

高等院校教材

电子测量

王宏宝 编著



科学出版社

www.sciencep.com

高等院校教材

电 子 测 量

王宏宝 编著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书前3章介绍时域、频域和数据域基础电参量电子测量的原理、方法和常用仪器,以及测量误差分析和数据处理的一般方法。第4章介绍微机化仪器和自动测试系统。第5章介绍虚拟仪器测试技术,并附有5个基于数据采集技术、利用数据采集卡PCI-6014、6024和LabVIEW编程工具设计的虚拟电子测量仪器应用实例。这些实例详细介绍了设计方案论证、具体编程过程、实际调试方法、实验结果分析和每个实例的设计总结等内容。

本书将传统测量和现代测量、现实测量和虚拟测量相结合,具有传承的系统性和应用的先进性。本书可以作为高等院校自动化、电子信息、通信等专业电子测量课程的教材,也可以当作本科生毕业设计、SRT项目、研究生撰写论文时的参考书使用,对于在电子测控方面感兴趣的专业人士也有一定的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

电子测量/王宏宝编著. —北京:科学出版社,2005

(高等院校教材)

ISBN 7-03-014730-8

I. 电… II. 王… III. 电子测量-高等学校-教材 N.TM93

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第003044号

责任编辑:匡 敏 贾瑞娜 / 责任校对:包志虹

责任印制:钱玉芬 / 封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencecp.com>

双 青 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005年2月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2005年2月第一次印刷 印张:12 3/4

印数:1-4 000 字数:247 000

定价:17.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前 言

学生在做电子电路实验的时候或研究生在作论文使用电子测量仪器的时候经常抱怨仪器有问题,可是只要经过老师稍一点拨,就多能使仪器正常工作。这种现象多少说明了现在的理工科学生对于电子测量知识的普遍缺乏。掌握电子测量的基本原理、基本方法和常用测量仪器设备,熟悉测量数据的处理和误差分析的一般方法,了解电子测量随着电子技术和计算机技术的发展而不断诞生的新技术、新方法和新仪器,这是新时代在校理工类学生、工程技术人员应该具有的的必要知识和必备技能,也是作者编写本书的宗旨。

本书内容共分5章:前3章主要介绍在时域、频域和数据域的基础电参量,主要是电压、波形、频率、时间和相位以及频率特性、频谱、失真度还有数字信号的测量。第2章重点介绍了测量误差分析和测量数据处理的一般方法。第4章介绍微机仪器和自动测试系统。第5章介绍虚拟仪器测试技术。

虚拟仪器(virtual instruments)技术是近年来迅速发展的一门崭新的测控技术,它主要利用美国NI(National Instruments)公司开发的图形化编程语言(G语言)LabVIEW,比使用C和C++语言能更方便灵活地编制出模块化的程序,完成各种测控任务。在发达国家,虚拟仪器技术已经广泛应用在航天、通讯、电子、机械、生物医学、地球物理等各个领域。国内的科技工作者们也迎头赶上,在一些行业的产品性能测试、设备故障诊断、生产过程测控中运用了虚拟仪器技术。

本书第5章在介绍了虚拟仪器测试技术的一般原理和方法之后,还介绍了5个基于数据采集技术,利用现成的数据采集卡PCI-6014、PCI-6024并使用LabVIEW编程工具平台编制程序的5种虚拟电子测量仪器的应用实例。这些实例详细介绍了设计方案论证、具体的编程过程、实际的调试方法、实验结果分析和每个实例的设计总结。当然,比起国内外同行们的杰出工作,我们这几个例子显得非常稚嫩,甚至还会存在着错误。恳请各位读者不吝赐教。

电子测量课程的教学是一门成本昂贵的教学,在教育经费捉襟见肘的年代,要想置办几件像模像样的仪器,那简直就是天方夜谭。从这个意义上说,虚拟仪器技术利用一台电脑、一套软件、一块插卡,就能组成各种各样的测量仪器,似乎也还很经济。但就目前情况来说,硬件插卡还是比较昂贵,速率也不尽如人意。

