

CHUANBO YUANLI 船舶原理

主编◆刘雪梅 主审◆丁 勇



哈尔滨工程大学出版社

全日制高等职业技术学院教材

船 舶 原 理

主编 刘雪梅

主审 丁 勇

哈尔滨工程大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

船舶原理/刘雪梅主编. —哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2005

ISBN 7-81073-654-X

I. 船… II. 刘… III. 船舶原理 IV. U661

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 000831 号

内 容 简 介

全书共分两部分,第一部分为船舶静力学,研究船舶在不同情况下的浮性、稳性和抗沉性等问题,同时介绍了几种近似计算的方法,以及船舶的下水计算,并附有计算实例;第二部分为船舶动力学,研究船舶的阻力、推进、操纵及摇摆等问题,附有螺旋桨设计图谱,并举例介绍了图谱设计船舶螺旋桨的方法。

本书为高等职业学院船舶制造技术专业教材,也可供有关专业技术人员参考。

哈尔滨工程大学出版社出版发行
哈尔滨市南通大街145号 哈尔滨工程大学11号楼
发行部电话:(0451)82519328 邮编:150001
新华书店经销
哈尔滨工业大学印刷厂印刷

*

开本 787mm×1 092mm 1/16 印张 15.5 字数 350 千字

2005 年 2 月第 1 版 2005 年 8 月第 2 次印刷

印数:1 001—2 000 册

定价:23.00 元

前 言

本书是根据高等职业学院船舶工程系船舶制造技术专业“船舶原理”课程的教学大纲编写而成,适用于三年制、五年制高等职业教育船舶制造技术专业学生使用,也可供有关专业技术人员参考。

本教材以现代高职人才培养目标为出发点,始终围绕高等职业教育的特点,注重教学内容的实用性,具有较强的针对性。在内容的编写上,以“必需和够用”为原则,紧扣大纲,深度、广度适中,体现了理论和实践的结合。全书通俗易懂,实用性强,便于组织教学。

全书共九章,第一至第六章属于船舶静力学范畴,船舶静力学是船体专业一门经典课程,在船舶设计、建造以及营运中都要运用这些知识,是研究船舶在不同情况下的浮性、稳性和抗沉性等问题。第七至第九章属于船舶动力学范畴,船舶动力学研究船舶的阻力、推进、操纵及摇摆等问题,动力学部分只对这些内容作一般性的介绍,不系统地、严格地讨论有关定理及推导有关公式,力求从物理意义上给予明确的解释。

需要指出的是,由于多种复杂的原因,国内外与船舶工程相关的设计、建造、检验及航运部门至今仍习惯地沿用着为数不少的已废弃的专业名词术语,并仍大量地使用着工程制单位系统,甚至是英制单位系统。鉴于历史传统和行业特点的原因,本教材在尽力倡导使用统一规范的专业名词术语和法定计量单位的同时,也不可回避地使用了非法定计量单位和习惯通用的专业名词术语。本教材中但凡使用工程制单位或英制单位之处,作者都将其物理量的最终单位转化为国家推广使用的法定计量单位,并在附录中列出了相关单位制常用基本量之间的转换关系。

本教材的绪论及第一、二、三、四章由刘雪梅编写,第五章由魏莉洁编写,第六章由龚建松编写,第七章由杨文林编写,第八、九章由王宏编写。全书由刘雪梅担任主编,哈尔滨工程大学丁勇教授担任主审。

本教材在编写过程中听取了全国有关院校船体专业及设计、检验、生产等单位的意见,并得到了不少同行专家教授的帮助和支持,在这里致以真挚的谢意。

另外,本教材在编写过程中,尽管借鉴了其他专业教材的有益内容,并充分考虑通过什么样的教学内容和教学方式来实现专业能力培养的问题,但由于编者水平有限,书中有些问题可能考虑不周,疏漏与错误之处也在所难免,竭诚欢迎读者批评指正,从而使本教材获得进一步的改进和完善。

