

[美] P. D. 库克 著

林夏水译 范岱年校



现代数学史



XIANDAI SHUXUE SHI



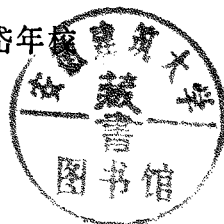
内蒙古人民出版社



现代数学史

〔美〕P.D.库克 著

林夏水译 范岱年校



内蒙古人民出版社

1982·呼和浩特

The Ages of Mathematics
Volume Four
The Modern Ages

Peter D. Cook
Doubleday & Company, Inc.
New York, 1977

现 代 数 学 史

[美] P.D.库克著
林夏水译 范岱年校

*

内蒙古人民出版社出版

(呼和浩特市新城西街82号)

内蒙古新华书店发行 内蒙古四子王旗印刷厂印刷

开本:850×1168 1/32 印张:3.875 字数:95千

1982年4月第一版 1983年8月第1次印刷

印数:1—3,000册

统一书号:7089·224 每册:0.54元

译者的话

美国电子学工程师P.D.库克著的《现代数学史》一书是查尔斯·弗·林(Charles F. Linn)主编的《数学的各个时代》(The Ages of Mathematics)丛书(共四卷)中的第四卷。它简要地介绍了自公元1800年以来到本世纪七十年代数学发展的历史。

一百多年来,数学与自然科学一样经历了蓬勃的发展,它已经成长为根深叶茂的大树。这种繁茂正如数学史家F.卡乔里(Florian Cajori)在评论M.康托(Moritz Cantor)的四卷本数学史(从数学的起源到1800年)时说的那样:如果同样详细地论述自1800年以后到现在的所有数学,那末至少需要二十卷同样篇幅的书。因此,要把二十卷的数学史压缩在近八万字的书中而又不失现代数学史的梗概,就有个选材的问题。作者抓住现代数学发展的若干问题,以谈话的方式进行深入浅出地叙述。当然这几个问题并不一定能够概括现代数学发展的特点,而只是反映作者的观点和取材的手法。

作者通过记述一些著名数学家的生活和工作来反映现代数学的发展,同时,由于叙述是按问题展开的,所以使人读后能够较清楚地了解到数学与社会、生产、科学技术、哲学等方面的关系。作者在书中也提出现代数学发展中的一些重要哲学问题。例如,随着复杂计算机的使用以及计算机工艺的迅速发展,就出现这样一些问题:“思维是什么?”“什么是智力?”(第86页)“机器最终将具有比任何人更多的智能吗?”(第88页)数学知识体系愈来愈庞大,期刊越来越多,“即使每月及时看完最对口

的期刊也需要每天工作24小时”，因此，“信息激增”是否会成为人类知识的最后极限呢？（第100页）等等值得讨论的问题。这些问题有的已经引起人们的热议讨论，有的还没有完全引起人们的注意。在对这些问题的回答上，作者的某些见解是值得商榷的。例如，他认为：“到现在为止，显示学习和自适应智力的机器由那些在复杂性更高的水平上思维着的人来编制程序。可是，情况不可能总是这样，因为改进复杂性的一般方法可能通过已体现在计算机中的学习过程相类似的过程来发现。这个假设方案的成功将创造出比任何人更聪明的机器！”（第88页）译者认为，即使将来计算机学会人编程序的一般方法，它也不可能比人更聪明。因为人的智力不是不发展的，人类将在社会实践中变得更聪明。在这方面，机器永远只能跟在人类智力发展的后面进行模拟。其次，计算机虽然能模拟人的智能，是人脑的延长，但它终究是人创造的，并且是由人控制的，它只是人类的一种工具，即使将来计算机模拟人脑的功能日益增多，但在人机关系上决不可能改变人所处的主动地位。所以，没有理由认为计算机会比任何人更聪明。作者还认为：“‘信息激增’可能会被证明是人的知识的最后极限。”（第100页）这种看法也是没有根据的。随着生产和科学技术的发展，人类无疑将获得越来越丰富的知识，知识本身也将变得更复杂，但知识的这种扩大和复杂化并不会因此而变成人类前进道路上不可逾越的鸿沟。人类在获得大量的、复杂的知识的同时，又将探索各个知识领域之间的共同规律性，找出统一知识的理论、思想和方法，对复杂的知识进行“去粗存精、去伪存真、由此及彼、由表及里”的加工制作，变成更加简炼的理论，使人们更容易掌握它。比如，十七世纪微积分建立以前，曾经出现过计算速度、切线、极值、面积等问题的各式各样的方法，由于这些方法的繁杂和需要运用特殊的技巧，所以只有少数专家才能理解和应用。但是，到了牛顿、莱布尼茨时期，他们进一步研究各种方法的共同性质和关系，终于找到求速度、切线、极值等问题