衷心感谢蒋焕文老师和孙续老师,我是带着他俩编写的教材走上电子测量课程讲台的,虽然蒋焕文老师早已仙逝,但他可亲可敬的音容笑貌永远留在我的心中;也衷心感谢张乃国老师多年来对我的关爱;还要衷心感谢各位参考文献的作者们,是他们的工作为我的这本拙作增色不少。我当然也要感谢促成本书出版的华成

英老师和匡敏编辑。

因为作者水平有限,加之时间仓促,书中难免存在不少错误,敬请读者批评指正。

作 者

2004 年 11 月于清华园

目 录

第1章 绪论	1
1.1 电子测量的基本内容和特点	1
1.1.1 电子测量的基本内容	1
1.1.2 电子测量的特点	1
1.2 电子测量的原理、方法和工具	2
1.3 电子测量技术的新发展	3
1.4 学习本课程的任务	3
第2章 测量误差分析和数据处理	5
2.1 测量误差的产生及分类	5
2.2 测量误差分析方法	5
2.2.1 测量误差表示方法	5
2.2.2 随机误差	7
2.2.3 疏失误差及异常数据的剔除	10
2.2.4 系统误差	13
2.2.5 三种误差对测量结果的影响	17
2.2.6 测量误差的合成与分配	18
2.3 测量数据处理	20
2.3.1 有效数字及数字的舍入规则	20
2.3.2 等精密度测量结果的处理步骤	21
2.3.3 测量数据的其他处理方法	23
第3章 基础电子测量	26
3.1 时域电子测量	26
3.1.1 电压测量	26
3.1.2 波形测量	39
3.1.3 频率、时间与相位的测量	60
3.2 频域电子测量	67
3.2.1 频率特性测量	67
3.2.2 信号的频谱分析	70
3.2.3 非线性失真的测量	72
3.3 数据域电子测量	74

3.3.1	数据域测量的基本概念	74
3.3.2	数据域测试仪器——逻辑分析仪	75
第4章	微机化仪器和自动测试系统	82
4.1	概述	82
4.2	智能仪器	82
4.2.1	智能仪器的组成和特点	82
4.2.2	智能仪器设计简介	84
4.2.3	典型智能仪器举例	85
4.3	个人仪器	86
4.3.1	个人仪器产生的背景	86
4.3.2	个人仪器及系统的构成	87
4.3.3	个人仪器的特点及其发展	88
4.4	自动测试系统	89
4.4.1	概述	89
4.4.2	自动测试系统发展概况	89
4.4.3	自动测试系统的组成	90
4.4.4	自动测试系统的总线	91
4.4.5	自动测试系统软件设计	103
第5章	虚拟仪器技术	106
5.1	虚拟仪器基本知识	106
5.1.1	什么是虚拟仪器	106
5.1.2	虚拟仪器的特点	106
5.1.3	虚拟仪器的构成及其分类	107
5.1.4	常用的虚拟仪器软件开发工具	108
5.2	图形化软件编程平台 LabVIEW	109
5.2.1	LabVIEW 简介	109
5.2.2	组建一个虚拟仪器	112
5.2.3	子虚拟仪器	126
5.2.4	虚拟仪器编程技术	128
5.2.5	数据采集	130
5.2.6	仪器控制	140
5.3	虚拟仪器使用实例	142
5.3.1	虚拟仪器使用技术在各个领域的应用	142
5.3.2	虚拟电子测量仪器应用实例	142
参考文献		196

第1章 绪 论

1.1 电子测量的基本内容和特点

测量是人类对客观世界认知并获取被测对象的量值而进行的实验过程。借助专门的仪器设备,将被测对象直接或间接地与同类已知单位进行比较,取得用数值和单位共同表示的测量结果。比如说测得一座山的高度为海拔 3450m,一个电路里流过的电流大小是 1.000A 等。

1.1.1 电子测量的基本内容

电子测量是利用电子技术进行的测量,它所测量的内容涉及在极宽频率范围内对电量、磁量和各种非电量的测量。对于集总参数的电路而言,电子测量的内容主要包括:

- (1) 电能量,包括电压、电流和电功率等。
- (2) 电子信号的特性及所受干扰,包括信号的波形和失真度,信号的频率,相位,脉冲参数,调制度,信号频谱和信噪比等。
- (3) 电子元件和电路参数的测量,包括电阻、电感、电容、电子器件(晶体管、场效应管)测量,集成电路的测量,放大电路频率响应、通带宽度、品质因数、相位移、衰减和增益的测量等。
- (4) 测量仪器、设备的性能,如放大倍数、衰减量、灵敏度、通频带、噪声指数等。

1.1.2 电子测量的特点

与电工测量和其他的一些测量相比,电子测量有以下几个明显的特点:

- (1) 电子信号频率范围极宽。低至 $10^{-4} \sim 10^{-6}$ Hz, 高到 100GHz。
- (2) 量程宽广。数字电压表能测量低至纳伏(nV), 高至千伏(kV)的电压信号; 欧姆表能测几欧姆(Ω)至几十兆欧姆(M Ω)的电阻。数字式频率计的量程更宽,能测量高低频率相差达 17 个数量级的信号。
- (3) 测量精确度高。电子测量仪器精确度可达相当高的水平,特别是频率、时间的测量,由于采用了原子频标和原子秒作为基准,使误差减小到 $10^{-13} \sim 10^{-14}$ 量级。

(4) 可以进行遥测和长时间不间断的测量。电子测量可以通过各种类型的传感器对于远距离或者人体难以接近的信号实现遥测和遥控。在需要进行长期不间断监测的场合,电子测量有其独到之处。

(5) 测量速度快。这源自于电子技术的特点。对于测量结果可以有各种清晰、直观的显示方式,比如荧光屏显示、发光二极管或液晶数字显示以及打印、绘图、指示灯或警铃显示等。

(6) 易于实现测量过程的自动化。将计算机技术和电子测量过程紧密结合,特别是随着微型计算机功能的不断提高和价格的不断降低,使得电子测量如虎添翼,产生了集测量和记忆存储、逻辑判断、数学运算、命令识别等特点于一身的灵巧多用、高性能多功能的所谓“智能仪器”。在此基础上,利用微计算机为控者通过标准接口总线连接多台仪器,可以组成自动测试系统。在计算机统一指挥下,依照程序,可以快速准确地进行大量的自动测试工作。

1.2 电子测量的原理、方法和工具

电子测量的内容极其广泛,不同的测量自然有不同的原理、方法和工具。但就其本质而言,是利用电子技术对于电量和非电量进行测量。当然非电物理量要通过各种不同的传感器变换成电子测量仪器所能接受的电信号,才能对其进行测量。电子测量仪器往往由各种不同的电子电路组成,并且采用各种不同的电子技术手段,对被测信号反复进行输入、处理、输出等处理过程。

例如,要测量正弦波的波形,就要将被测正弦波通过不同的衰减器和不同的耦合回路输入到示波器的垂直方向放大器,经过放大后加到示波管的垂直偏转板以控制示波管电子枪发射的电子束在垂直方向按正弦规律变化,同时在示波管的水平偏转板上施加锯齿波电压使得垂直方向变化的电子束在水平方向线性展开。经过这样处理的电子束被极其高的直流电压加速后输出到涂有荧光物质的示波管荧光屏上,被电子束轰击到的荧光屏部分根据不同的荧光物质发出不同颜色的光线轨迹,从而显示出被测正弦波随时间变化的真实波形。

测量方法的正确与否关系到测量工作的性能和效率。根据不同的测量任务,选择切实可行的测量方法,再选择合适的测量仪器,组成测量系统,是进行科学测量的一般准则。

测量方法种类繁多,其分类形式也是多种多样的。比如按测量对象的性质分为时域测量、频域测量、数据域测量和随机测量;根据测量条件可分为等精度测量和非等精度测量;按测量手段分为直接测量、间接测量和组合测量;按测量方式可分为偏差式测量、零位式测量和微差式测量;按测量中是否存在标准量可分为直读测量和比较测量等。