编 者

2004年10月

目 录

绪 论	1
第一章 船体形状及近似计算	2
第一节 主尺度、船型系数和尺度比	2
第二节 船体型线图	4
第三节 近似计算	7
第四节 近似计算的应用	14
第五节 积分曲线的计算及其特性	15
第六节 提高计算精确度的方法	18
习题一	19
第二章 浮 性	22
第一节 浮性概述	22
第二节 船舶重量及重心位置计算	24
第三节 船舶排水体积及浮心位置计算	26
第四节 浮性曲线及其特性	29
第五节 船舶在纵倾状态下排水体积和浮心位置的计算	31
第六节 储备浮力及载重标记	33
第七节 水域密度改变时船舶浮态的变化	34
习题二	35
第三章 初稳性	37
第一节 船舶稳性概述	37
第二节 浮心的移动、稳心及稳心半径	38
第三节 初稳心公式、稳心高度	40
第四节 船舶静水力曲线	41
第五节 载荷移动对船舶浮态及初稳性的影响	47
第六节 载荷装卸对船舶浮态及初稳性的影响	49
第七节 自由液面对船舶初稳性的影响	53
第八节 悬挂载荷对船舶初稳性的影响	54
第九节 船舶进坞和搁浅对初稳性的影响	56
第十节 船舶在各种装载下的初稳性和浮态计算	58
第十一节 船舶倾斜试验	60
习题三	61
第四章 大倾角稳性	63
第一节 静稳性曲线	63
第二节 静稳性曲线的计算	65
第三节 动稳性	68

第四节 船舶稳性校核	73
第五节 船体几何要素对稳性的影响	75
习题四	77
第五章 抗沉性	79
第一节 进水舱的分类和渗透率	79
第二节 舱室进水后船舶浮态及稳性计算	81
第三节 可浸长度的计算	88
习题五	93
第六章 船舶下水计算	95
第一节 纵向下水布置概述	95
第二节 下水阶段的划分	96
第三节 下水曲线图	100
第四节 滑道压力的计算	102
第五节 下水计算实例	104
第六节 下水动力学概述	109
习题六	113
第七章 船舶阻力	115
第一节 船舶阻力概述	115
第二节 流体的粘性与牛顿内摩擦定律	116
第三节 伯努利方程	117
第四节 船舶阻力分类	120
第五节 阻力的相似理论与傅汝德假定	122
第六节 船舶航行时所遇到的阻力	126
第七节 船型对阻力的影响	134
第八节 阻力近似计算	137
第九节 船舶阻力的三因次换算	144
第十节 波形测量与尾流测量	145
第十一节 船舶在限制航道中的阻力	150
习题七	150
第八章 船舶推进	152
第一节 推进器的类型	152
第二节 螺旋桨的几何形状	154
第三节 螺旋桨的基础理论	159
第四节 螺旋桨的水动力性能	165
第五节 螺旋桨与船体间的相互作用	168
第六节 螺旋桨的空泡现象	172
第七节 螺旋桨的强度校核	176
第八节 按图谱设计螺旋桨	179
第九节 船体—螺旋桨—主机的配合问题	191
第十节 螺旋桨总图的绘制	192

习题八	195
第九章 船舶操纵与摇摆	198
第一节 船舶的操纵性	198
第二节 舵的作用原理	200
第三节 舵的水动力特性	203
第四节 船舶操纵运动方程	208
第五节 船舶的摇荡运动	211
第六节 船舶在静水中的摇荡	213
第七节 船舶在波浪中的摇荡	217
第八节 减摇装置	221
习题九	223
附录一 AU 型叶切面尺寸表	225
附录二 改进 AU 型(MAU 型)叶切面尺寸表	226
附录三 螺旋桨设计图谱	227
附录四 常用非法定计量单位与法定计量单位换算表	236
参考文献	237

绪 论

船舶原理是一门研究船舶航海性能的学科,它是流体力学的一个分支,因此也可以称为船舶流体力学。船舶的航海性能主要指以下几个方面:

1. 浮性 船舶在装载一定载荷情况下仍能浮于一定水面位置的能力。
2. 稳性 船舶受外力作用离开平衡位置倾斜而不致倾覆,当外力消除后仍能回复到原来平衡位置的能力。
3. 抗沉性 船舶遭受海损事故而使舱室进水,但仍能保持一定的浮性和稳性而不致沉没或倾覆的能力。
4. 快速性 或称速航性,船舶在其动力装置产生一定功率的情况下能达到规定航速的能力。包括两个方面:一个方面是研究船舶航行时所遭受的阻力,另一个方面是研究推进器。研究阻力的目的在于掌握阻力的变化规律,从而改善船型,降低船舶所遭受的阻力,目前探求阻力变化规律还是以试验作为主要手段,即对实船和船模进行大量的试验研究;研究推进器的目的在于设计出符合给定要求的高效率的推进器,随着电子计算机的发展,船舶螺旋桨的理论更加完善,另一方面,桨模系列试验也日益扩大和完整,这就使得按图谱设计螺旋桨变得更加可靠和方便。
5. 适航性 或称耐波性,船舶在风浪海况下航行时具有和缓与微小的摇摆能力。船舶的横摇、纵摇及升沉等运动统称为船舶摇摆,研究耐波性的目的在于掌握船舶摇摆等规律,采取措施以减缓船舶摇摆等性能。
6. 操纵性 船舶在航行中保持运动状态的能力(即航向稳定性),或者根据需要迅速改变运动状态的能力(即机动性)。它的研究对象包括两个方面,一个方面是船舶本身对操纵性能的影响,另一个方面是保证操纵性的设备——舵。

