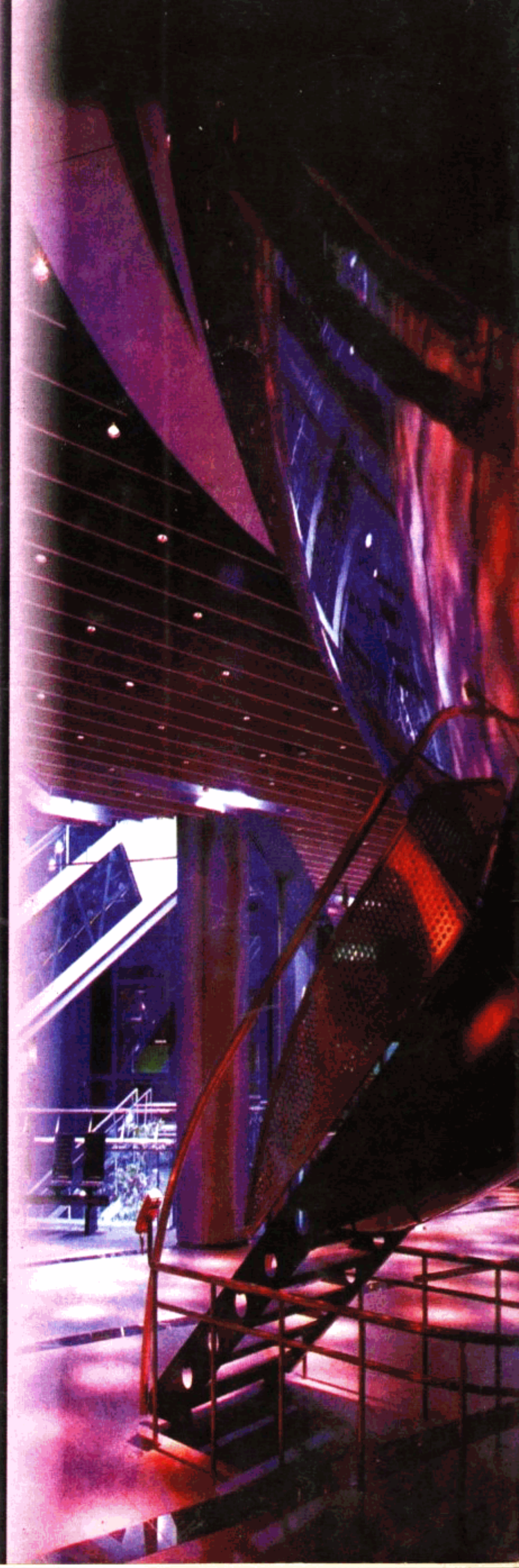
全国高等教育自学考试

材料力学自学指导

秦惠民　安学敏　编



武汉大学出版社

全国高等教育自学考试

材料力学自学指导

秦惠民　安学敏　编

武 汉 大 學 出 版 社

图书在版编目（CIP）数据

材料力学自学指导/秦惠民，安学敏编. ——武汉：武汉大学出版社，1998.1

全国高等教育自学考试学习用书

ISBN 7-307-02540-x

Ⅰ 材…

Ⅱ ①秦… ②安…

Ⅲ 材料力学—高等学校—自学考试—辅导（教学）

Ⅳ TB301

武汉大学出版社出版发行

（430072 武昌 珞珈山）

湖北省毕昇印刷总厂印刷

（436700 湖北省英山县温泉镇鸡鸣路 60 号）

1998 年 1 月第 1 版 1998 年 1 月第 1 次印刷

开本：787×1092 1/16 印张：14.5

字数：354 千字 印数：1—5000

ISBN 7-307-02540-x/TB·3 定价：14.00 元

本书如有印装质量问题，请寄承印厂调换

前　言

本书是为自学者编写的辅导教材。编写时，参照了全国高等教育自学考试大纲并与自学考试教材紧密配合。编者力图使读者在学习自学考试教材的基础上，通过本书进一步明确和掌握材料力学的主要内容，力图对自学者起到无师自通的辅导作用。

