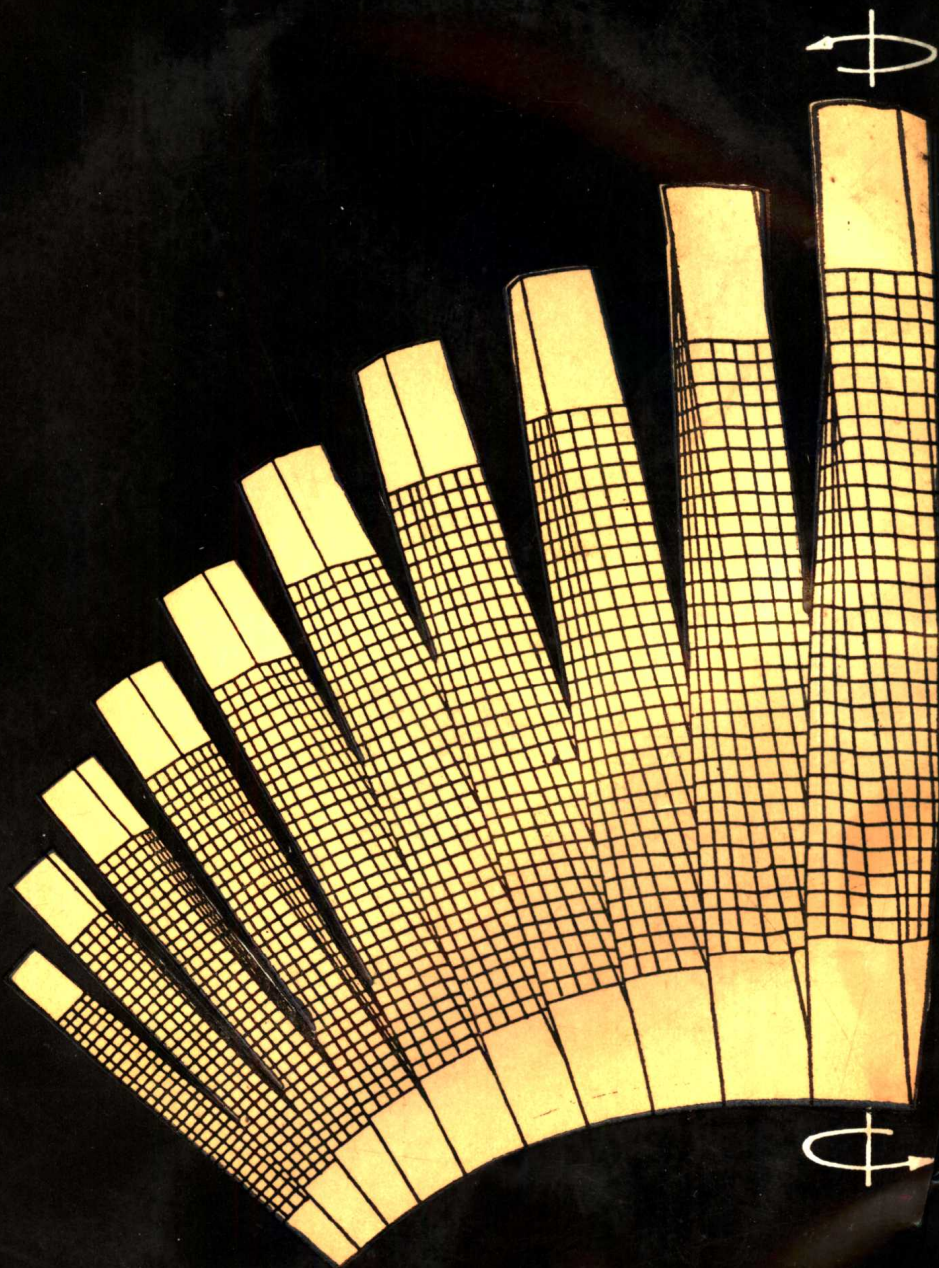


材料力學(下)

