

BASIC

语言例题选

第二册

谭浩强 周朝龙 编著

科学普及出版社

BASIC 语言例题选

第 二 册

谭浩强 周朝龙 编著

科学普及出版社

内 容 提 要

本书是学习 BASIC 语言的一本参考书, 先出第一、第二两册。第一册包括基本问题、一般应用问题、在经济方面的应用例题、计算机模拟及趣味程序等五章。第二册包括计算方法、绘图程序及用纸带存贮数据的方法、综合例题等三章。本书有内容丰富、通俗易懂、由浅入深、取材广泛等特点。

本书可作 BASIC 语言课程的补充教材, 选择其中例题进行讲授, 也可供学过 BASIC 语言的读者阅读以提高编制程序的技巧。本书适合大专院校、中等专业学校、职业高中、普通高中及各种计算机学习班的教学参考书, 也可作计算机程序人员的自学参考。

BASIC 语 言 例 题 选

第 二 册

谭浩强 周朝龙 编著

责任编辑: 朱桂兰

封面设计: 杜宛清

★

科学普及出版社出版 (北京海淀区白石桥路32号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

妙峰山印刷厂印刷

★

开本: 787×1092毫米 1/16 印张: 7⁵/₈ 字数: 178千字

1985年11月第1版 1985年11月第1次印刷

印数: 1—11,000册 定价: 1.10元

统一书号: 7051·1064 本社书号: 0740

前 言

随着计算机的迅速推广应用,近年来学习BASIC语言的人愈来愈多了。事实证明,BASIC语言不仅简单易学,而且具有实用价值。不少单位和个人利用所学的BASIC语言知识来编写程序用以解决实际问题,取得了很好的效果。不少人已经认识到,掌握计算机语言编制程序对一个工程技术人员和企业管理人员是多么重要。我国已经在部分中学开设以BASIC语言为主要内容的计算机课程。

在初步学习了BASIC语言之后,不少读者要求进一步提高自己编制程序的技巧,希望提供更多的例题供学习时参考。针对广大读者的这一愿望,我们编写了这本《BASIC语言例题选》。

本书第一、二册包括程序不同的、类型不同的例题155个。其中有基本问题、一般应用问题、经济方面的应用例题、计算机模拟、趣味程序、数值计算方法、绘图程序等几个方面的内容。最后还提供较为复杂的、可供实际使用的综合题目,以供进行正式的程序设计时参考。本书第一册的内容是比较基本的,具有高中文化程度的读者即可看懂其中大部分程序。第二册包括数值计算方法方面的例题,需要有高等数学方面的基础。

本书是为了配合BASIC语言课程的教学而编写的。可作为BASIC语言课程的参考读物,也可以从中选择一些作为课堂补充例题讲授或指定作为学生作业。学过BASIC语言的同志可通过阅读本书进一步提高编制程序的技巧。

为了便于理解,我们对程序都作了必要的解释和说明,较复杂的例题还画出了流程图。大部分程序都附有运行结果,可供读者分析参考。

同一个问题可能会有几种不同的解法,不可能在本书中把它们一一列举出来。我们列出的只是其中的一种或几种,甚至不一定是最佳的一种。希望读者不要受本书的约束,争取写出更好的程序。

考虑到通用性,本书的程序尽量采用基本BASIC语言和大多数计算机都适用的扩展BASIC语句。因此,大部分程序不加修改就可运用于各类计算机系统。有少数程序中用到的扩展BASIC语句,在某些计算机系统中可能无此功能,或者语句的形式不同,在书中已说明了应该作如何的修改。读者将它们修改成适用于自己所用的计算机系统是不困难的。

本书是西北轻工业学院周朝龙同志同本人合作完成的。本书出版前承机械工业部自动化研究所赵鹤君同志校阅,提出了不少宝贵的意见,对此表示谢意。由于我们水平和经验的限制,本书无疑会有不少缺点,欢迎读者批评指正。

谭浩强

1983.9.

