞譜》、《旋宮合樂譜》、《二佾綴兆圖》、《靈星小舞譜》七種，不分卷。

朱載堉，字伯勤，號句曲山人，又自號狂生、山陽酒狂仙客。嘉靖十五年（一五三六）生於懷慶府（今河南沁陽），萬曆三十九年四月七日（一六一一年五月十八日）卒，謚號端清。嘉靖二十九年（一五五〇），朱載堉經歷了家族內爭嫡奪爵的巨大痛苦。由於世宗帝昏庸，其父朱厚烷被削爵并禁錮於祖籍安徽鳳陽，朱載堉亦被革除王子冠帶。直到穆宗帝朱載堉登基的隆慶元年（一五六七），他們纔得以復爵還國。萬曆十九年（一五九一），朱厚烷卒。載堉理當嗣爵，但從其父卒年起至萬曆三十四年（一六〇六）的十五年中，他累疏懇辭，誠讓國爵，終於如願獲准。難以料想的是，他將國爵讓給了當年誣告其父有叛逆罪的族叔家繫之中。一個封建王子，如此高風亮節，令人肅然起敬！他的著作除《樂律全書》外，尚有《瑟譜》、《律呂正論》、《嘉量算經》，以及文學作品《醒世詞》等。

《樂律全書》中絕大部分著作初稿完於一五六〇至一五八〇年間，惟《聖壽萬年曆》和《萬年曆備考》作於一五九五年之前幾年。初稿既成，再反復推敲、核算數據，對個別書重訂書名、爲之作序。例如，《律曆融通》作序於萬曆九年正月吉日（一五八一年二月六日）；《律學新說》原名《律學四物譜》，重序於一五八四年。《律學四物譜序》作爲附錄置於《律學新說》之後。直到一五九六年方爲《律呂精義》作序，「序」中明言此乃「舊稿刪潤」而成。從一五九五至一六〇六年，朱載堉又以十年時間從事雕板印刷，這個版本即是《樂律全書》鄭藩刻本。是書分兩次上進朝廷：一五九五年將剛刻完的《曆書》上進，一六〇六年將其餘音樂、樂律和舞蹈等著作一并以《律書》總名上進。國內外有關朱載堉的

諸多研究論文，大多將其發明或發現的時間定得過晚，皆因不明《樂律全書》的成書過程所致。

《樂律全書》是中國古代科學和音樂文化的重要典籍。它以創建「新法密律」即十二平均律的理論為核心，涉及自然科學和藝術的諸多領域。它在世界上最早提出了已知等比數列的首項、末項和項數而求解其它各項的正確方法，最早解決了不同進位制的換算方法，最早運用珠算進行開方計算。在創建十二平均律而進行律學實驗的同時，又在世界上最早發現管樂器的末端效應，並提出了系統的管口校正方法及其計算公式。在天文曆法方面，不僅製訂了「黃鍾律」和「聖壽萬年曆」，而且精確地計算了回歸年長度值，測量了北京的地理緯度和地磁偏角。關於歷代度量衡制變遷的研究還一直影響到今天。在藝術科學領域，該書記寫了大量樂譜、操縵譜、旋宮譜，有關於音樂史和樂器史的大量素材，記述了許多樂器的發音規律和物理功能。此外，它又是我國歷史上的舞蹈研究和舞譜的大成，描繪了世界上最詳盡的舞圖和舞譜，提出了「舞學」的概念和建立舞蹈學校、培養舞蹈人才的基本條件。

在十七、十八世紀期間，鄭藩刻本《樂律全書》已流傳到日本、高麗和歐洲。十八世紀後期，又有《四庫全書》版《樂律全書》問世，但該版并未將朱載堉的《曆書》收進《樂律全書》之中。《四庫全書》的編纂者是按照朱載堉先後兩次上進書的書目而分別將其《曆書》與《律書》刊版，其卷數多寡之說也不確。二十世紀三十年代初，商務印書館出版的《萬有文庫》將明鄭藩刻本《樂律全書》影印出版。此後，直到一九八六年人民音樂出版社（北京）曾出版朱載堉《律學新說》馮文慈點注本，然而，完整的《樂律全書》卻再也沒有出版過。

本卷根據明鄭藩刻本影印。值得指出，在這一刻本中祇有少數的《樂律全書》本中的《操縵古樂譜》書前附「玉音坊」圖及神宗帝敕文。其中原因大概是：一六〇六年正當朱載堉雕板印書、乃至裝訂幾乎全部完成之時，該年六月二十三日神宗帝下旨准予讓爵并敕建玉音坊。此時朱載堉方從速將玉音坊圖及敕文雕板印刷，並將其插入部分的《操縵古樂譜》一書中。此後五十天，即八月十二日，朱載堉將《樂律全書》上進。這過程相距的時間太近了，以致未及將全部《樂律全書》裝訂上有關敕文與玉音坊圖。