本书的章次与自学考试教材相同，各章的内容则不是按自考教材节的顺序逐节编写，而是就各章的主要内容以归纳、小结的方式编写。编写各部分内容时，均是先对有关的概念、理论和方法予以简要的概括和复习，再配以大量的、较典型的例题（包括综合测验题的题解在内，全书共有 230 个例题）；同时，提出该部分易出现的错误和应注意的一些问题。全书最后附了两套国内某两省考过的自学考试试题（均给出了题解），供自学者进行自我测验。

本书除供自学者使用外，也可供社会助学单位的辅导教师和普通高等工科院校的学生参考。

书中不妥之处，敬请读者指正。

编　者

1997.10

目　　录

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第一章　轴向拉伸、压缩

轴向拉伸、压缩是构件的一种基本变形形式。本章讨论的内容虽然比较简单，但却是材料力学中的重点内容之一。该章涉及的一些基本概念和基本方法，在材料力学中具有普遍意义，学好本章将为学好材料力学这门课打下良好基础。

本章主要内容可归纳为：一、轴力和轴力图；二、应力和强度条件；三、变形和虎克定律；四、材料的力学性质；五、拉、压超静定问题。

一　轴力和轴力图

1. 轴力及其求法

轴向拉伸、压缩是构件的四种基本变形之一，所谓“轴向”是指外力的作用线与杆件的轴线重合。

杆件在轴向外力作用下，在发生变形的同时，其内部也将产生力，该力称为**内力**。内力是由外力引起的，它随外力的改变而改变。通常只研究杆件横截面（与杆件轴线相垂直的截面）上的内力。轴向拉伸、压缩时，横截面上的内力与杆件的轴线重合，它称为**轴力**，一般用 N 来表示（图 1—1(b)、图 1—2(b)）。

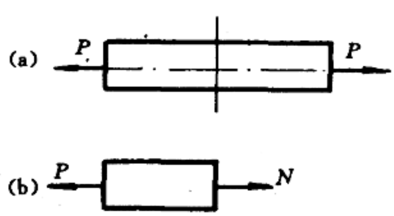


图 1—1

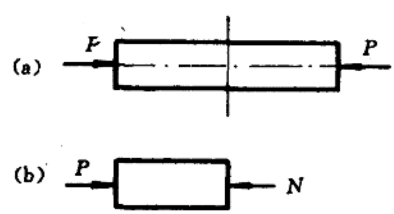


图 1—2

求轴力（内力）的基本方法为截面法。该方法是在欲求内力的截面处，用一假想的平面将杆截为两部分，任取一部分，该部分在其上的外力和横截面上的内力（轴力）共同作用下处于平衡状态，利用平衡条件求之。例如求图 1—3(a) 所示杆 1－1 截面上的轴力时，就在 1－1截面处将杆截为图 1—3(b)和(c)所示两部分，任取其一部分（左、右均可），比如取左侧截离体。该截离体在 P、$4P$ 和 N_1 共同作用下平衡，由 $\sum X=0$，得

$$N_1+P-4P=0$$

由此得

$$N_1 = 4P - P = 3P$$

求得的 N_1 为正值，说明图 1—3(b)所示 N_1 之方向与 1－1 截面上的实际内力方向一致(得负则说明与实际方向相反)，该内力为拉力。轴力一般规定拉力为正，压力为负。

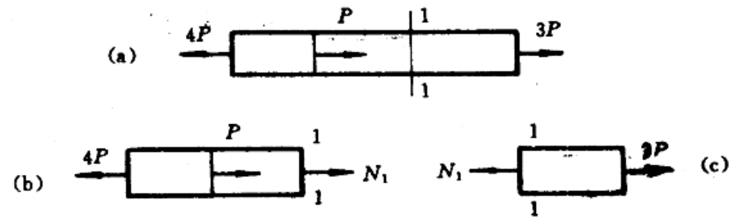


图 1—3

1－1 截面上的轴力也可通过右侧来求得。右侧截离体上的外力和内力如图 1—3(c)所示，由 $\sum X = 0$ 得

$$3P - N_1 = 0,\ \therefore\ N_1 = 3P$$

求得结果完全相同。在具体做题时究竟取哪部分，应以简便为准。

应明确：图 1—3(b)和(c)上所示的 N_1 都是代表 1－1 截面上的轴力，二者是作用力与反作用力关系，一定是大小相等、方向相反。

截面法虽然是求内力的基本方法，但对求图 1—3(a)之类杆的轴力时，还可在截面法的基础上，引出更简便的方法。图 1—3(a)所示杆 1－1 截面上的轴力最后求得为

