民國三十七年五月發行
民國三十七年五月初版

數學發達史（全一册）

◎定價國幣二元四角
（郵運匯費另加）

編著者　張鵬飛
　　　　徐天游

發行人　中華書局股份有限公司代表
　　　　李虞杰

印刷者　上海澳門路八九號
　　　　中華書局永寧印刷廠

發行處　各埠中華書局

（一三八一二）（中）

弁言

著者幼嗜數學，翻閱中外新舊數書逾千種，編教中小學數學三四十年之久，雖不敢言無時無地不盡心竭力，作深切之研究，然中外之中學數學教科書以及有關之各種書，大半皆曾寓目，積多年應有之經驗，對於我國數學之變遷，中學數學教科書之沿革，已知之甚清晰，可以略書一二，供閱者之參考.

我國數千年之教育，皆厚古而薄今，自不至於數典忘祖，但祖先之事功可念，祖先之學術尤可念，祖學不傳，而惟侈陳祖德以自矜，仍爲識者之所恥也. 我國開化最早，創作自應豐富，然對於世界公有之學問，我國用力最深最久成績最多最良好者，惟此數學一門，我輩豈能遺忘祖先之努力，放棄我國之光榮!

不忘祖先之努力，自身自應益加努力，努力之方向若何，努力之次序若何，非先明白經過之歷史，不能正確決定. 我輩對於高中數學，須如何學，如何教，非先將與高中數學有關之歷史，認識清楚不可. 但是此種歷史，不爲我國古人所重，今人注意者亦不多，材料頗不容易搜集，考訂更有許多困難，著者不敢因力小而不爲，希望閱者特別努力，以補其不足，成爲一部完美之數學發達史!

數學發達史目次

數學發達史

第一章　我國數學之起源及其進展

第一節　古代之我國數學

數

左傳魯僖公十五年，晉韓簡曰："物生而後有象，象而後有數，"物之始，卽數之始也．易繫辭傳云："上古結繩而治，後世聖人，易之以書契．"結之數，卽事之數，未造文字之前，已有記數之法．墨子備城門篇云："必數城中之木，十人之所舉爲十挈，五人之所舉爲五挈，凡輕重以挈爲人數．"挈假借爲契，十挈五挈卽刻以記數者，故書契始亦用於算數，人類之基本知識，殆莫先於數者．

從一至十，殷甲骨文爲：

一　二　三　亖　☒　∧或∩

十　)(　ㄎ　|

周秦金文爲：

一　二　三　亖　☰或☒　介

十　)(　九　◆

許愼說文爲:

一　二　三　ㄨ　ㄨ　ㄨ　ㄨ

)(　九　十

說文又以弌、弍、弎爲古文一、二、三,餘則不可考矣.

唐六典引世本:隸首造數,宋高承事物紀原亦引世本:隸首作數,作數者,命數名,定數位也.漢徐岳數術紀遺云:"隸首注術,乃有多種."又謂:"黃帝爲法,數有十等,及其用也,乃有三焉,"十等指

億　兆　京　垓　秭　壤　溝　澗　正　載,

三指三種進位而言.下數十進,如十萬爲億,十億爲兆,……十正爲載;中數萬萬進,如萬萬爲億,萬萬億爲兆,……萬萬正爲載;上數自乘而進,如萬萬爲億,億億爲兆,……正正爲載.數字成,數名備,數位定,於是乎可記亦可算矣.

九　九

九九是術是書,傳說不一.管子輕重戊云:"伏羲作九九之數,以應天道,"呂氏春秋云:"東野有以九九見者,"齊桓公便戲之曰:"九九足以見乎?"曰:"九九薄能耳,而君禮之,況賢於九九者乎?"楊雄太玄經云:"陳其九九,以爲數生,"魏劉徽九章算術序云:"包羲氏作九九之術,以合六爻之變,"九九似指術也.隋書經籍志有:九九算術二卷,楊椒撰,唐顏師古註漢書云:"九九:若今九章五曹之輩,"九九又指書矣.九九果爲何物,無人可以斷定,有疑其爲九章算術之前身,亦未可厚非也.