目 录

第六章	计算方法.....	1
第七章	绘图程序和利用纸带存贮数据.....	62
第八章	综合例题.....	75

第六章 计 算 方 法

进行数值计算（即科学计算），除了要学习计算机语言和程序设计方法外，还要学习计算方法。所谓计算方法指的是用计算机进行计算时的近似计算公式。研究各种数学问题的近似计算公式，是计算数学的任务。计算数学所提供的各种近似计算的方法，称为某数学问题的数值计算方法，简称“计算方法”。

同一个数学问题，往往有一个或多个计算方法。当然它们是有优劣之分的，好的方法应该是误差小，而且占计算机时间少。

在用计算机解题方法中，广泛使用“迭代”这一方法，这是和用人工计算有所不同的。

考虑到不少读者未必专门学过“计算方法”这一门课程，我们在此介绍一些最基本、最常用的计算方法并给出程序。读者用到时可以考虑甚至照抄即可。有的计算机系统提供了“程序库”，即各种常用的计算方法的程序，可以直接调用。

一、方 程 求 根

【例110】 用“二分法”求方程 $x^3 - x - 1 = 0$ 在区间 $[1.3, 1.4]$ 内的一个实的单根，要求精确到小数点后第三位 ($\epsilon = 0.001$)。

【解】 “二分法”的基本思想是，假定 $f(x) = 0$ 在区间 (a, b) 内有一个实单根 x^* 。取 a 和 b 的中点，即 $x_0 = \frac{1}{2}(a + b)$ ，若 $f(x_0)$ 与 $f(a)$ 同号，则 x^* 必不在 (a, x_0) 区间内（而在 (x_0, b) 区间内）。反之，若 $f(x_0)$ 与 $f(a)$ 为异号，则 x^* 必在 (a, x_0) 区间内（参见图 6-1）。

假定 x^* 在 (a_0, x_0) 之间对它再继续进行二分，……直至求得的 x_k 值满足精度要求 ($|x_k - x_{k-1}| \leq \epsilon$) 为止。