本卷的《樂律全書》十五種書按以下順序排列：

《律學新說》（附《律學四物譜序》）（五——九七）；

《律呂精義內篇》（前含《進律書奏疏》）（九八——三二一）；

《律呂精義外篇》（三二一——四三四）；

《算說新說》(四三四——四五九)；

《樂學新說》(四五九——四八九)；

《聖壽萬年曆》(前含《進曆書奏疏》、《上進表》)(四八九——五二〇)；

《萬年曆備考》(後附錄包括鄭府長史奏文二；河北僉事邢雲路、邢科給事中李應策、欽天監監正張應候和禮部尚書奏文四；朱載堉的「總跋附錄四疏」)(五二一——五五六)；

《律曆融通》(後附《音義》、書冊奏)(五五六——六二四)；

《操縵古樂譜》(原本前含「玉音坊」圖及神宗帝敕文，今將該圖放在提要後)(六二四——六五八)；

《旋宮合樂譜》(六五八——七〇三)；

《鄉飲詩樂譜》(七〇四——八一三)；

《六代小舞譜》(八一四——八六六)；

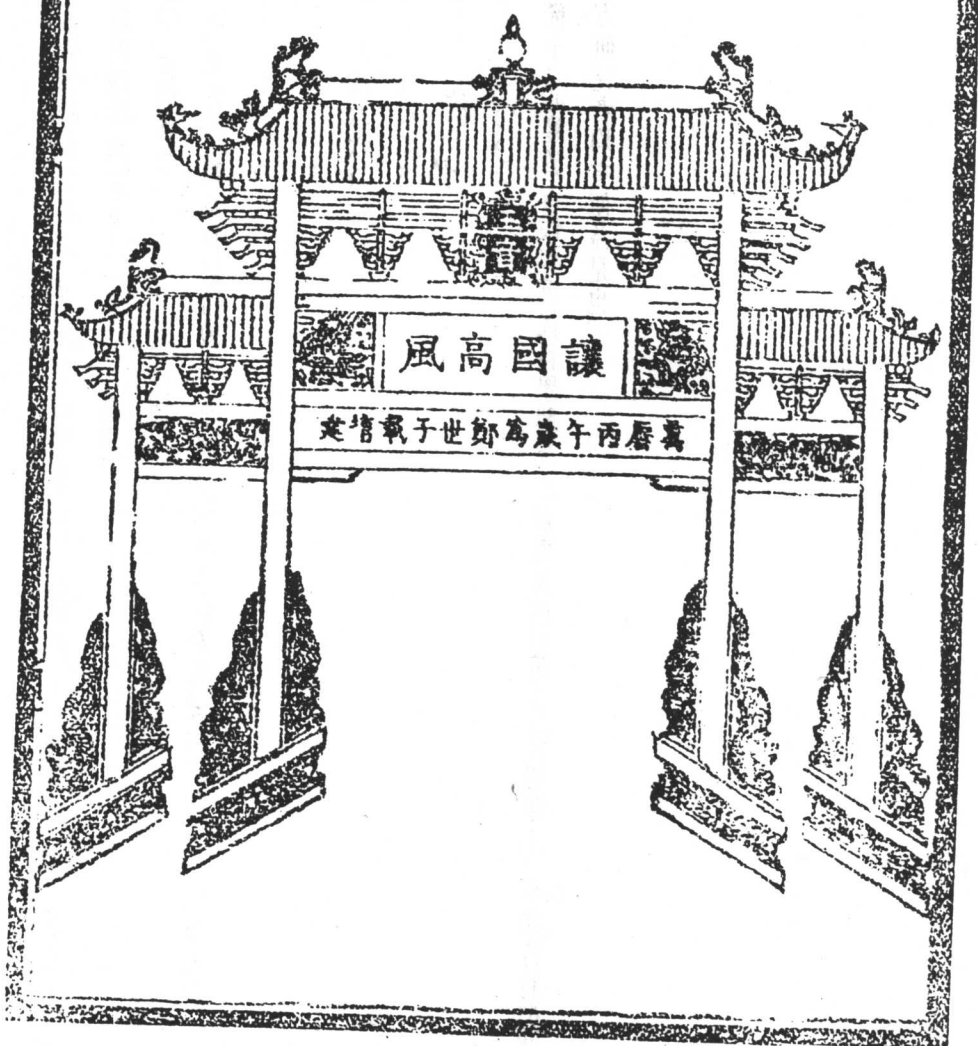
《小舞鄉樂譜》(八六七——八八四)；

《二佾綴兆圖》(八八五——九〇三)；

《靈星小舞譜》(九〇三——一〇〇三)。

鑒於《樂律全書》版本稀少，亦鑒於古代和近代科學興起之初樂舞與聲學之密切關係，本卷特將鄭藩刻本《樂律全書》全部影印出版，為各方研究者均有便益是也。

王音坊圖



律學新說序

鄭世子 臣戴增謹撰

虞書曰協時月正日同律度量衡又曰詩言志歌永言聲依永律和聲八音克諧無相奪倫神人以和又曰予欲聞六律五聲八音在治忽以出納五言汝聽夫虞書一卷之中致意於律者三焉此王政之大端律呂之本原也三代以來其道大備而周禮載之爲詳典同掌六律六同之和凡爲樂器以十有二律爲之數度古之聖人推律以制器因器以宣聲和聲以成音比音而爲樂然則律呂之用其樂之本歟歷代羣儒言律呂者不過四法一曰長短之形二曰容受之積三曰審音四曰候氣以理論之長短之形律之本也是故有定形而後有容受之積有具積而後發中和之音有正音而後感天地之氣傳曰物有本末