在电子测量中,还经常用到一些变换,比如:变频、分频、检波、斩波以及电压-频率(U-F)、电压-时间(U-T)、模-数(A-D)、数-模(D-A)变换等技术。

1.3 电子测量技术的新发展

电子测量是电子工业的基础,也是一般工业不可或缺的重要测量手段。人类借助现代科学知识认识电现象并加以利用才只有短短一百多年的历史,在1931年诞生了世界上第一台用电子管制作的示波器,使人类对电的认知迈上了一个崭新的台阶。第二次世界大战以后,电子测量技术和测量仪器如雨后春笋般蓬勃发展,电子测量技术在电子领域开始成为一门独立的学科,电子测量仪器的研制和生产也成为独立的行业。我国的电子测量产业从无到有,不断发展壮大,已经成为一个具有科研、生产、经营能力的较完整的体系。

20世纪70年代之前,数字技术、锁相技术、频率合成技术、采样技术等的发展,促进了电子测量技术的发展。在此之后,对电子测量技术推动最大的要算微电子技术、计算机技术和软件技术的长足发展,可以说是一个飞跃,一场革命。20世纪70年代初惠普(Hewlett Packard)公司推出HP-IB被世界认可并制定出GPIB标准,真正实现了电子测量的自动化。组成自动测试系统的仪器都是程控化的,能够受控,具有听和讲的功能,它们极大地提高了测量效率,在完成庞大的测量任务的同时还能对测量数据进行处理、运算、存储,将测试结果转换成所需要的参数,并显示和打印出来。此外,它还能进行误差修正、自动校准,极大地提高了测量精度。近年来发展了以通用计算机为中心,由一些测量模块共同组成一个测试系统,即一个通用仪器平台加上一定的测试软件,比如VXI、PXI总线仪器等。

随着计算机技术的进一步发展,出现了虚拟仪器的概念。软件就是仪器。仪器设计工程师利用图形化编程工具,就可以灵活地在通用计算机上设计出各种各样丰富多彩的电子测量仪器。

作为电子测量工具的电子测量仪器,其传统分类都是以基本电子参数为基础,如电压表、示波器、频率计、信号源等。现在,随着电子测量仪器功能的增加,出现了一些综合型的仪器,如频谱分析仪、网络分析仪、信号分析仪。近年来,通信和广播电视事业发展很快,相应的专项测量仪器得到很大的发展,并逐渐系统化。此外,电子测量技术还向各行各业进行渗透,如电力电子仪器、汽车电子仪器、航空电子仪器等。

1.4 学习本课程的任务

掌握先进的科学实验理论、拥有现代的电子测试技术、生产高新的电子测量仪器,这是衡量一个国家科技现代化水平的重要标志。本课程针对广泛复杂的电子测量任务和日新月异的电子测量技术,重点讲述最基本的电子测量原理和电子测量方法,介绍测量误差分析和数据处理的一般方法,对现代科学技术在电子测量中

的应用也将做一定的介绍。掌握传统的电子测量原理、方法和工具,了解现代的电子测量问题和实现手段,并且在实践中得到应用,这是培养工程技术人员必不可少的重要环节。

本门课程的先修课程是电子技术基础和计算机原理,当然,如果有一定的计算机软件编程基础,则肯定会在学习虚拟仪器技术,使用图形化编程工具组建新型电子测量仪器时更加得心应手。

本课程采用课堂讲授、实验操作、课外自学相结合的方法,重在掌握电子测量的基本概念、基本方法和基本技能。电子测量仪器中所采用的电子电路,往往是电子技术基础课程中所学过的一些单元电路在测量电路中的拓展应用。在有些测量仪器中,也会用到一些比较特殊的器件和特殊的电路,这就需要在学习过程中细心积累,以便在今后的应用中能触类旁通、举一反三。

第2章 测量误差分析和数据处理

2.1 测量误差的产生及分类

被测量对象本身的真实大小称为“真值”。“真值”是个理论概念,因为通过任何测量手段、使用任何测量工具所获取的“测得值”,都不可能完全准确地等于被测量对象的真值。“测得值”和“真值”之间的差异称为“测量误差”。