$$N_1 = 4P - P$$

$4P$ 和 P 是作用在 1－1 截面左侧杆件上的轴向外力，而 1－1 截面上的轴力恰好等于该二外力的代数和，这不是偶然现象，而是普遍规律。对图 1—3(a)所示之类杆可得下列结论：**杆的任一横截面上的轴力等于该截面一侧所有轴向外力的代数和。**用此结论求轴力非常方便，它可省略取截离体及列平衡方程等步骤。

现在利用上述结论重新求图 1—3(a)所示杆 1－1 截面上的轴力。1－1 截面上的轴力等于该截面一侧所有轴向外力的代数和，考虑右侧，右侧轴向外力只有 $3P$，因而

$$N_1 = 3P \quad (拉)$$

N_1 是拉还是压也很容易判定，N_1 与外力 $3P$ 平衡，其方向必与 $3P$ 相反，显然 N_1 为拉力。如果考虑左侧，也会得到同样的结果。左侧轴向外力有 $4P$ 和 P，二者方向相反，其代数和为 $3P$，$3P$ 的方向向左。N_1 与 $3P$ 方向相反(图 1—3(b))，N_1 仍为拉力，所以可直接写出 $N_1 = 3P$(拉)。

利用上述结论时，应注意“一侧”二字，绝不能同时考虑两侧。另外，还应注意：当杆件存在约束时，轴向外力包括约束反力。

2. 轴力图

轴力图是用图形来表示杆件各截面上轴力的变化规律。例如图 1—4(a)所示的受拉杆，其各横截面上的轴力相同，都等于 P，用图 1—4(b)所示的轴力图来表示。图中垂直于

杆轴线方向的坐标代表相应截面上的轴力，如 aa 代表 1-1 截面上的轴力，bb 代表 2-2 截面上的轴力。图中⊕号表示轴力为拉力，压力则标以⊖号。轴力图要画在杆件的一侧，需与杆件相对应。

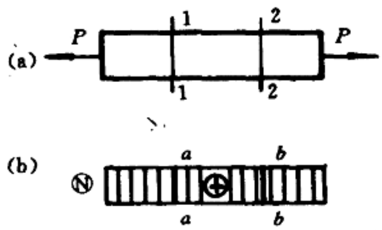


图 1—4

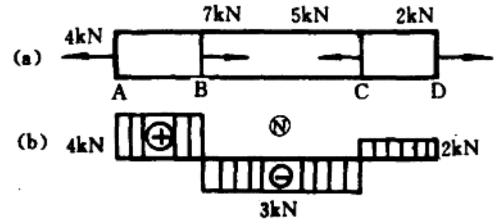


图 1—5

轴力图的好处在于可直观地表示出各截面轴力的变化规律，特别是杆上作用有多个轴向外力时，例如图1-5(a)所示的杆。画图1-5(a)所示杆的轴力图时，需分段来画，外力作用处都是分段的分界点。从受力情况可知，AB 段各截面上的轴力均为4 kN(拉)，BC 段各截面上的轴力均为3 kN(压)，CD 段均为2 kN(拉)，轴力图分别为三条水平线，如图1-5(b)所示。拉、压分别画在基线的两侧。