隋書經籍志內孫子算經三卷，其算法九九，由九九迄一一，似九九又爲專指九九迄一一之算法而言．關於九九歌訣，戰國趙人荀況之荀子、呂氏春秋、漢初淮南王劉安之淮南子，劉向戰國策、晉王肅之孔子家語、唐司馬貞史記索隱、唐張守節史記正義並引及之．

荀子：　九九八十一；

六六三十六．

呂氏春秋：　三七二十一．

淮南子：　二八十六；

三三如九，　三四十二，　三七二十一，

三九二十七；

四四十六；

五八四十，　五九四十五；

六六三十六．

又：三三而九；

九九八十一，　八九七十二，　七九六十三，

六九五十四，　五九四十五，　四九三十六，

三九二十七，　二九一十八．

戰國策：

卷一，　九九八十一；

卷八，　三七二十一．

孔子家語：

三三如九；

九九八十一，　八九七十二，　七九六十三，

六九五十四，　五九四十五，　四九三十六，

三九二十七，　二九一十八．

史記索隱：

二九十八；

五六三十，　六六三十六．

史記正義：

二七十四，　二八十六；

七七四十九；

八八六十四．

古算經

古代算書，皆稱算經，可考者有十種．

一、九章

舊唐書：九章算經九卷，甄鸞撰．

通志：九章算術二卷，徐岳撰，甄鸞重述．

通志：九章算經二十九卷，徐岳、甄鸞等撰．

二、孫子

一切經音義：孫子算經□卷，甄鸞注．

舊唐書：孫子算經三卷，甄鸞撰注．

新唐書：孫子算經三卷，甄鸞撰，李淳風注．

通志略：孫子算經三卷，甄鸞撰，李淳風注．

三、五曹

舊唐書:五曹算經五卷,甄鸞撰.

新唐書:甄鸞五曹算經五卷.

通志略:甄鸞五曹算經五卷.

宋史:甄鸞五曹算經二卷.

宋史:李淳風注,甄鸞五曹算經一卷.

四、張丘建

舊唐書:張丘建算經一卷,甄鸞撰.

直齋書錄解題:張丘建算經三卷,甄鸞注.

通考:張丘建算術三卷,甄鸞注,李淳風注釋,劉孝孫細草.

五、夏侯陽

舊唐書:夏侯陽算經三卷,甄鸞注.

六、周髀

隋書通志:周髀一卷,甄鸞重述.

舊唐書:周髀一卷,甄鸞注.

崇文總目及中興館目:周髀算經二卷,趙君卿注,甄鸞重述,李淳風等注釋.

玉海及通考:周髀算經二卷,趙君卿注,甄鸞重述,李淳風等注釋.

七、五經

通志略:甄鸞五經算術一卷.

玉海引書目:五經算術二卷,甄鸞注,李淳風注釋.

元程瑞禮讀書分年日程：甄氏五經算術.

八、紀遺

舊唐書：數術紀遺一卷，徐岳撰，甄鸞注.

宋史：甄鸞注，徐岳大衍算術注一卷.

九、三等數

舊唐書：三等數一卷，董泉撰，甄鸞注.

十、海島算經

玉海：海島算經一卷，甄鸞撰，李淳風等注釋.

古人致力數學，精而且勤，所以我國古算，在今之數學史上，弈弈有光輝也.

古算器

古人算數用籌，但其名稱不一，大約最先稱之爲策，策之後變爲籌，而通俗又有算子之名.

一、策

易繫辭傳云："乾之策二百一十有六，坤之策百四十有四."策指蓍草，最古之算器也.