程序框图如图6-2所示。

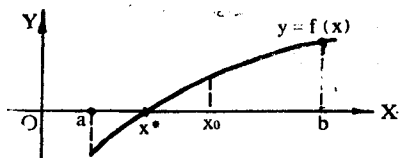


图 6-1

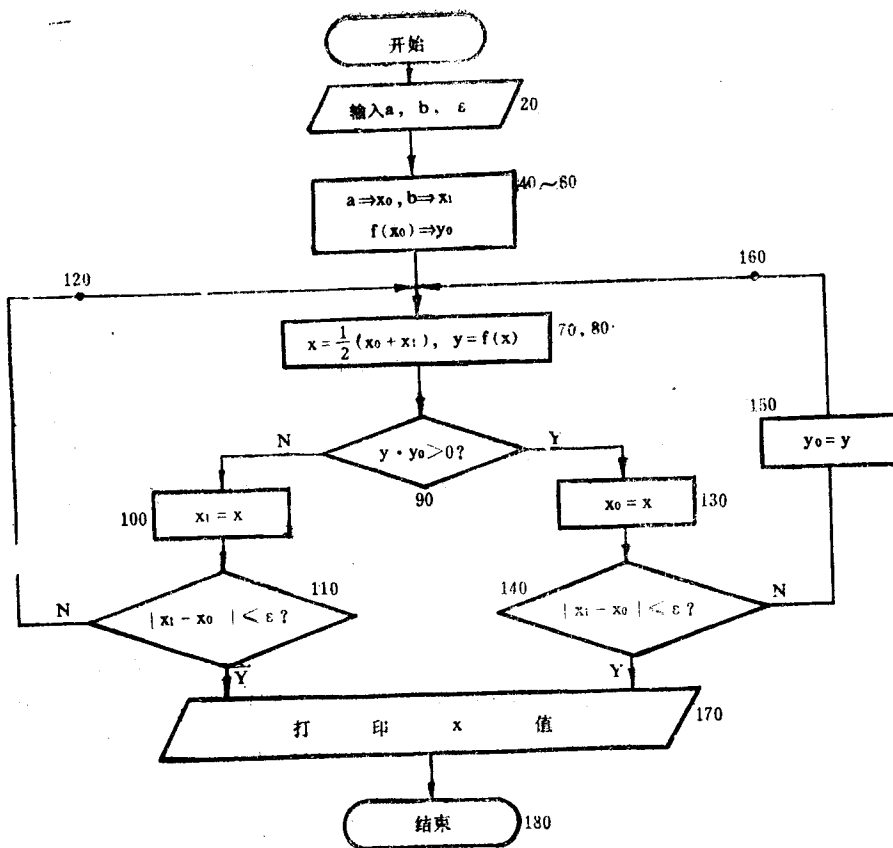


图 6-2

按框图可编写出如下程序:

```

10 PRINT "A,B,E=";
20 INPUT A,B,E
30 PRINT
40 X0=A
50 X1=B
60 Y0=X0↑3-X0-1
70 X=(X0+X1)/2
80 Y=X↑3-X-1
85 IF Y·Y0=0 GOTO 170
90 IF Y·Y0>0 GOTO 130
100 X1=X
110 IF ABS(X1-X0)≤E GOTO 170
120 GOTO 70
130 X0=X
140 IF ABS(X1-X0)≤E GOTO 170
150 Y0=Y
160 GOTO 70

```

```

170 PRINT "X=", X
180 END
RUN
A,B,E=? 1.3 , 1.4 , 1E-03?
X= 1.32422

```

【例111】 用“逐步扫描法”确定方程

$$x^3 - x - 1 = 0$$

的粗糙近似值——“初始近似值”。

【解】 用计算机解题，求方程的根通常分二步进行。第一步用“逐步扫描法”确定方程的某个粗糙近似值——即初始近似值。第二步将初始近似值“加工”成满足精度要求的根。

设有方程 $f(x) = 0$ ，其根的分布情况可能是很复杂的。假如在 $[a, b]$ 区间内，方程仅有一个实的单根 x^* ，我们可令 $x = a$ ，并按某个预选步长 h （ h 可正可负）一步步往前跨（ h 为正，往右跨。 h 为负，往左跨）。若发现某步的起点 $f(x_0)$ 和终点 $f(x_0 + h)$ 之值为异号或零时（即 $f(x_0) \cdot f(x_0 + h) \leq 0$ ），则 x^* 必定在 $[x_0, x_0 + h]$ 区间内。于是可把这时候的 x_0 或 $x_0 + h$ 作为方程 $f(x) = 0$ 的初始近似值。

用“逐步扫描法”确定方法 $x^3 - x - 1 = 0$ 的初始近似值的BASIC程序如下：

```

10 PRINT "A,H=",
20 INPUT A,H
30 PRINT
40 X0=A
50 Y0=X0^3-X0-1
60 X0=X0+H
70 IF (X0^3-X0-1)*Y0>0 GOTO 50
80 PRINT "X0=", X0-H, "OR", "X0=", X0
90 END

```

在不知道方程初始近似值到底在什么位置的情况下，往往把扫描起点定在原点（即令 $a = 0$ ），然后从原点出发，先往 x 轴右边跨（令 h 为正），若一直找不到初始近似值，可令 $a = 0$ ， h 为负，往 x 轴反方向（负向）向左逐步扫描。

本题若令 $a = 0$ ， $h = 0.1$ （从键盘输入），运行程序后可得如下结果：

```

RUN
A,H=? 0, 0.1?
X0= 1.3 OR X0= 1.4

```

即方程 $x^3 - x - 1 = 0$ 的根在 $[1.3, 1.4]$ 区间内。于是可用更小的步长，更好的算法计算出方程的精确根。

【例112】 用简单迭代法求方程 $x = e^{-x}$ 的根。要求先判断其收敛性，结果精确到 $\epsilon = 0.001$ 。

【解】 以 $h = 0.1$ ， $a = 0$ 代入上面例111题的程序，即可求出初始根为0.5或0.6。

令 $x_0 = 0.5$ ，则：

$$|g'(x)| = |-e^{-x}|_{x=0.5} \approx 0.606 < 1$$

只要 x 为正, $|g'(x)|$ 总是 < 1 。

故 $x_{k+1} = g(x_k)$ 收敛。

程序如下:

```

10 PRINT "X0,E=";
20 INPUT X0,E
30 PRINT
40 X1=EXP(-X0)
50 IF ABS(X1-X0)<=E GOTO 80
60 X0=X1
70 GOTO 40
80 PRINT "X=", X1
90 END
RUN
X0,E=? .5, 1E-03
X= .566907