当杆上或杆的某段上作用有轴向均布荷载时，均布荷载段对应的轴力图则是斜直线，例如图1-6(b)所示的杆。画此杆的轴力图时，需分 AB 和 BC 两段来画。AB 段各截面上的轴力均为$P+qb$，此段轴力图为水平线。BC 段各截面上轴力各不相同，从图 1—6(c)所示截离体可知，此段任一截面上的轴力为

$$N(x)=P+qx$$

当 $x=0$ 时，$N(x)=P$；当 $x=b$ 时，$N(x)=P+qb$，此段轴力图如图 1—6(a)中所示的一条斜直线。

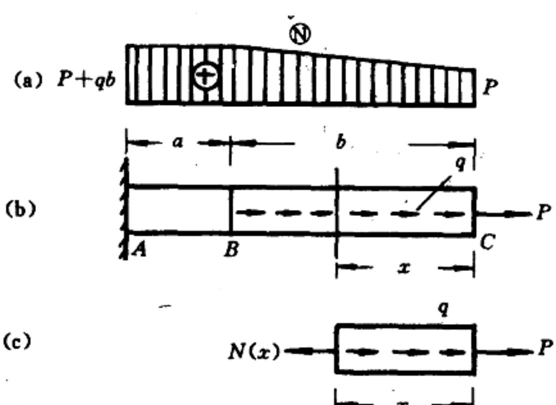


图 1—6

3. 例题

例 1—1　试求图1－7(a)所示杆件1－1截面上的轴力。

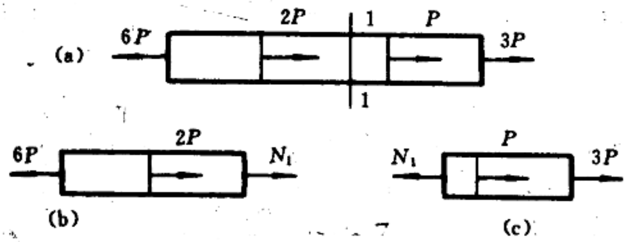


图 1—7

解:此题分别用截面法和简便法。

先用截面法。将杆在1－1处截开,取左部截离体如图1－7(b)所示。该截离体在 $6P$、$2P$ 与 N_1 共同作用下平衡,由 $\sum X=0$,得

$$N_1+2P-6P=0$$

从而得

$$N_1=4P\quad(拉)$$

再用简便法。考虑左侧,1－1截面上的轴力等于该截面左侧轴向外力 $6P$ 与 $2P$ 的代数和。$6P$ 与 $2P$ 方向相反,二者代数和为 $4P$,其方向向左,因而 N_1 的方向向右为拉力,所以

$$N_1=4P\quad(拉)$$

如考虑右侧,也会得相同结果。右侧轴向外力为 P 和 $3P$,二者方向相同,仍可得 $N_1=4P$ (拉)。

例 1—2　试求图 1—8(a)所示杆 1－1 截面上的轴力。

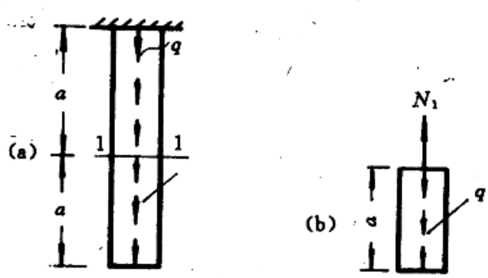


图 1—8

解:此杆受的外力为均布荷载,q 为作用在杆件单位长度上的轴向外力。在 1－1 处将杆截开并取下部截离体(图 1—8(b)),它在 N_1 与 qa 作用下平衡,由 $\sum Y=0$,得

$$N_1-qa=0$$

$$\therefore N_1=qa\quad(拉)$$

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

1－1 截面上轴力也可用简便法直接写出。

思考题：如取上部截离体，求得的 N_1 值是否与上述结果相同？读者具体求之。

例 1—3　试求图 1—9(a)所示三角架中 AB 杆和 BC 杆的内力。

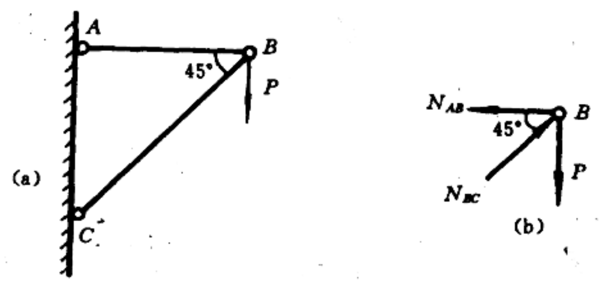


图 1—9

解：二杆两端均为铰且 P 作用在结点上，故 AB、BC 均为二力杆，AB 杆受拉，BC 杆受压。取结点 B 为平衡对象，其受力图如图 1—9(b)所示，平衡方程为：