船舶原理通常分为船舶静力学和船舶动力学两大部分。

船舶静力学以流体静力学为基础,研究船舶在不同装载工况下的浮性、稳性和抗沉性等问题。船舶静力学是船舶设计、建造和营运的一门重要的专业课程。在船舶静力学这门课程中,一般依次讨论船舶的浮性、小倾角稳性(或称初稳性)、大倾角稳性及抗沉性等,此外还包括船舶下水计算部分。船舶静力学的任务就是研究船舶浮性和稳性要素的计算原理,以及这些要素与船舶的主尺度、形状和装载情况之间的关系,制订计算这些要素的实用计算方法。计算通常包括:船舶静水力性能计算、船舶在各种装载情况下的浮态及初稳性计算、船舶在各种装载情况下的稳性校核计算、抗沉性计算及下水计算等。

船舶动力学以流体动力学为基础,研究船舶的阻力、推进、摇摆及操纵等问题。

第一章 船体形状及近似计算

船体的几何形状,特别是它的水下部分与船舶的航海性能有着密切的关系,因此在研究各项船舶性能之前,首先要了解船体几何形状表示方法,即船的特征尺度的定义及船体曲面的图形表示方法。同时,本章对近似计算的方法进行必要的讨论。

第一节 主尺度、船型系数和尺度比

一、船体主尺度

船体主尺度是表示船体外形大小的基本数据,通常有以下几个,见图 1-1。

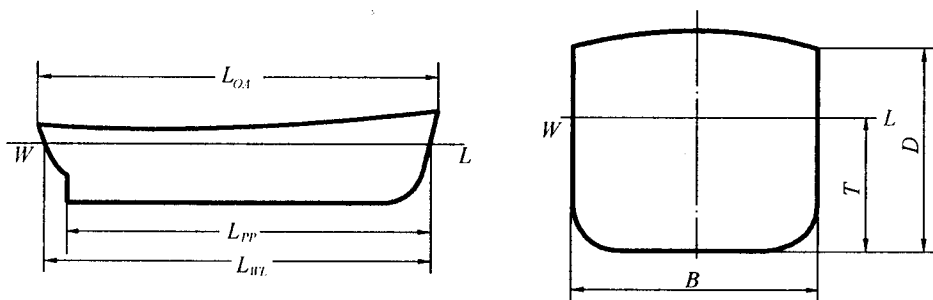


图 1-1

1. 总长(L_{OA}) 包括上层建筑在内,船体型表面最前端和最后端之间的水平距离。

2. 设计水线长(L_{WL}) 设计水线与船艏轮廓线交点之间的水平距离。

3. 垂线间长(L_{PP}) 船垂线与尾垂线之间的水平距离。

船垂线 过设计水线与船轮廓线的交点所做的垂线。

艏垂线 过设计水线与舵杆中心线(或舵柱后缘)的交点所做的垂线。

4. 型宽(B) 船体型表面之间垂直于中线面的最大水平距离。船舶静力学计算中,型宽均指设计水线处的船宽。

5. 型深(D) 在船的中横剖面处,甲板边线(无特殊说明,通常指上甲板边线)至基线间的垂直距离。

6. 吃水(T) 在船的中横剖面处,设计水线至基线间的垂直距离。

7. 干舷(F) $F = D - T + (t)$, t 指甲板厚度。

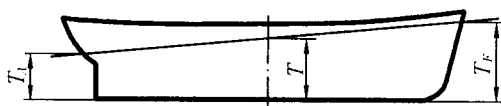


图 1-2

另外,当船舶具有纵倾时(图 1-2),

吃水又分为艏吃水 T_F 、艉吃水 T_A ，以及平均吃水 $T = \frac{1}{2}(T_F + T_A)$ 。

当 $T_F > T_A$ 时，称艏纵倾；当 $T_F < T_A$ 时，称艉纵倾。

二、船型系数

船型系数是表征船体水下部分形状肥瘦程度的无因次系数。它们与船舶航海性能有着密切的关系，这些系数对分析船型和船舶性能等有很大的用处。

1. 水线面系数 C_{WP}

与基平面平行的任一水线面的面积 A_w 和由船长 L 、型宽 B 所构成的长方形面积之比，即

$$C_{WP} = \frac{A_w}{LB} \quad (1-1)$$

这一系数表征船舶水线面的肥瘦程度，其范围约在 0.70 ~ 0.90 之间。

2. 中横剖面系数 C_M