林正輝・陳維方 編譯



全華科技圖書股份有限公司 印行

世界图书出版公司重印

大 專 用 書

材 料 力 學 (下)

林正輝・陳維方 編譯



全華科技圖書股份有限公司

世界圖書出版公司重印

材料力学(下)

林正辉 等编译

全华科技图书股份有限公司出版

世界图书出版公司 重印

(北京朝内大街 137 号)

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1991年2月第1版 开本: $787 \times 1092 \frac{1}{16}$

1991年2月第1次印刷: 印张: 21.5

印数: 0,001—1,020 字数: 41.2万字

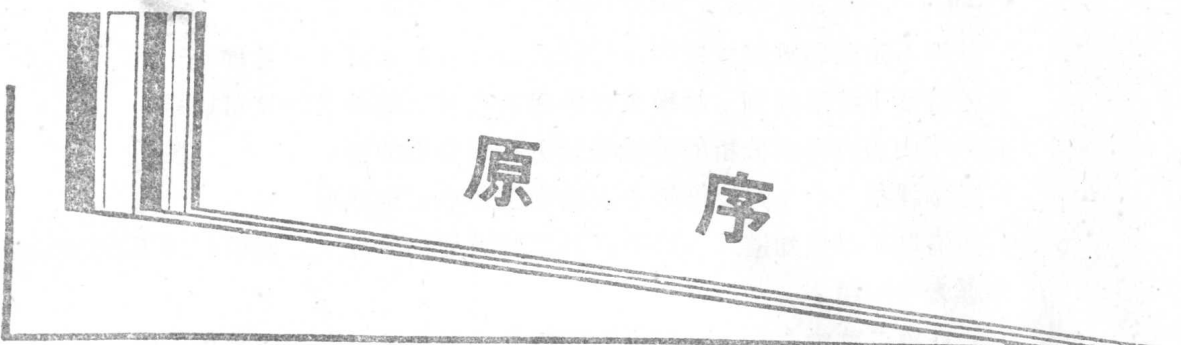
ISBN 7-5062-0840-7 / I·B·6

定价: 10.20 元

本书经全华科技图书股份有限公司香港和中国大陆总代理

鑫港出版社有限公司特许世界图书出版公司独家重印

—— 00000000 ——



原 序

基本力學的主要目的在於訓練工科學生具有能利用簡單及邏輯的方式來分析問題的能力，並將一些基本且衆所皆知的原理應用於問題的解答上。本書係專為材料力學入門而設計的課程，供工科學生在大二或大三研習本課程之用。作者希望本書能協助教師達到本課程的特殊教學目的，同時也盼望作者先前所撰述的靜力學及動力學教科書也能對教師的教學有所裨益。

使用本書的學生宜先修過整個靜力學的課程，其中第一章的內容亦提供學生複習靜力學觀念的機會。本書中剪力與彎矩圖在第 7.2 節及第 7.3 節中會有詳盡的敘述，面積矩與面積形心的性質則編排在附錄中；本書適用於加強探討樑內正應力及剪應力的求法（第四章及第五章）。

第一章中將介紹材料中某一點的應力的觀念，在該章中也說明了軸向負荷可同時造成正應力與剪應力，主要是考慮斷面的所在位置而定。應力的計算乃依據“應力與斷面的方向有關”此亦將於第三、四、五章分別討論扭轉、純彎曲以及橫向荷重等內容中再次強調。至於某些計算的技巧，諸如應用在某一點上的應力變換的莫氏圓法，則將延至第六章才討論，此時學生已解過組合基本荷重的問題，此時才會發現需要利用這種技巧的重要性。同理，剪力與彎矩圖將在第七章中介紹，隨即可應用於樑及軸的設計。