“测量误差”的产生有其主观和客观的因素,测量方法不恰当、测量工具不准确、测量手段不完善、测量环境不稳定、测量人员的疏忽大意等等,都是产生测量误差的原因。

测量误差如果是在一定范围之内,将不至于对科学实验带来重大影响,但是超过一定限度时,将使得根据测量结果做出的结论或科学结论失去意义,甚至会给工作带来危害。因此对测量误差的控制就成为衡量测量技术水平乃至科学技术水平高低的一个重要标志。由于测量误差的存在是必然的和普遍的,因而人们不可能完全消除它,只能尽量控制它到尽量小的范围。

研究测量误差,主要解决以下几方面的问题:

- (1) 正确认识测量误差的来源,分清其性质,以减小测量误差。
- (2) 正确处理测量数据,以得到接近真值的测量结果。
- (3) 合理制定测量方案,正确选择测量方法和仪器,组织科学测试,在条件许可的情况下得到较好的测量结果。

测量误差按照表示方法分成“绝对误差”和“相对误差”;按照误差的来源分为器具误差、人身误差、影响误差和方法误差等;按照误差的性质分为随机误差、系统误差和疏忽(粗大)误差。

2.2 测量误差分析方法

2.2.1 测量误差表示方法

1. 绝对误差

1) 定义

由测量所得到的被测量值 X 与其真值 A_0 的差,称为绝对误差 ΔX ,可表示为

$$\Delta X = X - A_0 \quad (2-1)$$

真值是不能得到的,常用高一等级的计量标准所测得的量值作为实际值 A 或者用经过修正的多次测量所得到的算术平均值 $\bar{X}$ 来代替真值 A_0 使用。

2) 修正值

与绝对误差的绝对值大小相等,符号相反的量值称为修正值,用 C 表示

$$C = -\Delta X = A_0 - X \quad (2-2)$$

通常在校对仪器时,通过表格、曲线或公式等形式给出该仪器的修正值。在自动测试仪器中,将修正值先存储在仪器中,测量时可以自动对测量结果进行修正。

2. 相对误差

绝对误差往往不能确切地反映测量的准确程度,比如测 100V 电压和 10V 电压绝对误差都是 2V,虽然二者绝对误差相等但不能说有相同的准确度。所以一般采用相对误差来表示。

1) 相对误差 γ_0

$$\gamma_0 = \frac{\Delta X}{A_0} \times 100\% \quad (2-3)$$

如果用实际值 A 代替真值 A_0 所表示的相对误差称为实际相对误差 γ_A ,则

$$\gamma_A = \frac{\Delta X}{A} \times 100\% \quad (2-4)$$

在误差较小、要求不太严格的场合,也可以用测得值 X 代替实际值 A ,这时的相对误差称为示值相对误差 γ_X ,则

$$\gamma_X = \frac{\Delta X}{X} \times 100\% \quad (2-5)$$

式中, ΔX 通常由所使用仪器的准确度等级定出。

2) 满度(引用)相对误差

在连续刻度的仪表中,在某一量程内,被测量有不同的数值,即相对误差计算公式中分母是个变数。为了方便地划分电表的准确度等级,引用电表的量程,即满刻度值 X_m 作为分母,这样表示的相对误差称为满度(引用)相对误差 γ_m ,亦即

$$\gamma_m = \frac{\Delta X}{X_m} \times 100\% \quad (2-6)$$

我国电工仪表准确度等级用 S 表示,分为 7 级,即 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5 及 5.0, 分别表示它们的满度(引用)相对误差分别在 $\pm 0.1\%$, $\pm 0.2\%$, ..., $\pm 5.0\%$ 以内。

3) 一次测量最大误差的估计

知道了仪表的准确度等级,就可以估计一次测量时所产生的误差。最大绝对误差为

$$\Delta X_m = \pm S\% \cdot X_m \quad (2-7)$$

所以,最大示值相对误差则为

$$\gamma_{xm} = \frac{\Delta X_m}{X} \times 100\% = \pm S\% \cdot \frac{X_m}{X} \quad (2-8)$$