中横剖面在水线以下的面积 C_M 与由型宽 B 、吃水 T 所构成的长方形面积之比，即

$$C_M = \frac{A_M}{BT} \quad (1-2)$$

这一系数表征船舶中横剖面的肥瘦程度，其范围约在 0.80 ~ 0.99 之间。

3. 方形系数 C_B

船体水线以下的型排水体积 ∇ 与由船长 L 、型宽 B 、吃水 T 所构成的长方体体积之比，即

$$C_B = \frac{\nabla}{LBT} \quad (1-3)$$

这一系数表征船体总的肥瘦程度，丰满船型其范围约在 0.65 ~ 0.85 之间，瘦削船型其范围约在 0.40 ~ 0.65 之间。

4. 棱形系数 C_P

又称纵向棱形系数，船体水线以下的型排水体积 ∇ 与由相对应的中横剖面面积 A_M 、船长 L 所构成的柱形体体积之比，即

$$C_P = \frac{\nabla}{A_M L} \quad (1-4)$$

这一系数表征船舶排水量沿船长的分布情况，其范围约在 0.50 ~ 0.80 之间。

5. 竖向棱形系数 C_{VP}

又称垂向棱形系数，船体水线以下的型排水体积 ∇ 与由相对应的水线面面积 A_w 、吃水 T 所构成的柱形体体积之比，即

$$C_{VP} = \frac{\nabla}{A_w T} \quad (1-5)$$

这一系数表征船舶排水量沿吃水的分布情况，其范围约在 0.65 ~ 0.90 之间。

这五个船型系数的相互关系如下

$$C_P = \frac{\nabla}{A_M L} = \frac{C_B L B T}{C_M B T L} = \frac{C_B}{C_M} \quad (1-6)$$

$$C_{VP} = \frac{\nabla}{A_w T} = \frac{C_B L B T}{C_{wp} L B T} = \frac{C_B}{C_{wp}} \quad (1-7)$$

三、船舶主尺度比

除船型系数外,还经常采用尺度比来反映主尺度之间的关系,并利用这些比值来预估船体各项性能的差异。与船舶航海性能有密切关系的船舶主尺度比是:

1. 长宽比 $\frac{L}{B}$ 与船舶快速性有关,例如高速船,长宽比值越大,船越细长,在水中航行时所受到的兴波阻力越小;
2. 船宽吃水比 $\frac{B}{T}$ 与船舶稳性、快速性和航向稳定性有关;
3. 型深吃水比 $\frac{D}{T}$ 与船舶稳性、抗沉性、船体强度和船体的容积有关;
4. 船长吃水比 $\frac{L}{T}$ 与船舶回转性有关,比值越小,船越短小,回转越灵敏。

第二节 船体型线图

型线图是表示船体形状和大小的图样。为了使船舶具有良好的航海性能,船体外板的表面通常是一个具有纵向和横向双重曲度的光滑曲面,为了减少上浪以及能够迅速排除甲板积水,露天甲板一般也是光滑曲面,因此船体的真实形状不能用正投影三视图完整地表达。目前,表达船体形状最常用的方法是图示法,即用船体型线图来描述船体的形状特征。型线图所表示的船体形状为船体型表面,钢船的型表面为船壳的内表面,水泥船和木船则为船壳的外表面。