*教師若欲提早討論剪力與彎矩圖，則第 7.2 節與第 7.3 節可在第一章中合併講授，或接在第四章前講授，同時可指定習題 7.1 至

7.16, 7.21 至 7.24, 以及 7.33 至 7.50 等為作業。

靜不定問題於第二章中首先討論到，且於本書中在各種不同的負荷情形下陸續提到。故學生在研究本科目之前面階段就可以結合靜力學中力的傳統分析的方法來分析物體變形的情形。如此，於研修完本課程之後，對於這基本方法學生必然完全熟悉。另外，此方法亦有助於學生知道只有藉考慮其相對應變的分佈，方能解出靜不定應力的問題。

在第二章中介紹了塑性變形的概念，可用來分析軸向負荷的構件。有關的問題包括圓柱軸及稜形柱樑的塑性變形，且在第二章及第四章中分別有所討論。其中一些資料可依教師的選擇課授或略去，至於置於本書中的主要目的係協助學生能瞭解線性應力——應變關係的假設所受的限制，此可使學生能小心避免誤用彈性扭轉及撓曲的公式。

一般學生認為靜力學及動力學為兩科嚴謹且合乎邏輯的課程，而對於材料力學則認為是半經驗且只能提供近似解。此種反應可能由於研究靜力學及動力學中，往往可依少數幾個基本定律及簡單的數學模式，例如質點或剛體等，而在研修材料力學時則須使用許多不同的公式，這些公式的正確性又須依對其了解不深的假設或所必須記住的假設而定，故本書將材料力學的研究建立在一些基本觀念上，亦即力作用於結構上的平衡條件，材料中已知應力與應變間的關係，及構件的支撐與負荷的條件。利用這些方法再結合簡單的模型，便可以合理且合乎邏輯的發展出一切所須的公式，並可清楚地指出於分析及設計各種實際上工程結構及機械組件的安全使用情況。

於本書中廣泛應用自由體圖以求得未知的內力或外力。“圖形方程式”同時也協助學生瞭解負荷的重疊及其應力及變形的情形。

本書中於不同的章節中分別以積分法及力矩——面積法來計算樑的撓度，此可讓教師只討論這些方法或依序課授。在第八章中一些選擇性的章節包括奇異函數的應用及利用負荷分佈以直接求彈性曲線等論題。

本書中亦包含有殘留應力，非圓形及薄壁件的扭轉，曲樑的彎曲，非對稱元件內的剪力及損壞的判別準則等選擇性論題，以供在課程中作不同程度的強調。為了保持一貫性，這些額外的論題均依

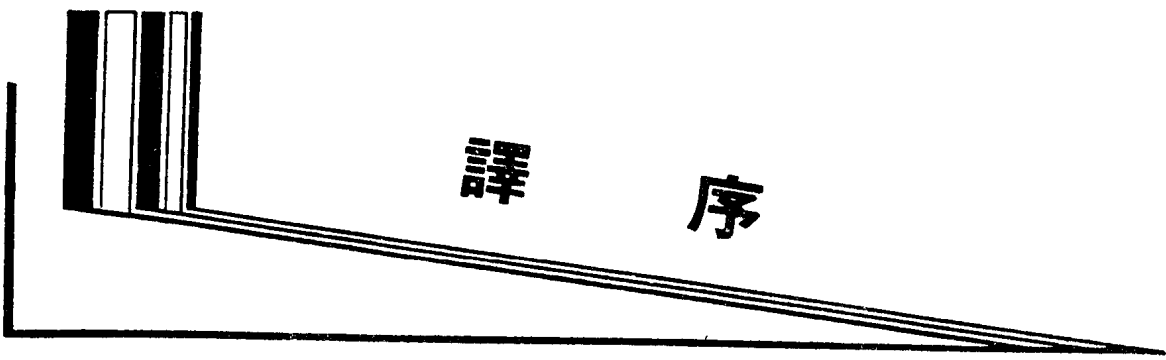
其性質作適當的編排，如果未在課中講授，學生在其它課程中或遭遇實際工程問題時，若有需要，亦可應用。習慣上，爲了便於分別其前面的有星號。