此式说明,作一次测量所产生的最大示值相对误差,除了和仪器仪表的准确度等级 S 有关外,还与满度值 X_m 和测量示值 X 的比值有关。比值越大,测量的误差越大。所以在仪器仪表的准确度给定时,选择量程越接近测量示值,则准确度越高。一般应该使指针偏转位置落在靠近量程满度值的 $1/3$ 区域内。

当然以上分析只适用正向刻度的仪器仪表。对于反向刻度的仪器仪表,如指针式万用表电阻档,其灵敏区域应该在中值附近。

4) 分贝(dB)误差

在电子测量仪器中,常常用分贝(dB)表示相对误差,称为分贝误差。对于电流、电压类电参数,分贝误差为

$$\gamma_{dB} = 20 \lg \left(1 + \frac{\Delta X}{X} \right) \text{ (dB)} \quad (2-9)$$

对于功率类电参数,分贝误差为

$$\gamma_{dB} = 10 \lg \left(1 + \frac{\Delta X}{X} \right) \text{ (dB)} \quad (2-10)$$

当误差不大,即 $\frac{\Delta X}{X} \ll 1$ 时,将对数函数展开为级数,并取近似,有

$$\begin{aligned} \lg \left(1 + \frac{\Delta X}{X} \right) &= 0.4343 \ln \left(1 + \frac{\Delta X}{X} \right) \\ &\approx 0.4343 \frac{\Delta X}{X} \\ &= 0.4343 \gamma_x \end{aligned}$$

因此对于电压、电流类电参数有

$$\gamma_{dB} \approx 8.69 \gamma_x \text{ (dB)} \quad (2-11)$$

或

$$\gamma_x \approx 0.115 \gamma_{dB}$$

对于功率类电参数,有

$$\gamma_{dB} \approx 4.34 \gamma_x \text{ (dB)} \quad (2-12)$$

或

$$\gamma_x \approx 0.23 \gamma_{dB}$$

2.2.2 随机误差

1. 随机误差的特点及其分布

在相同条件下,用同样的仪器和方法,由同一测量者以同样的细心程度进行多次测量称为等精密度测量。

等精密度测量产生的误差其绝对值和符号以不可预定的方式杂乱变化着的误

差称为随机误差。

随机误差主要是由对测量值影响较小、又互不相关的多种因素造成的,如热运动、噪声干扰、电磁场微变、空气扰动、大地微震及测量人员感官等各种无规律的微小变化。

一次测量的随机误差没有规律,但对于足够多次的测量,随机误差服从一定的统计规律。在多次测量中随机误差的绝对值不会超过一定的界限,且正、负误差出现的概率相同,即当测量次数 n 无限增加时,随机误差的算术平均值趋于零。

所以随机误差具备有界性、对称性和抵偿性。

根据数理统计和大量实践证明,许多测量结果随机误差的分布形式接近于正态(高斯)分布,如图 2-1 所示。

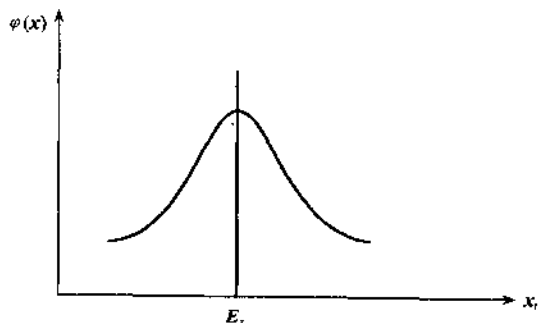


图 2-1 x_i 的正态分布

2. 随机误差的统计处理

1) 测量值的数学期望和标准差

对某一被测量 x 进行 n 次等精密度测量,得到测量值 x_i 为

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

这里 x_i 为随机变量。其算术平均值为

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2-13)$$

当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时,算术平均值的极限称为测量值的数学期望 E_x ,即

$$E_x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) \quad (2-14)$$

随机误差 δ_i 是测量值和数学期望之差,即

$$\delta_i = x_i - E_x \quad (2-15)$$

定义测量值和算术平均值之差为剩余误差(残差) v_i ,则

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (2-16)$$

在测量工作中,不光要知道算术平均值的大小,还要知道测量数据的分散程度,它可以用方差来表示,其定义为当 $n \rightarrow \infty$ 时测量值与数学期望值之差的平方的统计平均值,写作