二、籌

淮南子云："籌，策也."鄭注禮記云："籌，算也."文選卷三十四，枚乘七發："孔老覽觀，孟子持籌而算之."徐鍇說文繫傳曰："籌，其制似箸，人以之算數也."籌以代策，非天然之蓍草，而爲古人特製之算器矣．孫子算經，說明籌算方法甚詳，魏劉徽註九

九章算術稱:"正算赤,負算黑."算卽指籌而言.

重要貢獻

自伏羲黃帝以至於隋,外學未入我國,爲純粹之國算.宋王應麟困學紀聞卷五,儀禮條,釋內則之說云:"六年教之數與方名,數者,一至十也,方名,漢書食貨志所謂五方也.九年教數日,漢志所謂六甲也.十年學書計,六書九數也,計者數之詳,十、百、千、萬、億也.漢志六甲、五方、書計,皆以八歲學之,與此不同."古代對於小學之數學教育,已重視若此,故有蓬蓬勃勃之象.在此一時期內,算術已至開方,見於九章算術、孫子算經、張丘建算經、夏侯陽算經、五經算術及周髀,幾何已知 Pylthagoras 定理,見於周髀算經、九章算術,而六朝時宋末南徐州從事祖冲之,以圓徑爲一丈,圓周盈數爲三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽,朒數爲三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽,正數在此二限之間,定密率爲圓徑一百一十三.圓周三百五十五,約率爲圓徑七,周二十二,遠在西人之前,三角測量,周髀、九章、海島算經均言之,而魏劉徽之重差術,亦爲今人稱道,所以古代雖無算術、幾何、三角之分,已具深遠之基礎矣.

第二節　自唐宋至元明之我國數學

唐代印度數名之輸入

唐於闐國三藏沙門實義難陀譯大方廣佛華嚴經有一百二十數,唐慧琳一切經音義於此經"一百洛義爲一俱胝"條註稱:

"今案此經十、百、千、萬，十十變之；從萬至億，百倍變之；從億已去，皆以能數量爲一數，復數至與能數量等."其在俱舍論有六十數，遼希麟續一切經音義稱："慈恩法師，引俱舍說本數六十，傳失其八."各經所譯，不能一致；大數如

洛義亦作洛沙，

俱胝亦作拘胝、俱知、俱致，

阿庾多亦作那由他，

那由他亦作那、那由多，

矜羯羅亦作薑羯羅，

迦羅亦作哥羅、緊迦羅，

阿僧祇亦作阿僧企耶；

小數如

大般若波羅密多經卷四，有鄔波尼殺曇分，

大方廣佛花嚴經卷中，作優波尼沙陀分，

大波羅密多經卷四，作鄔波尼殺曇分，

譯名詰屈傲牙，故普通算書多未採用.

唐代印度算法之輸入

唐人作隋志，所記者，有婆羅門捨仙人所說婆羅門天文經二十一卷、婆羅門竭伽仙人天文說三十卷、婆羅門天文一卷、婆羅門算法三卷、婆羅門陰陽算歷一卷、婆羅門算經三卷，婆羅門地卽印度也．唐開元六年瞿曇悉達譯九執曆，卽出於西域，舊唐書西戎傳，稱："罽賓國於開元七年遣使來朝，進天文經一

夾."册府元龜稱:"吐火羅國於開元七年表進解天文大慕闍,謂智慧幽深,問無不知."唐貞元中都利術士索彌乾自西天竺得聿斯經,有琥公者譯其文,成都利聿斯經二卷,新唐書以此經與陳輔聿斯四門經一卷,並列歷算類.所謂西域、罽賓、吐火羅、西天竺,殆皆指印度言.印度歷算,隨佛經入我國,我國數學不能全無影響,但今不可考矣.

元代回回算法之輸入

元王士點商企翁元秘書監志十一卷,所記自至元至至正,其卷七回回書籍,在至元十年者,計有:

兀忽列的四擘算法段數十五部,

罕里連窟允解算法段目三部,

撒唯那罕答昔牙諸般算法段目并儀式十七部,

呵些必牙諸般算法八部,

回回算書,載入祕書監志,為元代皇家所重,恐於我國數學,亦有若干關係.