律學新說序

事有終始知所先後則近道矣此之謂也然其長短之形六經不載戰國之後禮壞樂崩炎漢既興典章制度乃能復古始命張蒼考定律曆當此之時去古未遠遺法尚存故司馬遷撰律書以爲黃鍾長八寸十分一此其爲說最古者也及王莽秉政使羲和劉歆典領鍾律以爲一黍之廣度之九十分爲黃鍾之長乃與馬遷之說不同其謂八百一十分應律一統黃鍾之實也三百六十分當期之日林鍾之實也六百四十分以應六十四卦太族之實也又與自說亦相乖舛蓋皆倚數配合身鑒傳會而與律呂之理全不相關班固非知音者撰前漢志舍馬遷而取劉歆是則過矣竊謂漢志所言非指積實之數而但泛說以爲飾辭蓋因黃鍾九寸九八十一故言八百一十分林鍾六寸六六三十六故言三百六十分太族八寸八八六十四故

言六百四十分耳以爲積實之數其說不通夫林鍾太族二律之說既不足信則所謂黃鍾八百一十分者豈足信哉是以鄭氏月令註但言凡律空圓九分蔡氏月令章句及銅龜銘但言黃鍾長九寸空圓九分徑三分容千二百黍韋氏註國語但言長九寸徑三分圓九分俱不言積八百一十分且鄭稱善算蔡號知音彼所高見定不錯誤則是皆不取班氏之說也且夫徑三圓九長八十一容千二百黍出乎自然之理亦猶先天卦象不假人爲智巧之私古有是法可謂盡善至若累九十黍之廣積八百一十分與銅斛銘庶旁羅積等說不過出於王莽劉歆之所撰製又奚足取法哉宋蔡氏不取太史公之說惟師於莽歟登其法於篇首名之爲律呂本原彼徒固執九十黍之廣即黃鍾之長而黃鍾之長實止八十一分耳然又有一說古所謂

律學新說序

黃鍾長八十一分者縱黍之長一爲一分是也非橫黍之廣也至若度本起於黃鍾之長當就此黃鍾而均爲十寸命曰一尺舊說更加一寸而後成尺則非所謂度起於黃鍾矣若求黃鍾縱長周徑度數則置今有之數以十寸乘之以八寸一分除之即得所求度數蓋黃鍾內周九分者得一寸一分一釐一毫內徑二分八釐六毫者得三分五釐三毫縱長八十一分者得一百分皆與周公嘉量之制相合夫嘉量深尺內方尺而圓其外用勾股求弦術方十寸自乘倍之爲實開平方除之得弦一尺四寸一分四釐二毫是爲補之內徑自乘倍之爲實以九爲法除之得四尺四寸四分四釐四毫是爲補之內周半周半徑相乘得一百五十七寸是爲補之面積以深十寸乘之得一千五百七十一寸是爲補之積實而容八斗卽一千六百卅也以一

千六百餘爲法除臚之實得九百八十二分是爲黃鍾一合之積實以律長百分除之得九分八十二釐是爲空圖中面幕也
四因面幕爲實以空圖一寸一分一釐一毫除之得三分五釐
三毫是爲空徑皆與黃鍾度數相合詳見律呂精義纂積嘉量
二篇此乃算術至妙者也胡瑗范鎮蔡元定輩非惟不識律亦
不識嘉量舊說方八寸圖其外底其旁容六斗四升者皆非是
又有璧義起度之法蓋以縱黍爲分九分爲寸所謂好三寸者
三九二十七分也肉六寸者六九五十四分也共八十一分而
爲九寸卽璧之圓徑命曰度尺與黃鍾起度同法鄭司農解義
爲徑是也鄭康成解爲延者非也璧形正圓其肉好皆中規是
乃先王法度之器安有廣袤不等之理以爲八寸十寸皆爲尺
者蓋不識璧而妄說也凡此之類皆由僞信橫暴而不知縱黍
爲是僞信八百一十分而不知八十一分爲是執守班志八百
一十分而力詆諸儒徑三分之說殊不知徑三分之說爲害甚
輕而八百一十分爲害甚重寧忍破壞周公經法而不敢違王
莽僞制不亦謬之甚歟蓋自班志一失足以迷惑千載蔡氏又
從而附和之遂成膠固徒費半生之力何補於律哉故曰蔡氏
於律學可謂功之首罪之魁也孔子惡紫奪朱惡鄭亂雅以其
似是而非蔡氏之謂歟是故凡爲律學者先宜辨其是非所謂
黃鍾縱長九寸則是所謂長九十分則非也所謂空圖九分則
是所謂圖九方分則非也所謂累黍八十一分則是所謂積實
八百一十分則非也今蔡氏以爲律本者不過此三言而其失
非小故不可以不辨此律學新說之所由作也