的统一方法——微分法，而且进一步揭示了微分和积分之间的联系。因此，一种崭新的、简单的、一般的计算方法——微积分计算法就自然而然地取代了那些繁杂的、特殊的计算方法。当然，今天数学知识的庞大体系已经不是十七世纪时所能相比的，但是，人类并不是面对知识的海洋而兴叹。人们还在不断探索建立统一数学的概念和理论。本世纪二十年代，美国数学家伯克霍夫提出“格”的概念，用以统一代数系统的各种理论和方法。三十年代，法国布尔巴基学派又提出结构的思想，作为统一数学的基础。只要人类沿着这一方向继续努力，总可以找到一种能够反映数学本质规律的统一理论，使得庞大的数学体系变得更加简练，并且作为人类继续前进的新的知识起点。

本书第八章曾由美国诺福克州立大学数学教授范云棟博士翻译，并发表在《自然科学哲学问题丛刊》1979年第3期上。这次出版时采用该译文。这本书也是范云棟教授赠送给范岱年同志的。范岱年同志建议我翻译这本书，并且校阅了全部译文。所以，这本书能与读者见面，首先应该感谢范云棟教授和范岱年同志。

限于本人的水平，译文中的缺点、错误在所难免，恳切希望读者批评指正。

译者 1981.3.

目 录

| | | |
|-----|-----------------|---------|
| 第一章 | 革命的数学 | (1) |
| 第二章 | 十九世纪学术界和社会上的数学家 | (11) |
| 第三章 | 观念还是实在? | (28) |
| 第四章 | 数学和技术 | (35) |
| 第五章 | 彭加勒和爱因斯坦 | (43) |
| 第六章 | 逻辑学和数学 | (56) |
| 第七章 | 计算机革命 | (72) |
| 第八章 | 新数学和新数学家 | (89) |
| 第九章 | 创造和再创造 | (101) |
| | 人名索引 | (109) |

第一章

革命的数学

十九世纪初，欧洲人生活中的主要事实是法国革命及其后果。当这场革命向贵族统治提出一种明显的政治挑战的时候，它也促进经济制度中的一种社会大变动和急剧改革的到来。当新时代开始形成的时候，所有这些发展都反映在数学变革的焦点上。

欧洲的君主们害怕在他们的国土上发生类似的造反，便动员他们的力量去镇压崛起的法兰西共和国及其新的军事英雄拿破伦。所有欧洲的国家都在准备一场新型的战争，这是一场群众的战争，而不是诸侯和职业士兵之间的战争。在这样一场战争中，与其说是个人才能决定战争的结局，不如说是在武器和成功的长远战略方面的优势实力决定战争的结果。

尽管统治者在恐怖时期轻蔑地断言：“人民不需要科学”，然而，法国人不久就认识到，只有科学才能够把他们从败于君主主义列强手下的处境中挽救出来。法国革命前至少有二个著名的科学家C. L. 伯索利特和J. 拉格朗日，也许应该把他们的生存归功于这样一个事实，即在大量制造黑色火药和武器方面非常需要他们的劝告。1797年，当拿破伦建立多科工艺学校时，他就认识到科学的战略意义，并且指定该校的宗旨是为共和国的军队提供一代民用和军事的工程师。

这次革命的影响与其说是表现在军事的交战中，不如说是表现在革命后的社会变革上。以前为贵族所占有的全部职业现在变成向中产阶级的银行家和官僚们的子孙提供了。象多科工艺学校和军事学院那样的学校允许这些青年人学到发挥他们新的社会作

用所需要的技能。因为科学和数学在建设新社会中的重要性，所以科学研究变得很普及，甚至得到了某种社会威望。

在经济上，这个新制度不仅包括一个新的阶级结构，而且也包括多种全新的职业，它使得工业化成为可能。在生产方法中的技术革新和管理改革所产生的这种现象，如此迅速地传遍了整个欧洲，以致它常常被称为“工业革命”。