正負開方術

古代之正負開方術,至宋秦九韶而大有進步,清羅士琳謂:"秦氏著數學九章,而古正負開方術顯."秦卽秦九韶也.秦用籌,分縱橫,與古無異,而其應用〇及✕、占、百、㐅,則為後世暗碼之起源.其論方程式也,如:

$$-x^4+763200\,x^2-40642560000=0. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

先令 $100\,y=x$,變為

$$-(100\,y)^4+763200(100\,y)^2-40642560000=0.\cdots(2)$$

(2)式之 y 約爲 8, 卽(1)式之 x 約爲 800, y 之値減 8 得

$$-1\times(100\,y)^4-3200\times(100\,y)^3-3076800\times(100\,y)^2$$
$$-826880000\times(100\,y)+38205440000=0.\cdots\cdots\cdots(3)$$

次令 $10\,y=z$, 變(3)式爲

$$-1\times(10\,z)^4-3200\times(10\,z)^3-3076800\times(10\,z)^2$$
$$-826880000\times(10\,z)+38205440000=0.\ \cdots\cdots\cdots(4)$$

(4)式之 z 約爲 4, z 之値減 4 得

$$-1\times(10\,z)^4-3240\times(10\,z)^3-3206400\times(10\,z)^2$$
$$-955136000\times(10\,z)=0.\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

或 $$-x^4-3240\,x^3-3206400\,x^2-955136000\,x=0.\cdots(6)$$

而 $x=840$ 爲一根. 秦術與 Horner 氏完全相同，而先於彼近六百年. 元之李冶及朱世傑，亦頗有功於此術者.

大衍求一術

秦九韶數書九章共十八卷，第一卷及第二卷屬大衍類. 其大衍求一術云:"置奇右上，定居右下，立天元一於左上. 先以右下除右上，所得商數與左上一相生，入左下. 然後以右行上下，以少除多，遞互除之,所得商數,隨卽遞互累乘,歸左行上下，須使右上末後奇一而止. 乃驗左上所得，以爲乘率，或奇數巳見單一者便爲乘率."依此術意，舉例於下:

例: 以何數乘六十五，除以八十三而餘一?

解：

（上）	天元 $a_0=1$	奇數 $G_1=65$
（下）	0	定母 $A'=83$

（左）　　（右）$q_1=1$……65 除 83 之商

$a_0=1$	$G_1=65$
$a_1=q_1a_0=1$	$r_1=18$…… 83－65

$q_1=1$

$q_2=3$…… 18 除 65 之商

$a_2=q_2a_1+a_0=4$	$r_2=11$ …… 65－18×3
$a_1=1$	$r_1=18$

$a_2=4$	$r_2=11$
$a_3=q_3a_2+a_1=5$	$r_3=7$……18－11

$q_3=1$ … 11 除 18 之商

$q_4 = 1$ ……7 除 11 之商

$a_4 = q_4 a_3 + a_2 = 9$	$r_4 = 4$ ………11－7
$a_3 = 5$	$r_3 = 7$

$a_4 = 9$	$r_4 = 4$
$a_5 = q_5 a_4 + a_3 = 14$	$r_5 = 3$ ………7－4

$q_5 = 1$………4 除 7 之商

$q_6 = 1$………3 除 4 之商

$a_6 = q_6 a_5 + a_4 = 23$	$r_6 = 1$ …… 4－3
$a_5 = 14$	$r_5 = 3$

a_6 卽爲乘率，以二十三乘六十五，除以八十三而餘一.

以大衍求一術爲基礎，小之可解如下列之各題：

> 孫子算經卷下所載："今有物不知其數，三三數之賸二，五五數之賸三，七七數之賸二，問物幾何？"

與不定方程式之理有關；大之可以求圓周率，祖沖之之密率約率似皆得之於此，與連分數之理有關.

立天元一術

金李冶測圓海鏡、益古演段，於天元一術言之獨詳．法以