$$\sum X=0:\qquad N_{BC}\cdot\cos 45^\circ-N_{AB}=0 \tag{1}$$

$$\sum Y=0:\qquad N_{BC}\cdot\sin 45^\circ-P=0 \tag{2}$$

由(1)、(2)解得

$$N_{AB}=P(\text{拉})\qquad N_{BC}=\sqrt{2}P\ (\text{压})$$

例 1—4　图 1—10(a)所示桁架中，知 $P_1=9\ \text{kN}$，$P_2=6\ \text{kN}$，试求 EF 杆的内力。

解：需首先求出 A、D 处的约束反力，考虑桁架整体平衡，平衡方程为

$$\sum M_D=0:\qquad P_1\cdot 2a+P_2\cdot a-R_A\cdot 3a=0 \tag{1}$$

$$\sum Y=0:\qquad R_A+R_B-P_1-P_2=0 \tag{2}$$

将 P_1、P_2 值代入(1)、(2)，解得

$$R_A=8\ \text{kN}\qquad R_B=7\ \text{kN}$$

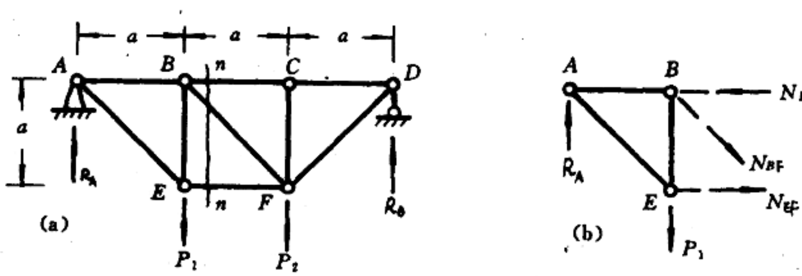


图 1—10

因外力均作用在结点上，故桁架各杆均为二力杆。为求 EF 杆的内力，用图1－10(a)中

所示的 $n-n$ 截面将桁架截开并取左侧截离体，其受力图如图 1—10(b)所示。考虑其平衡，由平衡方程

$$\sum M_B=0: \qquad N_{EF}\cdot a-R_A\cdot a=0$$

得

$$N_{EF}=R_A=8\ \text{kN}$$

4. 求内力时应注意的几个问题

(1)不要漏掉约束反力

内力是由外力引起的，外力既包括直接作用在杆上的荷载，又包括约束反力。在利用截面法或简便法求杆的轴力时，如考虑有约束的一侧，应注意不要漏掉约束反力。例如在例 1—2 中，如考虑上部截离体，其受力图将如图 1—11(b)所示，由平衡方程

$$\sum Y=0: \qquad 2qa-qa-N_1=0$$

得

$$N_1=qa\ (\text{拉})$$

与例 1—2 中求得的完全相同。如果漏掉反力 R(如图 1—11c)，则会得出 N_1 的数值相同而正负号相反的错误结果。

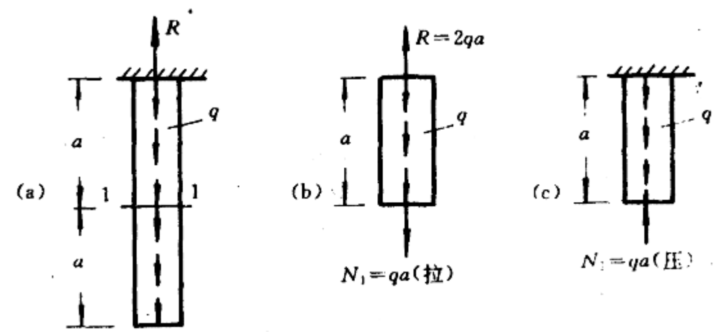


图 1—11

(2)正确地选择平衡对象

在求结构中某杆(或某些杆)的内力时，应正确地选择平衡对象。例如求图 1—12(a)所示结构中 AB 杆的轴力时，应选取 CB 杆为平衡对象(如图 1—12(b))，就不能错误地选择结点 B 为平衡对象和画出图 1—12(c)所示的受力图(错在将 CB 杆视为二力杆，同时也找不出轴力 N_{AB}与外力 P 之间的关系)。