型线图由三视图、型值表和主尺度三部分组成,如图 1-3 所示。

一、型线图的三视图

型线图的三视图由纵剖线图、横剖线图和半宽水线图组成。

1. 横剖面图

在设计水线长度或垂线间长度范围内,沿船长方向平行于横中剖面取 20 个等间距的横截面,将各横剖面所截得的船体外形曲线叠置在横中剖面上即得横剖面图。各横剖面自船尾至船首依次编号(称为站号),0 ~ 10 站为尾半段,10 ~ 20 站为首半段,第 10 站即为横中剖面。由于船体左右对称,各横剖面只需画出半边即可。习惯上,将尾半段的横剖面画在左边,首半段的画在右边。在艏艉变化剧烈处,可增设 1/2 站或 1/4 站。在型线图中,通常不画出甲板线的实际形状,只是将各站甲板边缘的高度连接起来,称为甲板边线。

在我国船舶设计部门中,习惯上对民用船的各横剖面从船尾至船首依次编号,而军用船的各横剖面则从船首至船尾依次编号。一般对大型海船需编 20 个站号,而对内河小船则通常编 10 个站号即可。

理论型值表

站号	半 宽						高 度											
	船底 线	600 水线	1200 水线	2400 水线	3600 水线	4800 水线	6000 水线	上甲板 边线	折角 线	舷楼 甲板 边线	舷墙 顶线	1200 纵剖线	2400 纵剖线	3600 纵剖线	4800 纵剖线	上甲板 边线	舷楼甲 板边线	舷墙 顶线
解封板																		
0																		
1	130	430	508	660	1330	2680	4230	3820	2480	3900	3900	5620	7090	6735		7090		8190
2	500	1280	1580	2060	2870	4100	5420	5120	5220	5220	5220	3472	4740	5500	6480	6955		8053
3	1090	2200	2760	3510	4290	5200	6100	5965	6020	6020	6020	500	5700	5500	5415	6750		7850
4	1600	3250	3890	4710	5330	5860	6310	6555	6400	6400	6400	20	775	2540	4300	6423		7675
5	2260	4250	4850	5580	5985	6240	6400	6400	6400	6400	6400		140	895	2510	6295		7525
6	3040	5070	5385	6100	6505	6370	6400	6400						260	1110	6200		7300
7	3840	5665	6095	6355	6400	6400	6400	6400						40	405	6200		7300
8	4440	5965	6305	6400	6400	6400	6400	6400							140	6200		7300
9	4750	6023	6337	6400	6400	6400	6400	6400							22	6200		7300
10	4750	6023	6337	6400	6400	6400	6400	6400								6200		7300
11	4750	6023	6337	6400	6400	6400	6400	6400							1	6200		7300
12	4750	6023	6337	6400	6400	6400	6400	6400							1	6200		7300
13	4750	6023	6337	6400	6400	6400	6400	6400							1	6200		7300
14	4390	5910	6245	6570	6385	6400	6400	6400								6200		7300
15	3200	5348	5986	6260	6350	6360	6390	6400							55	6200		7300
16	1900	4760	5365	5805	5995	6095	6180	6200							10	6200		7300
17	810	3525	4235	4855	5140	5280	5490	5570							145	6215		7313
18	155	1915	2630	3350	3695	3895	4220	4370							650	6258		7558
19	75	560	1000	1485	1785	2028	2440	2620							3153	6328		8659
20															7995	6390		9230
															5865	8825		9891
															6443	9180		9891