萬曆十二年歲次甲申春正月吉日書

律學新說卷之一

鄭世子臣戴埴謹撰

臣聞宋朱熹之言曰看樂記大段形容得樂之氣象當時許多
名物度數人人曉得不須說出故止說樂之理如此其妙今許
多度數都沒了只有許多樂之意思是好只是沒頓放處又曰
今禮樂之書皆亡學者但盲其義至於器數則不復曉蓋失其
本矣臣自壯年以來始見韓邦奇王廷相及何瑋等所著樂書
略有省焉乃曰古樂今樂蓋不甚相遠也慨生之既晚不復與
前輩同遊雖有一得之愚無憑質問楚辭有云往者余弗及來
者吾不聞亦可悲哉聊述愚見數篇刻而傳之以俟方來具眼
之士或有可取焉若夫禮樂氣象律呂名義則縉紳先生類能
言之凡非數術音聲之技茲並不述所謂各志其志而已

律呂本源第一

夫河圖雒書者律曆之本源數學之鼻祖也聖人治世德動天地
天不愛道地不愛寶故鳳鳥至河圖出易曰河出圖雒出書聖人
則之所謂則之者非止畫卦敘疇二事而已至於律曆之類無不
皆然蓋一切萬事不離陰陽圖書二物則陰陽之道盡矣河圖龍
發所以週乾而出天苞雒書鳳感所以流坤而吐地符河圖陽也
陽常有餘雒書陰也陰常不足故河圖之數五十五視大衍而有
餘雒書之數四十五視大衍而不足合河圖與雒書共得百數若
陰陽之交觀牝牡之相銜均而分之得大衍之數者二此天地自
然之至理故律曆倚之而起數是以黃鍾之管長九寸九寸者縱
黍爲分之九寸也寸皆九分凡八十一分雒書之奇自相乘之數
也是爲律本黃鍾之尺長十寸十寸者橫黍爲分之十寸也寸皆

十分凡百分河圖之偶自相乘之數也是爲度母縱黍之律橫黍之度長短分齊文相契合此乃造化之妙而千載以來無一人識者殊可歎也先臣何瑋曰漢志謂黃鍾之律九寸加一寸爲一尺夫度量權衡所以取法於黃鍾者蓋貴其與天地之氣相應也若加一寸以爲尺則又何取於黃鍾殊不知黃鍾之長固非人所能爲至於九其寸而爲律十其寸而爲尺則人之所爲也漢志不知出此乃欲加黃鍾一寸爲尺謬矣今按漢志度本起於黃鍾之長則黃鍾之長卽是一尺所謂長九寸長八寸十分之一之類蓋算家立率耳何氏此論發千載之秘破萬古之惑律學第一要緊處其在斯歟此則唐宋諸儒之所未發者也

約率律度相求第二

上古造律其次聽律其後算律虞書周禮有聽律之官無算律之

律學新義卷一

十

法典同所謂數度爲樂器言之至於律同合聲陽左旋而陰右轉觀其次序不以算法論矣算法之起殆因律管有長短此算家因律以命術非律命於算也猶之方田焉田生五穀豈知我爲圭筭弧環律和五聲豈知我爲正變倍半皆算家命之爾故曰古之爲鍾律者以耳齊其聲後人不能始假數以正其度雅樂之不可與聲音之學不傳也古者自小學已教之六樂九數今耄且罔知豈惟算律哉夫率者算經假如之法也若圓徑七周二十二穿四壤五堅三勾三股四弦五之類是也古稱黃鍾九寸其數八十一此亦算率耳其實黃鍾卽一尺也以一尺而三分分之則有不盡之數故設假如之法假如黃鍾長九寸則林鍾長六寸假如林鍾長六寸則太簇長八寸太簇以下諸律放此算家欲明三分損益上下相生故設此率雖命之曰黃鍾長九寸圓九分積八百一十分

而非眞數特算率如此耳京房劉歆之徒皆喜穿鑿傳會飾辭巧說惑千載而先王古樂愈湮滅難復矣苟有志復古者則漢志之失所當先辨也

律度相求訣曰

從微至著 用九乘除 縱橫律度 契合圖書

若置縱黍之律以求橫黍之度則用九歸若置橫黍之度以求縱黍之律則用九因反復相求各得縱橫二黍律度蓋縱黍之律契合雜書故以九忽爲絲九絲爲毫九毫爲釐九釐爲分九分爲寸九寸爲尺從微至著皆用九焉其橫黍之度契合河圖則以十忽爲絲十絲爲毫十毫爲釐十釐爲分十分爲寸寸爲尺從微至著皆用十焉然古法頗疎得其大略而已非精密之算術故謂之約率也

律學新義卷一

十

黃鍾縱黍律長九寸

黃鍾橫黍度長十寸

黃鍾九寸每寸九分卽縱黍八十一分也以爲九十橫黍之廣誤矣置九寸在位用九歸一遍進位定作十寸卽橫黍一百分而爲度母古謂度本起於黃鍾之長是也謂加一寸非也

大呂縱黍律長八寸三分七釐六毫

大呂橫黍度長九寸三分六釐四毫四絲二忽

置八寸三分七釐六毫在位先從末位毫上算起用九歸一遍得六毫六絲六忽奇却從次位釐上算起再九歸一遍得八釐五毫一絲八忽奇又從次位分上算起再九歸一遍得四分二釐七毫九絲八忽奇又從首位寸上算起再九歸一遍得九寸三分六釐四毫四絲二忽奇餘律皆放此