```

【例113】 用“简单迭代法”求方程 $x^3 - x - 1 = 0$ 在 $x_0 = 1.3$ 附近的精确近似根 ($\varepsilon = 0.00001$)。

【解】 简单迭代法的基本思想是:

(1) 将方程 $f(x) = 0$ 化为 $x = g(x)$ 的形式;

(2) 用初始近似值 x_0 代入 $g(x)$ 求得 x_1 ;

(3) 若 $|x_1 - x_0| > \varepsilon$ (ε 为要求达到的精确度), 则将 x_1 代入 $g(x)$ 求得 $x_2, x_3, \dots$ 。

如此重复直到当 $|x_{k+1} - x_k| \leq \varepsilon$ 时, 则迭代结束。那末 x_{k+1} 或 x_k 即是方程的精确根 (严格地说应是较为精确的近似根)。

先将原方程化为 $x = g(x)$ 形式, 即:

$$x = \sqrt[3]{x+1} \quad (\text{或 } x = (x+1)^{\frac{1}{3}})$$

程序如下:

```

10 PRINT "X0,E=";
20 INPUT X0,E
30 PRINT
40 X1=(X0+1)^(1/3)
50 IF ABS(X1-X0)<=E GOTO 80
60 X0=X1
70 GOTO 40
80 PRINT "X=", X1
90 END
RUN
X0,E? 1.3, 1E-05
X= 1.32472

```

简单迭代法求方程根的优点是算法逻辑结构简单, 但其逼近速度慢, 且仅适合于

$x_{k+1} = g(x_k)$ 收敛的情况, 若 $g(x_k)$ 是发散的话, 用此法将永远找不到根。例如本题中若有如下迭代公式:

$$x_{k+1} = x_k^3 - 1 \quad (x = x^3 - 1)。$$

当 x_0 仍取 1.3 时, 则有:

$$x_1 = 1.197, x_2 = 0.715, x_3 = -0.635, \dots。$$

显然, 继续迭代下去已毫无价值, 因为 x_k 值将往 x 的负方向离精确近似根处越漂越远。

因此, 在使用迭代法前, 须先判断 $x_{k+1} = g(x_k)$ 是收敛还是发散。

判断 $x_{k+1} = g(x_k)$ 是发散还是收敛可用下面方法: 若 $g(x)$ 具有连续一阶导数, 且对所有 x , 若有 $|g'(x)| \leq q < 1$ (q 为定数), 那末 $x_{k+1} = g(x_k)$ 对于任意 x_0 均收敛, 且 q 越小, 其收敛速度越快。

【例114】 用“加速迭代法”求方程 $x = e^{-x}$ 在 $x_0 = 0.5$ 附近的一个根 ($\varepsilon = 0.000001$)。

【解】 加速迭代法的基本思想是:

令 $x^* = \lim_{k \rightarrow \infty} x_k$ 是满足方程 $x = g(x)$ 的根, $\bar{x}_{k+1}$ 为迭代 $k+1$ 次后所得的含有误差的实

根。利用微分中值定理, 则有 $|x^* - \bar{x}_{k+1}| \leq q |x^* - x_k|$ 。整理得

$$x^* - \bar{x}_{k+1} = \frac{q}{1-q} (\bar{x}_{k+1} - x_k), \text{ 这就是误差估计公式。}$$

倘若我们以上式等号右边的误差作为 $\bar{x}_{k+1}$ 的一种补偿, 则所得结果

$$x_{k+1} = \bar{x}_{k+1} + \frac{q}{1-q} (\bar{x}_{k+1} - x_k),$$

将是比 $\bar{x}_{k+1}$ 更接近 x^* 的一个好得多的结果, 于是就大大加速了迭代的进行。这就建立了一种所谓“迭代-加速公式”:

$$\begin{cases} \text{迭代: } \bar{x}_{k+1} = g(x_k) \\ \text{加速: } x_{k+1} = \bar{x}_{k+1} + \frac{q}{1-q} (\bar{x}_{k+1} - x_k) \end{cases}$$