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - E_x)^2 \quad (2-17)$$

即

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^2 \quad (2-18)$$

取 σ 正的平方根为

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^2} \quad (2-19)$$

σ 称为测量值数列的标准误差,简称标准差,它是随机误差的一个重要统计量。

σ 是表示测量精密度的参数, σ 小表示测量值集中,测量的精密度高; σ 大则测量值分散,精密度低。

取 σ_i 的平方值来计算 σ 的大小是为了避免 σ_i 的正负抵消。

2) 贝塞尔(Bessel)公式

当测量次数 n 为有限次时,可以用剩余误差代替随机误差来表示标准差,这样计算出的标准差称为标准差的估计值,记作 $\hat{\sigma}$,则

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_i^2} \quad (2-20)$$

这就是贝塞尔公式。式中 $n-1$ 称为自由度,常用 K 表示,即 $K=n-1$ 。

经过一定的数学推导, $\hat{\sigma}$ 还可以由下式求出,即

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} \quad (2-21)$$

这个公式是一些较好的便携式计算器中计算 $\hat{\sigma}$ 编制程序的根据。

在测量次数 n 为无穷大时,算术平均值有其数学期望。但当 n 为有限次时,算术平均值本身也是一个随机变量,一般 $\bar{x} \neq E_x$ 。比如在相同条件下对同一量值作 m 组,每组重复 n 次测量,每一组都有一个算术平均值且这些算术平均值并不相同。为了得到更精密的测量结果,要用到算术平均值的标准差($\sigma_{\bar{x}}$)和算术平均值标准差的估计值($\hat{\sigma}_{\bar{x}}$)。

根据概率统计学计算,可知

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2-22)$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \quad (2-23)$$

2.2.3 疏失误差及异常数据的剔除

1. 测量结果的置信概率和置信区间

由于随机误差的影响,测量值偏离数学期望值的大小和方向是随机的,但是我们仍然希望知道测量值落在期望值附近某一确定范围内的可能性有多大,或者说希望知道测量的可信程度如何。这种可能性称为置信概率,这一确定的范围则称为置信区间,如图 2-2 所示。

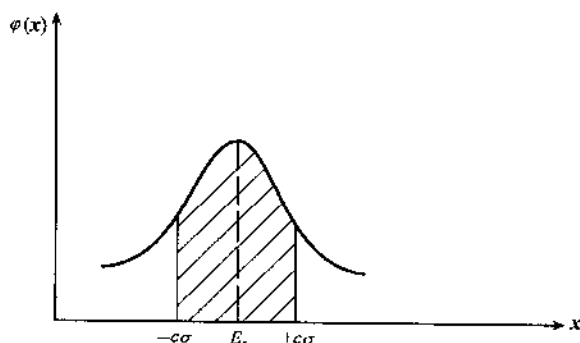


图 2 2 置信概率和置信区间

服从正态分布的测量值 X 其概率密度为

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-E_x)^2}{2\sigma^2}} \quad (2-24)$$

则测量值处于 E_x 附近对称区间 $[E_x - C\sigma, E_x + C\sigma]$ 内的置信概率为

$$\begin{aligned} P[E_x - C\sigma < X < E_x + C\sigma] &= P[|X - E_x| < C\sigma] \\ &= \int_{E_x - C\sigma}^{E_x + C\sigma} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{[X - E_x]^2}{2\sigma^2}} dX \end{aligned} \quad (2-25)$$

这里 C 是一个指定的系数,如图 2-2 所示。令

$$Z = \frac{X - E_x}{\sigma}$$

则

$$dZ = \frac{dX}{\sigma}$$

当 $X = E_x - C\sigma$ 时,有