太簇縱黍律長八寸

太簇橫黍度長八寸八分八釐八毫八絲八忽

夾鍾縱黍律長七寸四分三釐七毫三絲

夾鍾橫黍度長八寸三分二釐三毫九絲三忽

姑洗縱黍律長七寸一分

姑洗橫黍度長七寸九分〇一毫二絲三忽

仲呂縱黍律長六寸五分八釐三毫四絲六忽

仲呂橫黍度長七寸三分九釐九毫〇五忽

蕤賓縱黍律長六寸二分八釐

蕤賓橫黍度長七寸〇二釐三毫三絲一忽

林鍾縱黍律長六寸

林鍾橫黍度長六寸六分六釐六毫六絲六忽

夷則縱黍律長五寸五分五釐一毫

夷則橫黍度長六寸二分四釐二毫九絲五忽

南呂縱黍律長五寸三分

南呂橫黍度長五寸九分二釐五毫九絲二忽

無射縱黍律長四寸八分八釐四毫八絲

無射橫黍度長五寸五分四釐九毫二絲八忽

應鍾縱黍律長四寸六分六釐

應鍾橫黍度長五寸二分六釐七毫四絲八忽

此章橫黍之度卽史記生鍾分術也還原則依後術九因算之

不滿忽者收作一忽卽得原數其縱黍之律與蔡氏律呂新書

所載全律分寸正同但古法置一而九三之以爲法十一三之

以爲實得十七萬七千一百四十七而黃鍾大數立焉然後下

十寸者一尺也史記所謂子一分漢志所謂象黃鍾之一是也

生者倍其實三其法上生者四其實三其法實如法而一以三

十二律其布算煩瑣不如新法簡捷易曉所謂殊途而同歸也

古法世多知之茲不具述其生鍾分算法已見二卷

密率律度相求第三

朱熹曰琴之有徽所以分五聲之位而配以當位之律以待抑按

而取聲而其布徽之法則當隨其聲數之多少律管之長短而三

分橫益上下相生以定其位今人殊不知此其布徽也但以四折

取中爲法蓋亦下俚立成之小數難於聲律之應若簡切而易知

但於自然之法象備不知其所自來則恐不免有未盡耳臣嘗宗

朱熹之說依古三分損益之法以求琴之律位見律位與聲音不

相協而疑之晝夜思索窮究此理一旦豁然有悟始知古四種律

皆近似之音耳此乃二千年間言律學者之所未覺惟琴家安徽

其法四折去一三折去一俗工口傳莫知從來疑必古人遺法如

此特未記載於文字耳禮失求諸野不可以其下俚而忽之也傳

曰今五音之無不應者其分審也宮徵商羽角各處其處音皆調

均不可以相遠此所以不亂也夫音生於數者也數異則音無不

合矣若音或有不合是數之未異也連音數之理者變而通之不

可執於一也是故不用三分損益之法創立新法置一尺爲實以

密率除之凡十二遍所求律呂異數比古四種術尤簡捷而精密

數與聲音互相校正最爲膾合惟博學明理之儒知音算之士

詳味此術必有取焉者矣豈庸俗所能識哉

黃鍾橫黍度長十寸

黃鍾縱黍律長九寸

十寸者一尺也史記所謂子一分漢志所謂象黃鍾之一是也

十寸者一尺也史記所謂子一分漢志所謂象黃鍾之一是也

置十寸在位用九因一過退位定作九寸卽縱黍八十一分也是爲律本古云黃鍾九寸因而九之九九八十一故黃鍾之數立焉此之謂也夫三分損益之法既非則九分爲寸之說亦誤今復著其術者何也爲求縱黍之律故也雖然只用橫黍之度亦足矣是故先之

大呂橫黍度長九寸四分三釐八毫七絲四忽

大呂縱黍律長八寸四分四釐〇六絲七忽

置九寸四分三釐八毫七絲四忽爲實初九因至寸位住得八寸又九因至分位住得四分又九因至釐位住得四釐又九因至毫位住得〇毫又九因至絲位住得六絲又九因至忽位住得七忽凡九因六過共得八寸四分四釐〇六絲七忽爲大呂餘律皆放此