由上题知, 方程 $x = e^{-x}$ 当 $x_0 = 0.5$ 时收敛, 且 $q = -0.6$ 。

用加速迭代法为本题编制的BASIC程序如下:

```
10 PRINT "X0,E,Q=",
20 INPUT X0,E,Q
30 PRINT
35 I=0
40 X1=EXP(-X0)
50 X1=X1+Q/(1-Q)*(X1-X0)
52 I=I+1
55 PRINT "X(", I, ")=", X1
60 IF ABS(X1-X0)<=E GOTO 110
70 X0=X1
100 GOTO 40
110 END
RUN
```

$$X_0, E, Q = 7.5, 1E-06, -0.6)$$

$$X(1) = .566582$$

$$X(2) = .567132$$

$$X(3) = .567143$$

$$X(4) = .567143$$

简单迭代法解本题需迭代10次，得到的精度仅为 $\varepsilon = 10^{-8}$ 。使用加速迭代法解本题，只需迭代三次，且精度达到 $\varepsilon = 10^{-8}$ 。所以加速的效果是相当显著的。

在“迭代-加速公式”中，加速过程由于不需要访问迭代函数 g ，故其计算量可以忽略不计。可以看到增添了这种加速过程取得了显著的效果。这说明了研究算法的重要意义。在其它例题中我们也会碰到类似情况。

【例115】 用牛顿迭代法求解方程 $x = e^{-x}$ 在 $x_0 = 0.5$ 附近的一个实根 ($\varepsilon = 0.000001$)。

【解】 牛顿法是求解方程 $f(x) = 0$ 的一种重要方法。这种方法的基本思想是，设法将非线性方程 $f(x) = 0$ 逐步转化为某种线性方程求解。

设 $f(x) = 0$ 是要求解的方程， x_0 是一个初始近似根。于是函数 $f(x) = 0$ 在 x_0 附近可用泰勒公式表示为：

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots$$

为了避开计算高阶导数，同时也由于采用了迭代法，可不断校正误差值，因此可近似地取泰勒公式的前二项表示为：

$$f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = 0。$$

这个近似方程是个线性方程。设 $f'(x_0) \neq 0$ ，解得：

$$x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

若取上式之 x 作为新近似根 x_1 ，此时 $|x_1 - x_0| > \varepsilon$ ，则继续将 x_1 代替上式中的 x_0 ，求得 x_2 ，依此类推，直至 $|x_{k+1} - x_k| \leq \varepsilon$ ，则迭代结束， x_k 或 x_{k+1} 便是方程 $f(x) = 0$ 的根。这种迭代方法称为牛顿法。

牛顿迭代公式的一般形式是：

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

这个公式可改写成如下形式：

$$f(x_k) + f'(x_k)(x_{k+1} - x_k) = 0，$$

可见迭代值 x_{k+1} 实际上是线性方程 $f(x_k) + f'(x_k)(x - x_k) = 0$ 的根。

牛顿法可用如图6-3的曲线表示。方程 $f(x) = 0$ 的根 x^* 在几何上表示曲线 $y = f(x)$ 与 x 轴的交点。设 x_k 是交点 x^* 的某个近似位置，过曲线 $y = f(x)$ 上的对应点 $P_k(x_k, f(x_k))$ 引切线，并将该切线与 x 轴的交点 x_{k+1} 作为根 x^* 的新的近似位置。注意到该切线的方程为