同理，求图 1—13(a)中 AB 杆的轴力时，也应选水平杆为平衡对象。

(3)正确地运用理论力学中的等效力系

在理论力学中，当研究受力体的平衡时，常运用力的平移、力的合成、分解等所谓等效力系的概念。但在材料力学中研究内力(以及变形)时，对等效力系则不能任意地、不加分析地运用。例如求图 1—14(a)所示杆 1-1 和 2-2 截面的轴力时，如果将力 P 沿其作用线移至

B 处,对 1－1 截面来说,轴力没有改变,而 2－2 截面的轴力则发生了变化。2－2 截面的轴力本应为 P,平移后则变为零。

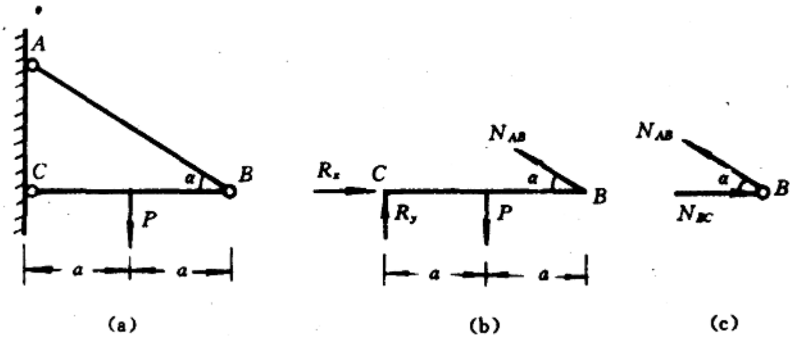


图 1—12

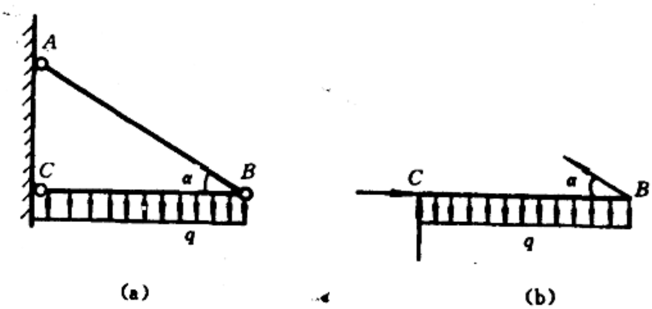


图 1—13

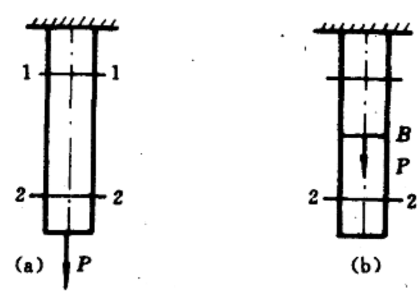


图 1—14

这里只是强调不能不加分析地任意运用,并非研究变形体的内力(以及变形)时一律不能运用等效力系,而是有些情况可以,另一些情况则不行,应根据研究部位、荷载情况及等效力系的形式等具体分析之(求约束反力时,一般都可运用等效力系)。

从上面的一些例题可知,求杆的轴力(不论是单个杆还是杆系)其实质就是应用理论力

学的静力平衡条件来求未知力,因而必须熟练地掌握理论力学的静力学部分。对静力学中的平面共线力系、汇交力系、平行力系和任意力系所能建立的平衡方程应十分明确(这也是学好材料力学这门课所必须的)。