主 尺 度

总长 71.82 m

垂线间长 66.00 m

型宽 12.80 m

型深 6.20 m

吃水 4.80 m

排水体积 2 941 m³

方型系数 0.725

艀舷弧 0.245 m

艀舷弧 0.753 m

梁拱 0.250 m

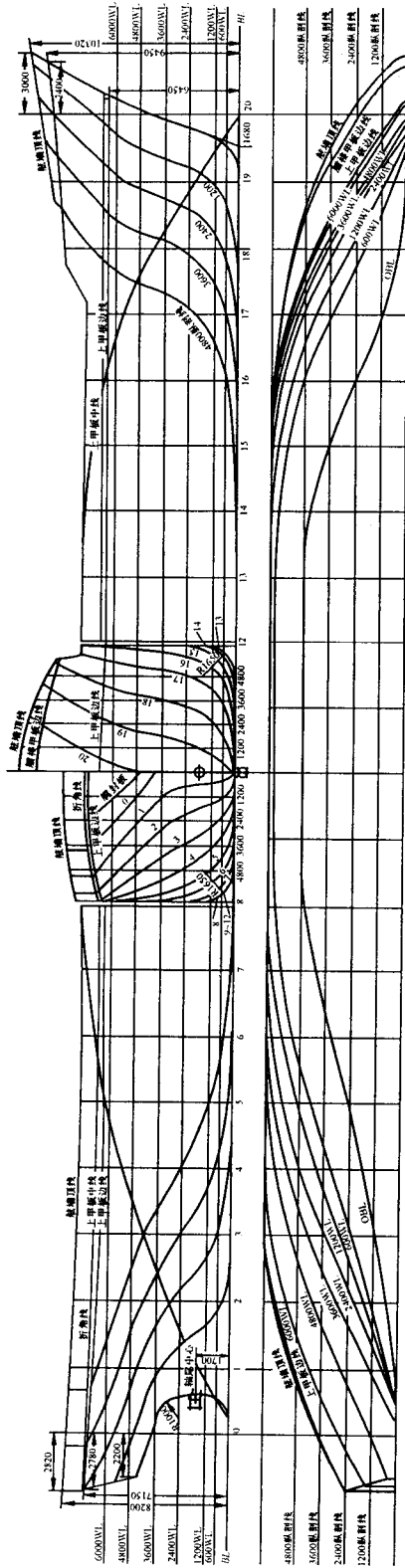


图 1-3

2. 水线面图

沿吃水方向平行于设计水线面取若干个水平截面,将各水平剖面所截得的船体外形曲线叠置在同一水平面上即得水线面图。水线的根数一般在设计水线以下取 5 ~ 7 根,设计水线以上取 1 ~ 2 根。为了计算及施工方便,各水线应作等分且取整数,但不一定按设计水线等分(设计水线应绘出)。各水线自基线向上依次编号。由于船体左右对称,每一水线面只需画出半边即可,故在习惯上称为半宽水线图或半宽图。此外在半宽图上还需画出上甲板边线、首楼甲板边线和舷墙边线等,以反映出它们的俯视轮廓。

3. 纵剖面图

沿船宽方向平行于纵中剖面取若干个纵剖面,将各纵剖面所截得的船体外形曲线(称为纵剖线)叠置在纵中剖面上即得纵剖面图。纵剖线数目视船的宽度及曲线的复杂程度而定,一般取 2 ~ 4 根。各纵剖线通常自纵中剖面开始往舷侧依次编号。有时为了校核艏部方向型线的光顺性,可以增绘 1 ~ 2 根斜剖线。

型线图就是由上述三组互相垂直的剖面轮廓图形所组成,因而型线图也是三视图的一种表现形式。纵剖面图相当于正视图,半宽水线图相当于俯视图,横剖面图则相当于左视图。在绘制型线图时,以上三个剖面的型线必须光顺,投影应相互吻合。

型线图的比例尺视船的大小而定,以所绘的型线图线条清晰、相互位置适中、线型描述完整为确定图面大小的基本要求,同时必须考虑读图与尺寸换算的方便来选择型线图的比例大小。通常选用的型线图比例尺为 1/100、1/50 及 1/25。

二、型值表

曲线的投影主要是通过曲线上的若干点的投影来得到的,点的投影则是由点的空间位置的坐标值(X, Y, Z)来得到的,同样,船体上的曲线也是通过曲线上的若干点的投影求得的。决定船体型线空间位置的各点的坐标值称为型值。型值表是记录型线图上各型线交点型值的一种表格,它分为两部分。

1. 表的左边部分(半宽值)

表中的横栏表示每根横剖线与各水线、甲板边线、外板顶线、舷墙顶线交点的半宽值(毫米);纵栏则表示了每根水线、甲板边线、外板顶线、舷墙顶线与各横剖线交点的半宽值。

2. 表的右边部分(高度值)

表中的横栏表示每根横剖线与各纵剖线、甲板边线、外板顶线、舷墙顶线的交点的高度值(毫米);纵栏则表示每根纵剖线及甲板边线、外板顶线、舷墙顶线与各横剖线交点的高度值。

三、主要数据

在型线图上,一般应给出下列关于船体的主要数据:

1. 总长;
2. 设计水线长或垂线间长;
3. 型宽;
4. 型深;
5. 设计吃水;
6. 设计排水量;

7. 站距;

8. 船型系数;