$$y = f(x_k) + f'(x_k)(x - x_k)，$$

这样得到的交点 x_{k+1} 必满足方程

$$f(x_k) + f'(x_k)(x - x_k) = 0，$$

因而就是牛顿公式的计算结果。故牛顿法也称切线法。

牛顿迭代法具有平方收敛性。

$$\text{令 } f(x) = e^{-x} - x,$$

$$\therefore f'(x) = -e^{-x} - 1.$$

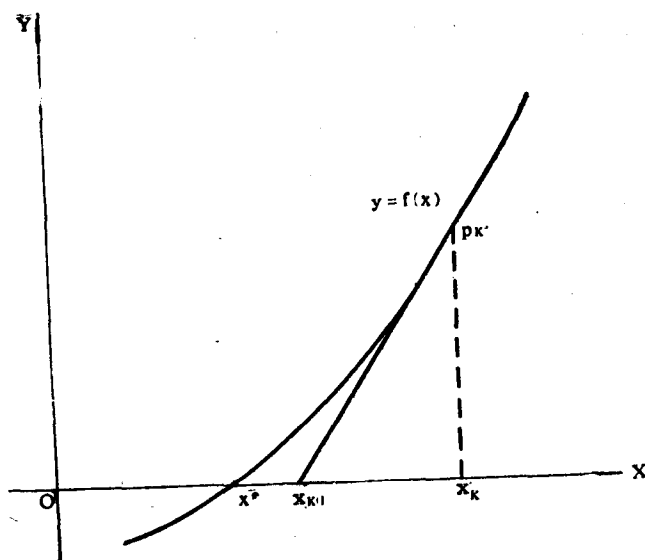


图 6-3

程序如下:

```

10 PRINT "X0,E =",
20 INPUT X0,E
30 PRINT
35 I=0
40 I=I+1
50 X1=X0+(EXP(-X0)-X0)/(EXP(-X0)+1)
60 PRINT "X(", I, ")=", X1
70 IF ABS(X1-X0)<=E GOTO 100
80 X0=X1
90 GOTO 40
100 END
RUN
X0,E=? .5 , 1E-06
X(1)= .566311
X(2)= .567143
X(3)= .567143
    
```

【例116】 用“快速弦截法”求方程 $e^{-x} - x = 0$ 的根。已知 $x_0 = 0.5$, $x_1 = 0.6$ 。要求精确到0.000001。

【解】 牛顿法的突出优点是收敛速度快。但其明显缺点是需要事先计算 $f'(x)$ ，如果函

数 $f(x)$ 比较复杂,使用牛顿法反而显得不方便。为避开计算导数,我们以差商

$$\frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}},$$

来代替牛顿公式中的导数 $f'(x_k)$ 。上式实际上是函数值增量与自变量增量之比,即

$$\Delta f(x) / \Delta x。$$

也即是 $f(x)$ 在 (x_{k-1}, x_k) 之间的平均变化率(图 6-4),故可近似地表示为 $f'(x)$ 之值。

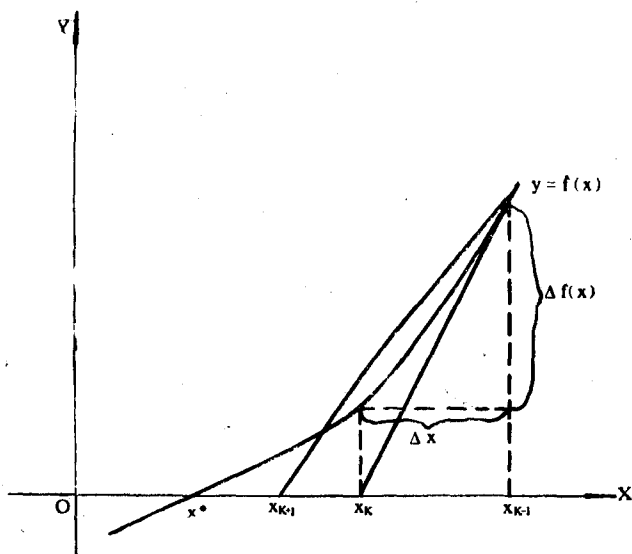


图 6-4

于是有如下快速弦截公式:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} = x_k - \frac{f(x_k) \cdot (x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}。$$

快速弦截法也是迭代法。不过,我们前面提到过的迭代法有个共同点,就是它们在计算 x_{k+1} 时只用到上一步的值 x_k ,这类迭代法称“一步迭代”。而快速弦截法在计算 x_{k+1} 时要用到前两步的结果 x_k, x_{k-1} 。因此快速弦截法是一种“多步迭代”。故在使用快速弦截公式时,计算前须先给出两个初始值 x_0, x_1 。

程序如下:

```

10 PRINT "X0,X1,E=";
20 INPUT X0,X1,E
30 PRINT
40 I=0
50 I=I+1
60 F0=EXP(-X0)-X0
70 F1=EXP(-X1)-X1
80 X=X1-F1/(F1-F0)*(X1-X0)
90 PRINT "X(", I, ")=", X
100 IF ABS(X-X0)<=E GOTO 140