二　应力和强度条件

1. 应力的概念

由前面知道,内力是由外力引起的且随外力的改变而改变。对一定尺寸的杆来说,从强度角度看,内力愈大愈危险。但内力的大小还不能确切地反映一个杆件的危险程度,特别是对不同尺寸的杆件更难以通过内力的大小进行比较。例如图 1—15(a)和图 1—16(a)所示的材料相同而横截面面积不同的两个杆,在相同的外力 P 作用下,二杆相应横截面上的轴力 N 相同,但危险程度却不同,显然细杆容易被拉断。为了确切地说明任一受力杆件的危险程度,引入了**应力**的概念。

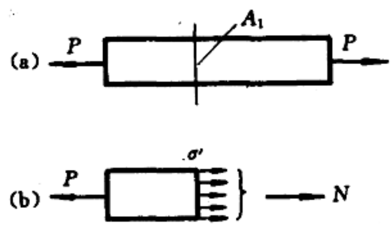


图 1—15

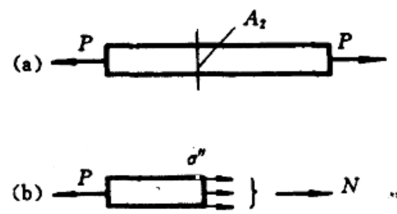


图 1—16

在轴向拉、压杆中,将横截面上的轴力 N 除以杆的横截面面积 A,得横截面单位面积上的内力,此单位面积上的内力称为应力,用 σ 来表示,即

$$\sigma=\frac{N}{A}$$

σ 的方向垂直于其所在截面(横截面),又称为**正应力**。正应力有拉、压之分,杆轴向受拉时,横截面的正应力为拉应力,受压时为压应力。

有了应力概念,从杆件强度方面就可确切地说明其危险程度。不仅如此,有了应力的尺度,还可比较不同杆件的危险程度。例如图 1—15(a)和图 1—16(a)所示的粗、细二杆,细杆之所以较粗杆容易被拉断(在材料相同的条件下),就是因为细杆横截面上的正应力 $\sigma''=N/A_2$ 大于粗杆横截面的正应力 $\sigma'=N/A_1$。

这里只是粗略地介绍应力的概念,严格讲,应力是与**点**和**截面**这两个因素分不开的,有关应力的概念将在后续内容中逐渐加深。

在国际单位制中,应力的单位为"帕斯卡",简称为"帕",用 Pa 来表示。"帕"的单位很小,工程中还常用"千帕"(即 kPa)和"兆帕"(即 MPa)。

$$1\ \text{帕}=1\ \text{牛}/\text{米}^2 \qquad \text{即}\ 1\ \mathrm{Pa}=1\mathrm{N/m^2}$$

$$1\ \mathrm{kPa}=1\times10^3\ \mathrm{Pa} \qquad 1\ \mathrm{MPa}=1\times10^6\ \mathrm{Pa}$$

2. 横截面和斜截面上的应力

上面已经知道，轴向拉、压时，杆横截面上的正应力计算公式就是

$$\sigma=\frac{N}{A}$$

轴向拉、压杆不仅其横截面上存在应力，其斜截面上也存在应力。例如图 1—17(a)所示的轴向受拉杆，与横截面成任意 α 角的斜截面上的应力将如图 1—17(b)所示，p_α 为该斜截面上沿水平方向的应力。在力学中，常将 p_α 沿斜截面的法向和切向分解，即用图 1—17(c)所示的 σ_α 和 τ_α 来代替 p_α。σ_α 的方向垂直于斜截面，为正应力，τ_α 的方向沿斜截面的切向，它称为**剪应力**。