当劳动变得更加专门化的时候，任何个人越来越必须依赖于整个社会的成就为他们提供的商品和服务。最初似乎是某些自然的过程——亚当·史密斯的“无形之手”——会保证社会资源和报酬的公平分配。当这种自然的过程变成明显不起作用的时候，政府为了整个社会的利益就开始参与调整经济过程。

1800年以后，欧洲新的生活条件以及普遍认为前几个世纪的古典文化已经证明是不适当的那种感情，向新社会制度下的知识分子提出了双重的挑战。一方面希望他们更加积极地投入到人民生活中去，把他们的工作自觉地献给所要达到的社会目的。另一方面，他们不能再认为古典文化的前提和假设是理所当然的。人们需要一种新的观点来重新批判地审查旧信仰，并且创造性地探索新的可能性。

在数学中，这种方法采取了明确指定传统学科——算术、代数、几何和微积分——所依据的假设的形式。所以，通过改变这个或那个假设就可能创造出新的数学领域。其中只有一部分表明是与当时科学和技术发展的实际需要有直接关系的。然而，历史已经证明，要预言一种数学思想的“有用性”是不可能的。在他们那个时代被看作是最纯粹的幻想的那些东西，现在看来似乎比历史悠久的古典数学方法更加与现实的描述相适应。

十八世纪末的科学家们通过向王权神授的神话挑战以及发展使工业革命成为可能的技术，在法国革命的气氛中贡献出他们的一份力量。当这个革命在政治领域实际发生的时候，法国两个最著名的数学家拉格朗日和拉普拉斯为共和国提供了服务。当拉普

拉斯任拿破仑的内政部长时，拉格朗日成为多科工艺学校的一个非常受人尊敬的教授。

但是，长期受到拿破仑宠爱的唯一数学家却是G.蒙日，同时他还是人民的一个忠诚儿子，当时大多数受教育的人必然来自



A. 勒让德 (1752—1833) 的大部分创造性工作是在早期做出的，而在法国革命后他作为法国介绍十进制制委员会的一个成员才为公众所注意。1801年，十进制制在法国成为强制性的进位制，而有一天在美国甚至也可能采用它。勒让德的数学贡献是在数论， γ 函数、大地测量学以及最小二乘法这些领域。他是发表最小二乘法的第一个人。

上流阶级。蒙日早年在中学期间的杰出成绩使他在梅齐雷斯的法国军事学校获得奖学金。非贵族出身的蒙日不可能去追求一个委任职位，但是，当他在等待废除等级差别的革命的时候，他满足于解决军事工程中的一些问题。

4 蒙日发明的画法几何（今天机械制图中所用的方法）使他获得了声誉。这种方法在构筑城堡方面证明是非常有价值的，这种城堡对于来自任何角度的攻击都是无懈可击的。它作为军事秘密达十五年，直到这次革命以后。

1792年，蒙日凭借他的声誉被任命为海军和殖民部部长。那时他是一位年轻的陆军军官，他在那里受到拿破仑的注意。四年以后，拿破仑命令蒙日和伯索利特去意大利为巴黎的卢佛尔宫挑选艺术品。经过这次的公费旅行后，蒙日成为拿破仑的贴心朋友，他在赴埃及的远征军中陪同拿破仑；拿破仑当上皇帝时，蒙日接受了伯爵的头衔，而当他获悉拿破仑于1812年在俄罗斯被战败时，他甚至得了一次中风病。

5 得宠于拿破仑的另一个数学家是J.B.J.傅里叶。象蒙日那样，傅里叶也是在知识界获得成就而出身卑贱的人。可是，与蒙日不同的是，他很快就从对拿破仑的崇拜中醒悟过来。他与文化军团一起到埃及，他在那里看到了使团的使命没有什么用处。当他回来的时候，傅里叶就成为伊塞雷县的县长，任职期间，他在行政和数学方面做了大量有益的工作。