9. 梁拱。

以及其他需要表述的关键数据。

第三节 近似计算

在船舶性能计算中,经常需要计算面积、体积以及它们的几何形心,船舶的稳性计算,还需要计算惯矩等。这些计算可以通过定积分的方法求得,但是船体型线通常不能用明确的函数式表达,因此只能根据定积分原理,利用型线图或型值表,采用近似计算的方法即数值积分的方法进行计算。

一、梯形法

梯形法的原理是以折线近似地代替曲线。

求图 1-4 所示曲线 CD 包围的面积,可将其在 x 方向分成等间距的数段,以折线代替曲线 CD ,求各个梯形面积 S ,然后相加即得。

$$S_1 = \frac{1}{2}(y_0 + y_1)h$$

$$S_2 = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)h$$

$$S_3 = \frac{1}{2}(y_2 + y_3)h$$

$$S_4 = \frac{1}{2}(y_3 + y_4)h$$

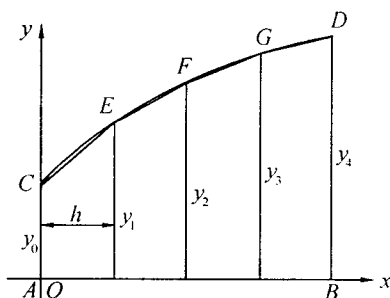


图 1-4

则曲线 CD 下的面积近似地等于上述各梯形面积之和,即

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \frac{1}{2}h[(y_0 + y_1) + (y_1 + y_2) + (y_2 + y_3) + (y_3 + y_4)] \\ &= h\left[(y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4) - \frac{1}{2}(y_0 + y_4)\right] \end{aligned}$$

如将底边分成 n 等分,则梯形法的面积计算公式可写作

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=1}^n S_i = \frac{1}{2}h[(y_0 + y_1) + (y_1 + y_2) + \cdots + (y_{n-1} + y_n)] \\ &= h\left[(y_0 + y_1 + y_2 + \cdots + y_n) - \frac{1}{2}(y_0 + y_n)\right] \end{aligned}$$

写成普遍形式为

$$S = \int_0^{nh} y dx = h\left[\sum_{i=0}^n y_i - \frac{1}{2}(y_0 + y_n)\right]$$

式中 $\sum_{i=0}^n y_i$ ——各纵坐标总和,记作 Σ' ;
 $\frac{1}{2}(y_0 + y_n)$ ——修正值,记作 ϵ ;

$\sum' - \epsilon$ ——修正后总和,记作 $\sum$ 。

则梯形法计算公式

$$S = h \sum \quad (1-8)$$

梯形法在计算时采用表格的形式,见表 1-1。

二、辛浦生法

辛浦生法的原理是以抛物线近似地代替曲线。以二次抛物线近似地代替实际曲线的计算方法称辛浦生第一法,以三次抛物线近似地代替实际曲线的计算方法称辛浦生第二法。

1. 辛浦生第一法

求图 1-5 所示曲线包围的面积。设曲线方程为

$$y = f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

先计算面积 S_1 , 然后推广求得普

遍公式。

由定积分公式得

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_0^{2h} f(x) dx \\ &= \int_0^{2h} (a_0 + a_1 x + a_2 x^2) dx \\ &= \left(a_0 x + \frac{1}{2} a_1 x^2 + \frac{1}{3} a_2 x^3 \right) \Big|_0^{2h} \\ &= 2a_0 h + 2a_1 h^2 + \frac{8}{3} a_2 h^3 \end{aligned}$$

(1-9)

同时取面积表达式

$$S_1 = \alpha y_0 + \beta y_1 + \gamma y_2 \quad (1-10)$$

根据曲线方程得

$$\begin{aligned} \text{当 } x = 0, \quad y_0 &= f(x_0) = a_0 \\ \text{当 } x = h, \quad y_1 &= f(x_1) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 \\ \text{当 } x = 2h, \quad y_2 &= f(x_2) = a_0 + 2a_1 h + 4a_2 h^2 \end{aligned}$$

将以上关系代入式(1-10)中得

$$\begin{aligned} S_1 &= \alpha a_0 + \beta(a_0 + a_1 h + a_2 h^2) + \gamma(a_0 + 2a_1 h + 4a_2 h^2) \\ &= a_0(\alpha + \beta + \gamma) + a_1 h(\beta + 2\gamma) + a_2 h^2(\beta + 4\gamma) \end{aligned} \quad (1-11)$$