```

```

110 X0=X1
120 X1=X
130 GOTO 50
140 END
RUN
X0,X1,E=? .5 , .6 , 1E-06
X(1)= .567545
X(2)= .567141
X(3)= .567143
X(4)= .567143

```

二、计算n次多项式的值

【例117】 编写计算n次多项式 $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ 在x处之值的BASIC通用程序。

【解】 在计算机上计算多项式的值，通常将多项式 $P(x)$ 改写成如下形式：

$$\begin{aligned}
 P(x) &= a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n \\
 &= (\dots((a_0x + a_1)x + a_2)x + \dots + a_{n-1})x + a_n.
 \end{aligned}$$

此法称“秦九韶法”，是我国宋代数学家秦九韶最先提出的。外国文献中以霍纳（Horner）命名此法，但较之秦九韶却晚了五、六世纪。

秦九韶法的特点在于，它通过一次式的反复计算（乘、加），归结为重复计算n个一次式 $(a_{i-1}x + a_i)$ 来实现。这在计算机程序里可以十分方便的实现。

设P单元为存放一次式 $"a_{i-1}x + a_i"$ 的结果。程序如下：

```

10 PRINT "N,X=",
20 INPUT N,X
30 PRINT
40 READ P
50 FOR I=1 TO N
60 READ P1
70 P=P*X+P1
80 NEXT I
90 PRINT "P=", P
100 END
110 DATA ..... (依次填入多项式各系数值)

```

现利用上面程序计算6次多项式 $P(x) = 8.3x^6 + 0.65x^5 - 2.3x^4 - 1.4x^3 + 4.7x^2 + 5.2x - 7.5$ 在 $x = 5.45$ 处之值。

先将DATA语句改写为：

```
110 DATA 8.3, 0.65, -2.3, -1.4, 4.7, 5.2, -7.5
```

将程序输入计算机后，运行程序，在键盘输入6和5.45，即可打印出如下结果：

RUN

N,X=? 6 , 5.452

P= 218529

如果上例中 x 有 M 个已知点 (设 $x=5.2, -7.5, 2, 5.4, 6.7, 7, 8.9$), 那末对应的多项式值可用如下的多个已知点通用程序来进行计算, 而无需分 M 次进行计算。

求多已知值 $x(m)$ 的 n 次多项式值的秦九韶解法的BASIC通用程序如下:

```
10 PRINT "N,M=",
20 INPUT N,M
30 PRINT
40 DIM P(N), X(M)
50 FOR I=0 TO N
60 READ P(I)
70 NEXT I
80 FOR J=0 TO M
90 READ X(J)
100 A=P(0)
110 FOR I=1 TO N
120 A=A * X(J)+P(I)
130 NEXT I
140 PRINT "X=", X(J), "P=", A
150 NEXT J
160 END
170 DATA <a0>, <a1>, ..., <an>
180 DATA <x1>, <x2>, ..., <xm>
```

现将DATA语句改写如下:

```
170 DATA 8.3, 0.65, -2.3, -1.4, 4.7, 5.2, -7.5
180 DATA 5.2, -7.5, 2, 5.4, 6.7, 7, 8.9
```

运行程序后, 人机回答记录如下:

RUN

N,M=? 6 , 72

X= 5.2 P= 6095.26

X= -7.5 P= 25873.3

X= 2 P= 130.7

X= 5.4 P= 7089.96

X= 6.7 P= 16813

X= 7 P= 20033.5

X= 8.9 P= 52344.3

三、计算数值积分

【例118】 试编写用梯形法计算定积分

$$y = \int_a^b f(x) dx$$

的通用BASIC子程序。

【解】 在实际问题中，常需要用到数值积分。很多数学分支，如微分方程和积分方程的求解，也都是以积分计算为基础的。

梯形法积分的基本思想是：

如图6-5，已知函数 $f(x)$ 在有限区间 (a, b) 上连续（分段连续也可以），则定积分

$$\int_a^b f(x) dx$$

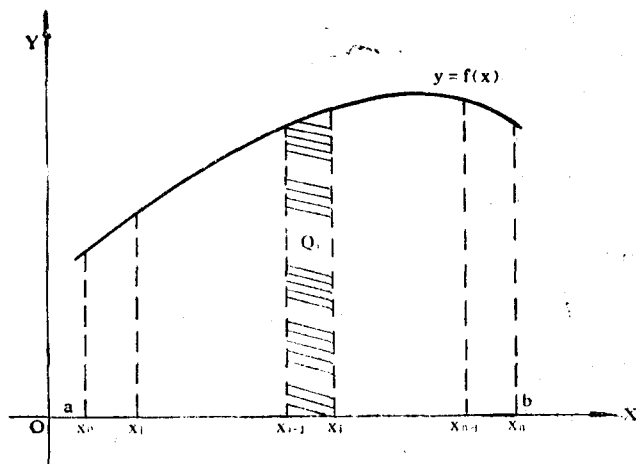


图 6-5

存在。若在 (a, b) 内 $f(x) > 0$ （实际计算时可为任意，这里是为了便于分析问题而假设的），则积分值就是曲线 $f(x)$ 与直线 $x=a$ ， $x=b$ 及 x 轴所围成的曲边梯形的面积。

将 (a, b) 分成 n 等分，则积分值 y 应为所有小曲边梯形的面积之和 $(\sum_{i=1}^n Q_i)$ 。以小梯形面积近似代替小曲边梯形面积，则有：

$$T_i = (x_i - x_{i-1}) \cdot \frac{f(x_i) + f(x_{i-1})}{2} = \frac{b-a}{n} \cdot \frac{f(x_i) + f(x_{i-1})}{2},$$

$$\therefore y = \int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n T_i = \sum_{i=1}^n \left[\frac{b-a}{n} \cdot \frac{f(x_{i-1}) + f(x_i)}{2} \right].$$

若以 h 表示 $\frac{b-a}{n}$ （即每个小梯形的高），则有：

$$\int_a^b f(x) dx \approx h \sum_{i=1}^n \left[\frac{f(x_{i-1}) + f(x_i)}{2} \right].$$

为了不使计算函数 $f(x_i)$ 的工作重复，将上式展开后作如下演变和整理：

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &= h \left[\frac{f(x_0) + f(x_1)}{2} + \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \right. \\ &\quad \left. + \dots + \frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2} \right] \\ &= h \left[\frac{f(x_0) + f(x_n)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right]. \end{aligned}$$

这就是可在计算机上较为方便地进行计算定积分

$$y = \int_a^b f(x) dx$$

之值的梯形法求积公式。当上式的 n 值足够大时, 积分值就与理论值相差无几了。

用梯形求积公式编写的通用子程序如下:

```

500 REM SUBROUTINE T-INTEGRATION
510 H = (B - A) / N
520 T = (FNF(A) + FNF(B)) / 2
530 FOR X = A + H TO B - H STEP H
540 T = T + FNF(X)
550 NEXT X
560 T = T * H
570 RETURN

```

现调用上面子程序, 计算定积分

$$y = \int_0^1 e^{-x^2} dx \quad (\text{取 } n = 100)。$$

主程序可以这样编写:

```

10 REM MAIN PROGRAM FOR T-INTEGRATION
20 PRINT "A,B,N=",
30 INPUT A,B,N
40 PRINT
50 DEF FNF(X) = EXP(-X * X)
60 GOSUB 500
70 PRINT "THE INTEGRATION VALUE IS, "; T
80 END
RUN
A,B,N=? 0, 1, 100
THE INTEGRATION VALUE IS, .746818

```

【例119】 试编写用辛普生 (Simpson) 求积公式计算定积分

$$y = \int_a^b f(x) dx$$

之值的通用BASIC子程序。并编写调用此通用子程序计算定积分

$$y = \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$$

之值的BASIC主程序。

【解】 利用二端点 a, b 作结点所构成的一次多项式, 是一条过 $(a, f(a)), (b, f(b))$ 的直线:

$$p_1(x) = \frac{x-b}{a-b} f(a) + \frac{x-a}{b-a} f(b)。$$

所以用二点公式所求得积分值即是梯形公式:

$$T = \frac{b-a}{2} [f(a) + f(b)]$$