傅里叶在伊塞雷的首府格勒诺勃做了热传导的大量研究工作，这个研究产生了他的巨著《热的解析理论》。1807年，他把这一学科的第一篇论文呈送给科学院，并且在1812年提出一个详尽的说明。虽然拉格朗日和拉普拉斯批评它不够严密，但是，当他在1822年出版这本书（未经修订）的时候，傅里叶的理论已成了数学物理学的里程碑。今天，人们已经用他的方法来解决电气工程 and 声学工程以及力学和热学中的问题。

在此期间，波旁家族在法国重新掌权。1816年，他们设法阻

止推选傅里叶到科学院，但是，第二年科学院硬是对抗他们而选举了傅里叶。他在晚年成为科学院的终身院长，从此更加远离了政治斗争和公职的使命。

科学院的另外二个成员并不是那样幸运的。一个是蒙日，长期与拿破仑的交往使波旁家族似乎对他产生怀疑。1815年，当波旁家族掌权时，他们就迫使科学院驱逐蒙日，而把他的职位让给一个年轻而又极端的保皇派柯西。这个调动引起了巴黎科学界的骚动，因为蒙日深受尊敬，而柯西比较不出名。但是，后来证明柯西是一个比蒙日更有天才的数学家。

1816年，与蒙日一起被驱逐出科学院的另一个成员是L.N.M.卡诺，他的《位置几何学》(1803)促使“纯粹”几何在数学中恢复其应有的地位。卡诺的政治罪行显然在于他为了保护共和国反对它的保皇党政敌，而在1793年做了组织十四个军的大量工作。

后来，卡诺因为反对中央集权和拒绝支持拿破仑而被流放。他通过1812年保卫法国的战争而重新获得他的职务，当惶恐不安的波旁家族感到必须强迫他离开科学院的时候，似乎允许他在和平环境中渡过他的一生。蒙日和卡诺分别在1818年和1823年默默无闻地死去。

作为多科工艺学校的教师，蒙日和卡诺给他们的学生们留下了深刻的印象，他们的许多学生后来成为拿破仑的军事工程师。其中至少有一个人因为他的军事活动而在数学方面为自己争取到一个职位。

在1812年俄罗斯战役期间，J.V.彭色列在克拉斯诺雅被俘虏，并且送到萨拉多夫囚禁了二年。根据他的叙述，他通过努力回忆所学过的几何学和微积分学来消磨时间。他带着充满思想的七本笔记回到法国，其中许多思想原来是很有独到见解的。

1822年，彭色列出版《论图形的射影性》。在此期间，他继续忙于大量的任务，例如，改革多科工艺学校的数学课程、在梅兹建立机械工程学校以及审查和汇报国家的防御工程。1831年，

他的声誉使他被推选去继任拉普拉斯在科学院的职位。

彭色列在射影几何方面的工作是把欧洲美术家争论近五百年的一些思想数学化了，这些思想在古希腊和古罗马时代也都考虑过。例如，从观察者来看，平行线（象笔直的道路两旁）在远处似乎聚集在一起。现实主义的绘画必须表现这种状况。

当然，在欧几里得几何学中平行线是处处都具有相同距离的，所以，欧几里得几何学对这些艺术家的思想感情不能给予一种精确的描绘，彭色列提出，平行线应该在一个“理想点”相交、平行面应该相交于一条“理想线”，等等。在这样一些概念的基础上，他建立起一种相容的几何体系，称之为“射影几何学”。

就总体来说，射影几何是研究中心投射下不起变化的那些图形的性质。射影几何的一个非常重要的思想是²³¹¹⁰三重性原理。这个原理指出，在射影空间中，如果一个定理是真的，那末另一个真的定理就可以通过简单地更换“点”和“线”这些词来达到。最简单的例子是：“任何两点在而且只在一条直线上”和“任何两条直线相交于而且只交于一个点”。注意，这个定理甚至对于在“无穷远点”相交的平行线来说也是成立的。

彭色列在几何学方面的工作，后来证明对几位英国的代数学家——布尔、凯雷、西耳维特是有帮助的。他们都能应用笛卡儿坐标把彭色列的定理翻译成代数语言。当时他们从方程出发做了推导同一定理的代数证明工作。

随着那次革命而出现的法国一群杰出的数学家在欧洲别的地方是无与伦比的。但是，就数学天才而论，有一个人却大大超过他们。这个人就是K.F.高斯，他是德国哥廷根大学天文台台长。