将式(1-9)与式(1-11)比较得

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 2h \\ \beta + 2\gamma = 2h \\ \beta + 4\gamma = \frac{8}{3}h \end{cases}$$

解此方程组得

表 1-1 梯形法计算表格

坐标号	坐标值
0	y_0
1	y_1
2	y_2
$\vdots$	$\vdots$
$n-1$	y_{n-1}
n	y_n
总 和	$\sum'$
修 正 值	ϵ
修正后总和	$\sum$

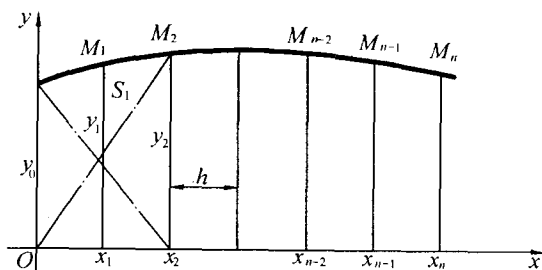


图 1-5

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{3}h \\ \beta = \frac{4}{3}h \\ \gamma = \frac{1}{3}h \end{cases}$$

于是

$$S_1 = \int_0^{2h} f(x) dx = \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2)$$

同理可得

$$S_2 = \frac{h}{3}(y_2 + 4y_3 + y_4)$$

$\vdots$

$$S_n = \frac{h}{3}(y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n)$$

将所有面积相加便得

$$S = \sum_{i=1}^n S_i = \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \cdots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n)$$

式中 $[1, 4, 2, 4, \cdots, 2, 4, 1]$ 称辛氏乘数, 记作 $S \cdot M$, 辛浦生第一法具体计算见表格1-2。

表 1-2 辛浦生第一法计算表格

坐标号	坐标值	$S \cdot M$	乘积
0	y_0	1	y_0
1	y_1	4	$4y_1$
2	y_2	2	$2y_2$
3	y_3	4	$4y_3$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n-2$	y_{n-2}	2	$2y_{n-2}$
$n-1$	y_{n-1}	4	$4y_{n-1}$
n	y_n	1	y_n
总和			Σ

辛浦生第一法计算公式为

$$S = \frac{h}{3} \Sigma \quad (1-12)$$

辛浦生第一法适用条件为

n 一定是偶数

2. 辛浦生第二法

曲线方程式为

$$y = f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

与辛浦生第一法推导过程相似,可以得出以下结论

$$S = \sum_{i=1}^n S_i = \frac{3}{8} h (y_0 + 3y_1 + 3y_2 + 2y_3 + \cdots + 2y_{n-3} + 3y_{n-2} + 3y_{n-1} + y_n)$$

式中 $[1, 3, 3, 2, 3, 3, 2, \cdots, 2, 3, 3, 1]$ 称辛氏乘数,记作 $S \cdot M$, 辛浦生第二法具体计算见表格 1-3。

表 1-3 辛浦生第二法计算表格

坐标号	坐标值	$S \cdot M$	乘积
0	y_0	1	y_0
1	y_1	3	$3y_1$
2	y_2	3	$3y_2$
3	y_3	2	$2y_3$
4	y_4	3	$3y_4$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n-3$	y_{n-3}	2	$2y_{n-3}$
$n-2$	y_{n-2}	3	$3y_{n-2}$
$n-1$	y_{n-1}	3	$3y_{n-1}$
n	y_n	1	y_n
总和			Σ

辛浦生第二法计算公式为

$$S = \frac{3}{8} h \Sigma \quad (1-13)$$

辛浦生第二法适用条件为

n 一定是 3 的倍数

3. $[5, 8, -1]$ 公式

在船体计算中,有时会遇到曲线具有两个等分间距三个纵坐标值,但只求曲线下相邻两个纵坐标之间所包围的面积的情况。这种应用三个坐标来计算其中相邻两个坐标之间面积的数值积分法,通常称为 $[5, 8, -1]$ 法。其计算公式的推导方法与辛浦生法推导过程相似,所以把 $[5, 8, -1]$ 法看做是一种求面积的特殊辛浦生法,以弥补辛浦生法的不足。如图 1-6 所示,可以得出以下结论:

CE 围成的面积为

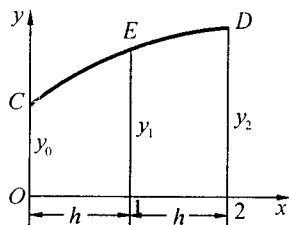


图 1-6