律學新義卷一

木

太簇橫黍度長八寸九分〇八毫九絲八忽

太簇縱黍律長八寸〇一釐四毫一絲六忽

夾鍾橫黍度長八寸四分〇八毫九絲六忽

夾鍾縱黍律長七寸五分一釐〇一絲〇

姑洗橫黍度長七寸九分三釐七毫〇〇

姑洗縱黍律長七寸一分二釐五毫四絲二忽

仲呂橫黍度長七寸四分九釐一毫五絲三忽

仲呂縱黍律長六寸六分六釐一毫一絲六忽

蕤賓橫黍度長七寸〇七釐一毫〇六忽

蕤賓縱黍律長六寸三分二釐四毫二絲八忽

林鍾橫黍度長六寸六分七釐四毫一絲九忽

林鍾縱黍律長六寸〇〇四毫八絲四忽

夷則橫黍度長六寸二分九釐九毫六絲

夷則縱黍律長五寸六分〇二毫一絲四忽

南呂橫黍度長五寸九分四釐六毫〇三忽

南呂縱黍律長五寸三分一釐四毫一絲六忽

無射橫黍度長五寸六分一釐二毫三絲一忽

無射縱黍律長五寸〇四釐一毫二絲一忽

應鍾橫黍度長五寸二分九釐七毫三絲一忽

應鍾縱黍律長四寸六分八釐一毫五絲一忽

右縱黍十二律若更還原依前術用九歸卽得橫黍度數

密率求方積第四

自乘爲平方再乘爲立方此算家所共曉殊不知算律亦然也平方謂之羅立方謂之積夫羅之名本疏布手巾也古人用覆飲食之器今世所謂舉羅酌酒是也羅形方正縱橫有紋算術自乘其數必方縱橫正等有類乎羅故取名謂之羅非眞羅也夫積者如算倉窖中五穀積實耳借立方術以求之者立方所得卽是積實之數故也凡算脩短度數則以十忽爲絲十絲爲毫十毫爲釐十釐爲分十分爲寸十寸爲尺十尺爲丈平方之術與此不同乃以百忽爲絲百絲爲毫百毫爲釐百釐爲分百分爲寸百寸爲尺百尺爲丈蓋平方者形如方磚東西南北四面皆方假如每面皆方十寸則中積百寸矣是爲方一尺也故曰百寸爲尺立方之術則又不然乃以千忽爲絲千絲爲毫千毫爲釐千釐爲分千分爲寸千寸爲尺千尺爲丈蓋立方者形如方臺上下左右前後六面皆方假如每面皆方十尺則中積千尺矣是爲方一丈也故曰千尺爲丈平方圓立圓其積生於平方立方之術方術未解而欲測圓難

矣律孔本圖今欲求圓先求方者數乃無形之物方分實諸圓器之中則無不隨其圓若作圓分則有空隙而不實矣自宋范鎮創以圓分爲積此乃臆說非正理也圓分之法在理必無而縱黍之法於理則有假如積黍平方每寸百分縱黍則每寸惟八十一分積黍立方每寸千分縱黍則每寸惟七百二十九分蓋以九爲法也求之亦各有術然約十而爲九亦算煩瑣無益於事故自此至終篇專以積黍言之不復更求縱黍先儒亦云凡律徑圓之分以十爲法者天地之全數也以九爲法者不過因三分損益而立耳則圖分之說不能過於圓徑亦可見矣