法国革命对高斯来说是一次纯粹的灾难。首先是它使他的恩主布龙斯维克的公爵斐迪南丧失生命。奥斯特利兹战役以后，无结果地企图阻挡法国入侵的公爵去世了。他的死去留下孤单而又身无分文的高斯。

1807年，德国一些最杰出的科学家（包括A.冯·洪堡）都设

法使哥廷根的天文台职务让给高斯。但是，这个职务的收入几乎不够付给拿破仑向德国大学教授所要求的二千法郎的“贡献”。在欧洲各地不断出现取消高斯这一负担的建议，可是他的自尊心太强了，以致拒不接受帮助。最后，显贵的拉普拉斯在巴黎还清了这个债务，在那里高斯无法阻止他还债。但是，他一有机会就报答拉普拉斯。

作为哥廷根的教授，高斯以高度的创造性连续工作近五十年。他喜欢计算彗星和小行星的运行轨道，虽然这些计算并不需要许多创造力。他把微积分应用到重力、大地测量学、电磁学这些领域中去。他晚年回到数论方面，在这个领域他作出了创造性的贡献。

仅仅凭借高斯已经发表的著作，我们就必须承认他是世纪交替时期的杰出数学家。在他的一生中还有大量未发表的著作。在他与该时代的一些主要数学家和科学家的广泛通信联系中，人们发现他的一些思想。另外一些思想是哥廷根皇家学会从不引人注目的地方挽救出来的，该学会发表他的日记和没有公开的论文作为他的《全集》的一部分。

他的著作虽然有许多卷，但是，每一卷都是一种精制的珍品。高斯通常只是指出他认为应该研究而他又没有时间研究的那些领域。后来数学家的许多工作只不过是高斯所开创的工作的重复和推广。

作为哥廷根大学的一名教授，高斯对未来数学家的成长产生巨大的影响。他并不真正喜欢教学工作，因为他发现没有学生能够以他提问题的速度进行回答。由于这个缘故，尽管每一个学生都征求他的意见和批评，但他实际上只教过很少几个全日制的学生。随着年岁的推移，他的声誉不断地增长，而且他的工作继续保持青年时期的新颖和创造性。他在1855年去世以后，被公认是他那个时代的最伟大的数学家。

事实上，数学评论家一致认为，高斯应该作为一切时代最伟大的数学家而列入阿基米德和牛顿的行列之中。高斯自己说：

“只有三个划时代的数学家：阿基米德、牛顿和爱森斯坦。”

你也许应该尊敬爱森斯坦。我尊敬他。数学史家D.E.史密斯使人回想起高斯的话：“没有充分地估计他的话的份量。”

除了法国和德国以外，十九世纪早期的数学几乎没有什么发展。由于欧洲君主主义列强——意大利、西班牙、奥地利——之间斗争的消耗（包括拿破伦领导下的法国进军），他们已经没有能力从事科学活动了。由于1812年的战役，遭受饥饿和流血牺牲的俄罗斯也不能希望恢复它的科学院以前的光荣。在法国境内证明是一种解放力量的革命在欧洲其他地方正好产生相反的结果。

11 在英国，数学仍然是在牛顿的阴影中挣扎，他已经死了近一百年了。在那里，政治生活的变迁使人们不能专心致力于他们的科学工作。当革命暴发后每个人都跑向附近的避难所时，英国人还忙于为牛顿辩护，并且诽谤莱布尼茨是“剽窃者”。当革命不会蔓延到英国这一点变得明朗的时候，随着哈密顿、皮科克、德·摩根和布尔的工作。一股新鲜的微风已吹遍了不列颠的数学界。

对于欧洲的东方来说，奥斯曼帝国在进行防御外部的威胁和内部的叛乱。仅仅靠军事力量来维持并被宗教的纷争所分裂，帝国就不能负担智力探索的大量费用。地方权力集团控制的中东不能充分地组织起来对付来自中国*、俄罗斯或大英帝国的威胁。在非洲和亚洲，由于西方强国扩大它们的影响、而不关心非西方社会的文化。

在广阔的新世界，数学家们还是奴隶般地追随欧洲探险者们闯出的路径。在北美，人们强调实践方面；商业算术、测量术、航海术和天文学是特别受喜爱的学科。富兰克林实践生活的例子始终留在青年学生的心目中。在学院和大学里，高等数学可能已经是学习的一个科目，但是，重点仍然是在哲学和神学的问题上。