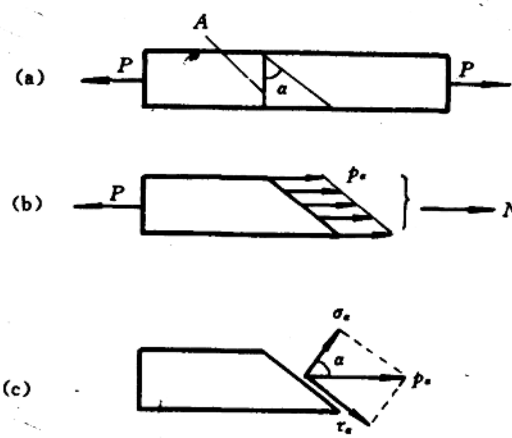


图 1—17

正应力和剪应力分别对应两种破坏形式。对某种材料制成的杆，当正应力达到一定数值时，杆件将被拉断或压坏；当剪应力达到一定数值时，杆件将被剪断(错动)。

轴向拉、压杆任意斜截面上的正应力与剪应力计算公式分别为

$$\sigma_\alpha=\sigma\cdot\cos^2\alpha \quad 与 \quad \tau_\alpha=\frac{\sigma}{2}\cdot\sin 2\alpha$$

式中 $\sigma=N/A$ 为横截面上的正应力。由该二公式可知：

当 $\alpha=0$ 时，$\sigma_\alpha=\sigma_{\max}=\sigma$；

当 $\alpha=45^\circ$时，$\tau_\alpha=\tau_{\max}=\frac{\sigma}{2}$

这表明：在轴向拉、压杆中，最大正应力发生在横截面上；最大剪应力发生在与横截面成 45°的斜截面上。

3. 正应力强度条件及其应用

有了应力的概念，就可进一步解决工程中杆件的强度计算问题。

轴向受拉(压)杆，当其横截面上的正应力达到一定值时，杆将被拉断(或压坏)。拉断时

横截面上的正应力称为**极限应力**，用 σ° 表示。显然，轴向拉、压杆工作时，其横截面上的正应力不允许达到极限应力。不仅如此，工程上还必须考虑一定的安全储备，因而将极限应力 σ° 除以大于 1 的安全系数 K 即

$$[\sigma]=\frac{\sigma^{\circ}}{K}$$

作为材料允许承受的最大应力值。$[\sigma]$ 称为材料的**容许应力**，其随材料不同而不同。这样，就可建立轴向拉、压时如下的强度标准：

$$\sigma=\frac{N}{A}\leqslant[\sigma]$$

工程中设计轴向拉、压杆时，必须满足该式，该式称为**强度条件**。式中：

σ ——杆件横截面上的正应力。

N ——杆件横截面上的轴力。

A ——杆件的横截面面积。

$[\sigma]$——材料的容许正应力。

根据强度条件，可解决工程中常见的下列三类强度计算问题：

①校核强度　即已知杆件所受的荷载、杆件的截面尺寸和材料的容许应力，验算杆是否满足下式

$$\sigma=\frac{N}{A}\leqslant[\sigma]$$

②选择截面　即已知杆件所受荷载和材料的容许应力，由式

$$\frac{N}{A}\leqslant[\sigma]$$

求杆的横截面面积。

③求容许荷载　即已知杆件的横截面面积和材料的容许应力，由式

$$\frac{N}{A}\leqslant[\sigma]$$

求杆件能承受的最大轴力 N，再依 N 与外力的关系求出杆件能承受的最大荷载，该荷载称为**容许荷载**。

4. 例题

例1—5　图 1—18 所示为圆形截面轴向受力杆，已知 $d_1=1$ cm，$d_2=2$ cm，$P_1=10$ kN，$P_2=30$ kN，试求 1－1、2－2 截面上的正应力。

解：求应力时应注意量与单位：力用牛顿(N)、面积用 m^2，算得应力的单位为“帕”(Pa)。

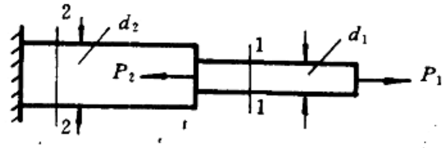


图 1—18

1－1 截面上的轴力 $N_1=P_1$，正应力为：

$$\sigma=\frac{N_1}{A_1}=\frac{P_1}{\pi {d_1}^2/4}=\frac{10\times10^3}{\pi\times0.01^2/4}=127.3\times10^6\ \text{Pa(拉)}$$

2－2 截面上的轴力 $N_2=P_2-P_1$(压)，正应力为压应力，计算时取绝对值，再注明为压

此为试读，需要完整PDF请访问： www.ertongbook.com