求十二律積實新法

置黃鍾積黍度長十寸自乘得一百寸倍之得二百寸爲實開平方法除之得一十四寸一四二一三五六二三七三〇九五

〇四進一位命作立方積一百四十一寸四百二十一公分三百

五十六釐二百三十七毫三百〇九絲五百〇四忽爲實別將律數十二自乘得一百四十四爲法除之得黃鍾積實

黃鍾積實九百八十二分〇九十二釐七百五十一毫六百四十

七絲九百八十二忽

置黃鍾積實在位以十兆乘之爲實以十一兆二千二百四十

六萬二千〇四十八億三千〇九十三萬七千二百九十八爲

法除之得大呂積實餘律皆放此

大呂積實八百七十四分九百四十五釐一百一十三毫五百三

十八絲一百〇六忽

太簇積實七百七十九分四百八十七釐五百三十三毫五百四

十八絲一百七十五忽

夾鍾積實六百九十四分四百四十四釐四百四十四毫四百四

十四絲四百四十四忽

姑洗積實六百一十八分六百七十九釐六百六十五毫三百七

十五絲二百三十五忽

仲呂積實五百五十一分一百八十釐〇九百二十毫〇八百二

十二絲二百九十一忽

蕤賓積實四百九十一分〇四十六釐三百七十五毫八百二十

三絲九百九十一忽

林鍾積實四百三十七分四百七十二釐五百八十六毫七百六

十九絲〇五十三忽

夷則積實三百八十九分七百四十三釐七百六十六毫七百七

十四絲〇八十七忽

南呂積實三百四十七分二百二十二釐二百二十二毫二百二

十二絲二百二十二忽

無射積實三百〇九分三百三十九釐八百三十二毫六百八十

七絲六百一十七忽

應鍾積實二百七十五分五百九十釐〇四百六十毫〇四百一

十一絲一百四十五忽

密率求圓第五

方者象地圓者法天方圓相求自然具率其數出於河圖雜書而

非人所爲也河以通乾其數十維以流坤其數九乾坤交泰互藏

其宅故九爲地而十爲天包地外地居天內天有四方每方十

寸其周爲四尺則圓之周率也地有四方每方九寸其弦爲一尺

二寸七分二釐七毫九絲二忽二微有奇則圓之徑率也周公嘉

量之制測圓之術蓋已具焉所謂方尺而圓其外得弦一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖有奇是名方圓總率其測圓周徑相求與半九爲乘除積徑相求與倍九爲乘除半九者四寸五分也倍九者一尺八寸也黃鍾倍半自然之理律度量衡所由生也因而九之卽得前率九歸還元復得今率此二法相通也推理而論圓中必容方焉方無形圓有形其方居圓十分之九是故測圓之術必先求其容方而後知其周徑徑求周用弦求勾股之術得其一面之方四因其方而九除之卽圓周也周求徑九因其圓而四除之用勾股求弦之術得其兩角之斜卽圓徑也此古法之妙歟戰國已來數學失傳至漢張蒼掇拾民間猥淺之法用補黃帝九章後世宗之以爲數學根本張丘建夏侯陽孫子五曹復推演之其測方圓乃有直五斜七圓三徑一之說算家指此名爲

古率然實非古法也夫直五斜七斜實有餘圓三徑一徑實不足淺陋之士豈能察哉劉歆王蕃祖沖之輩蓋嘗訂正之矣其測圓或以爲徑七周二十二或以爲徑四十五周一百四十二或以爲徑一百一十三周三百五十五雖頗密於徑一圓三要之皆未得自然之理也祖氏製率初意蓋謂圓積一億分則其徑一百一十三尺乃一萬一千三百分周三百五十五尺乃三萬五千五百分試以其法筭之半徑半周相乘得積一億而強二十八萬七千五百分蓋周徑之分太多也號爲密率密安在哉天地自然真率及周公方圓總率筭律之士誠不可忽今詳解之其法如左

容方九寸 以象雒書 天地自然 豈不妙歟
試驗之法用紙大小二幅其方中矩用意比對四面相同小書

每面皆方九寸大者皆方一尺三寸置於平處小者在大者上
中心定針於小者四角外連規僅容四角絲毫不可多也片紙
作寸移量圓周針尖點識恰好四十整寸欲求圓之徑數卽是
方之斜弦勾股求弦術橫方九寸爲勾自乘得八十一寸縱方
九寸爲股自乘得八十一寸併之得一百六十二寸爲實開平
方法除之得弦一尺二寸七分二釐七毫九絲二忽二微有奇
卽圓周四尺之徑數也是故以四尺爲周率以一尺二寸七分
二釐七毫九絲二忽二微有奇爲徑率凡平圓以周求徑置周
若干爲實先以徑率乘之後以周率除之以徑求周置徑若干
爲實先以周率乘之後以徑率除之以徑求積置徑若干爲實
先自相乘又以十寸乘之得數後以徑率除之以積求徑置積
若干爲實先以徑率乘畢而以十寸除之得數然後開方以周
求積置周若干先自相乘進一位爲實以徑率乘畢後以周率
除二遍以積求周置積若干爲實先以周率乘二遍以徑率除
畢退一位然後開方訣曰圓周四十容方九勾股求弦數可知
遂以此爲求徑率求周求積亦如之是也

周公方圓總率訣曰

容方十寸 取法河圖 聖人制作 不亦善乎

試驗之法同上其紙小者方一尺大者方一尺四寸五分圓周四尺四寸四分四釐四毫四絲四忽四微四纖九分纖之四其內容方一尺勾股皆十寸各自乘併之得二百寸爲實開平方法除之得弦一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖億分纖之二千三百七十三萬〇九百五十有奇是爲方圓總率凡測圓徑求周者以總率乘徑進一位如四十五而一周求徑

者以四十五乘周退一位如總率而一周徑求積者如前求得
周徑半周半徑相乘或徑自乘以總率乘之如十八而一積求
周徑者以十八乘積如總率而一開方得徑四歸徑爲法除積
得周夫四十五乃九寸折半之數十八乃黃鍾加倍之律而與
方圓總率反復乘除故能盡幽微之理趣極古今之玄妙者矣
已上諸條乃捷法也律呂精義所載乃正法也