由于许多有利条件，工业革命在美国甚至比在欧洲大陆取得

* 十九世纪初，中国并没有向外扩张，根本不存在对中东的威胁。

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 200 | 217 | 232 | 249 | 8 | 25 | 40 | 57 | 72 | 89 | 104 | 121 | 136 | 153 | 168 | 185 |
| 58 | 39 | 26 | 7 | 250 | 213 | 218 | 199 | 186 | 167 | 154 | 135 | 122 | 103 | 90 | 71 |
| 198 | 219 | 230 | 251 | 6 | 27 | 38 | 59 | 70 | 91 | 102 | 123 | 134 | 155 | 166 | 187 |
| 60 | 37 | 29 | 5 | 252 | 229 | 220 | 197 | 188 | 165 | 156 | 133 | 124 | 101 | 92 | 69 |
| 201 | 219 | 233 | 248 | 9 | 24 | 41 | 56 | 73 | 88 | 105 | 120 | 137 | 152 | 169 | 184 |
| 55 | 42 | 23 | 10 | 247 | 234 | 215 | 202 | 183 | 170 | 151 | 138 | 119 | 106 | 87 | 74 |
| 203 | 214 | 235 | 246 | 11 | 22 | 43 | 54 | 75 | 86 | 107 | 118 | 139 | 150 | 171 | 182 |
| 53 | 44 | 21 | 12 | 245 | 236 | 213 | 204 | 181 | 172 | 149 | 140 | 117 | 108 | 85 | 76 |
| 205 | 212 | 237 | 244 | 13 | 20 | 45 | 52 | 77 | 84 | 109 | 116 | 141 | 148 | 173 | 180 |
| 51 | 46 | 19 | 14 | 243 | 238 | 211 | 206 | 179 | 174 | 147 | 142 | 115 | 110 | 83 | 78 |
| 207 | 210 | 239 | 242 | 15 | 18 | 47 | 50 | 79 | 82 | 111 | 114 | 143 | 146 | 175 | 178 |
| 49 | 48 | 17 | 16 | 241 | 240 | 209 | 208 | 177 | 176 | 145 | 144 | 113 | 112 | 81 | 80 |
| 196 | 221 | 228 | 253 | 4 | 29 | 36 | 61 | 68 | 93 | 100 | 125 | 132 | 157 | 164 | 189 |
| 62 | 35 | 30 | 3 | 254 | 227 | 222 | 195 | 190 | 163 | 156 | 131 | 126 | 99 | 94 | 67 |
| 194 | 223 | 226 | 255 | 2 | 31 | 34 | 63 | 66 | 95 | 98 | 127 | 130 | 159 | 162 | 191 |
| 64 | 33 | 32 | 1 | 256 | 225 | 224 | 193 | 192 | 161 | 160 | 129 | 128 | 97 | 96 | 65 |

B. 富兰克林 (1706—1790) 是对魔术正方形感兴趣的人之一, 因为你可以从这个例子——他没有把自己限制在 4×4 或者 5×5 ——看到。美国建筑师 C. 布拉格登写到这个富兰克林魔术正方形时指出: “最引人注目的也许是如下性质: 一个正方形空格从大小象所看到的那样一片纸剪下, 它表明当这片纸放在较大的正方形上的时候, 这个正方形盖住的正好是十六个小的正方形, 把这个空格放在较大的正方形上显露出来的 16 个数之和总是出现魔术和 2056”。但是, 不要相信他的这些话。

更加惊人的成就。充足的劳动力、丰富的自然资源和动力使得美国人可能从事大规模的技术发展计划。一些发明（例如，铁道、电报、轧棉机、纺织厂）在一种高度多样化的经济中促进了工业的急剧发展。

- 12 十九世纪初，这种革命精神传遍了整个世界。由于摆脱了过去的枷锁，人们开始追求自由的未来——不仅有摆脱奴役和不必为吃、住等基本需要而奔忙的自由，而且有思想上摆脱古典文化的要求和限制的自由。旧制度最好的东西继续存在，但是，一种新的创造精神已经开始取代它的地位，尤其数学再也不会和过去一样了。

• 为了中译本排版上的方便，使原著页码“10”和“11”前后易置。