求十二律面幕新法

置黃鍾積實九百八十二分〇九十二釐七百五十一毫六
百四十七絲九百八十二忽爲實以黃鍾橫黍度長一百分爲法
除之得黃鍾面幕

黃鍾面幕九分八十二釐〇九毫二十七絲五十一忽

置黃鍾面幕在位以十億乘之爲實以十億〇五千九百四十

律呂新數卷一

上

六萬三千〇九十四爲法除之得大呂面幕餘律皆放此

大呂面幕九分二十六釐九十七毫二十一絲二十忽〇

太簇面幕八分七十四釐九十四毫五十一絲七十三忽

夾鍾面幕八分二十五釐八十三毫八十二絲七十四忽

姑洗面幕七分七十九釐四十八毫七十五絲三十三忽

仲呂面幕七分三十五釐七十三毫八十二絲五十九忽

蕤賓面幕六分九十四釐四十四毫四十四絲四十四忽

林鍾面幕六分五十五釐四十六毫八十二絲七十二忽

夷則面幕六分一十八釐六十七毫九十六絲六十五忽

南呂面幕五分八十三釐九十五毫五十八絲四十三忽

無射面幕五分五十一釐一十八毫〇九絲二十忽〇

應鍾面幕五分二十釐〇二十四毫五十五絲一十二忽

密率求周徑第六

自冬官一篇亡遺律制度不見於經而其支流餘裔則子史傳記
尚或有之然古文深奧先儒不曉其義往往臆見增損其語遂使
本法支離後之學者苟非聰穎神解豈能自悟也哉試略辨其一
二古云黃鍾九寸因而九之九九八十一故黃鍾之數立焉蓋指
其縱黍之分而言也律長九寸每寸九分故八十一分而劉歆以
爲九寸自乘得八十一故黃鍾之實八百一十分夫八十一者是
也八百一十者非也此以臆見增其文者也古云黃鍾空圓九分
其長之一蓋析其管之長作爲九段取其一段之數爲其內周而
鄭康成以爲凡律空圓九分夫黃鍾空圓九分其長之一是也凡
律空圓九分非也此以臆見削其文者也蔡邕銅倉銘曰黃鍾九
寸空圓九分此說當矣其月令章句曰律雖有大小圓徑無增減

律呂新數卷一

上

又曰然不如耳決之明此乃自知其法之謬亦不盡信之辭也夫
十二律管內外各有周徑孔中面幕要之亦各不同而先儒未有
定論西晉孟康註漢志曰黃鍾圓九分林鍾圓六分太簇圓八分
此說近是而隋志非之唐及五代趙宋之初諸議律者悉從隋志
之說更無異議惟胡瑗造樂審其音不協乃更林鍾已下諸律圓
徑各有等差蔡元定却議之以爲律有長短之異圓徑則無不同
嗚呼先儒之論參差如此臣初未詳何者爲是既而命工依彼圖
徑皆同之說制管吹之以審其音林鍾當與黃鍾太簇相和而不
相和南呂當與太簇姑洗相和亦不相和黃鍾正半二音全不相
應而甚疑焉或至終夜不寢以思其故久而悟曰律管長者其氣
狹而聲高律管短者其氣寬而聲下是以黃鍾折半之管不能復
與黃鍾相應而下黃鍾一律也他律亦然大抵正半相較半律難

清而反下正律雖濁而反高豈不以其管短氣寬也哉蓋由圓徑不得自然真理故耳夫律管脩短既各不同則其空圓亦當有異推原其理總而言之不過九分其長之一而為空圓之數若分別而言之縱黍黃鍾長八十一分者則當空圓九分其橫黍黃鍾長百分者則當空圓一寸一分一釐一毫一絲一忽周既有異徑亦隨之面積積實俱各不同先儒昧於此理一槩惟以徑三圓九求之其疎失亦甚矣等律之術擬諸環田周有內周外周徑有內徑外徑古所謂空圓者特指其內周耳非面畢九分也創為九方分之說者後世之穿鑿也且夫等術之中測圓為難周徑畢積各有真理存乎其間苟不得其自然之理而欲求其精微之數豈可得哉新法九分黃鍾之長以其一為其內周用勾股求弦之術得其外周二十分黃鍾之長以其一為其外徑用弦求勾股之術得其

律學新說卷一

十四

內徑蓋圓中取方方中取圓反復相求則內外周徑自然之數得矣非知天地之造化者其孰能與於此乎韓邦奇曰器與造化通唯律而已黃鍾既定凡天地間之器雖衣服盤盂皆造化之用形而上形而下本一物也明律義凡天下之理皆可通不但為作樂而已太極之理亦不外此

周徑相求正法

置所求律積實全數為實以其長若干為法除之即得面畢平圓積置所得平圓積以黃鍾倍律一尺八寸乘之以測圓總率一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖有奇為法除之得數為實開平方法除之即得內徑仍置面畢平圓積四因為實以所得內徑為法除之即得內周

以內徑自相乘得數二因為實開平方法除之即得外徑

以內周自相乘得數二因為實開平方法除之即得外周

周徑相求捷法

置所求律內周為實以黃鍾半律四寸五分乘之以測圓總率一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖有奇為法除之即得內徑

置所求律外徑為實以測圓總率一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖有奇乘之以黃鍾半律四寸五分為法除之即得外周

已上二法極為簡捷即勾股求弦弦求勾股之術得天地方圓自然之理故殊途而同歸等律之妙至此極矣但絲忽已下有數而無形非目力所察故略之不載

十二律管長短廣狹內外周徑真數

律學新說卷一

十五

黃鍾長十寸

內周一寸一分一釐一毫 內徑三分五釐三毫

外周一寸五分七釐一毫 外徑五分

大呂長九寸四分三釐八毫

內周一寸〇七釐九毫 內徑三分四釐三毫

外周一寸五分二釐六毫 外徑四分八釐五毫

太簇長八寸九分〇八毫

內周一寸〇四釐八毫 內徑三分三釐三毫

外周一寸四分八釐三毫 外徑四分七釐一毫

夾鍾長八寸四分〇八毫

內周一寸〇一釐八毫 內徑三分二釐四毫

外周一寸四分四釐〇 外徑四分五釐八毫