本書中分爲很多單元，每一單元包含一個或多個理論小節，隨後並附有例題及許多習題。每個單元也都有明晰的標題，可於一節課中授課完畢。每一小節之後並有例題以說明理論，並對理論加強瞭解。例題的目的則在說明理論應用於解工程上問題的應用。因爲例題的算法與學生解習題的形式相同，故本書的例題具有使教材內容擴充且亦提供學生於解問題時井然有序的雙重目的。大多數習題均頗爲實際且能吸引工科學生的興趣。其主要的目的係爲了說明書中的內容且幫助學生瞭解用在材料力學的基本原理。所有習題均依照其原理的說明而分類，且由易而難排列。其中需要特別注意的問題附以星號，並於書末中附有偶數題的答案。

因爲先前研修過的工程科目中使用公制的遠較英制的爲多，故本書中的大多數例題均使用公制。然而因兩種單位系統在轉換的期間，學生仍須熟練兩種系統，習題中公制及英制各佔一半。因爲題目很多，故教師可依使用公制或英制來選定習題爲作業。

作者對曾閱過手稿並提供寶貴意見的先進深表謝忱，尤其是對 Drexel 大學的 Leon Y. Bahar 教授更表感激。同時也要感謝 Lehigh 大學，Connecticut 大學，Worcester 工學院及 SUNY 航海學院的師生採用本書初版爲教材。也同時感謝 Felix Cooper 先生對本書生動的插圖貢獻。

Ferdinand P. Beer
E. Russell Johnston, Jr.



譯 序

近年來由於科技日新月異，不論材料及技術均受到重視，因此，有關於工程材料及材料力學等方面的發展乃是必然的結果，而其中尤以材料力學最為重要。

本書係翻譯 Ferdinand P. Beer 及 E. Russell Johnston 所合著的 *Mechanics of Materials* 一書，筆者在不失原著之精神下儘量以淺顯的字句詳加翻譯，以祈使讀者能瞭解原義，及深入思考，並在由原著者所提供之例題及習題中，可使理論與實務合為一體。

本書為求內容編排完整精確，且排版清晰曾多次與全華科技圖書公司編輯部討論，以求以盡善盡美的成果供予讀者。

本書雖經多次校對，然筆者才疏學淺，疏忽之處在所難免，敬祈諸先進多所指教，在此亦向編輯部同仁表示謝意。

編者 林正輝・陳維方



編輯部序

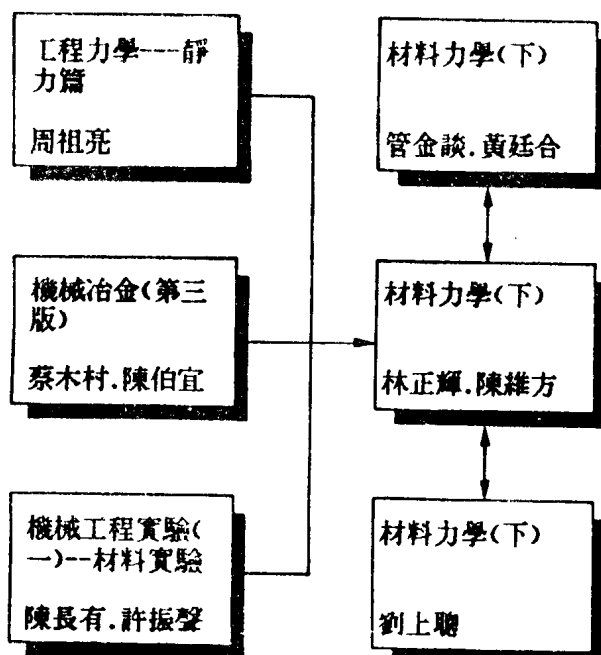
「系統編輯」是我們的編輯方針，我們所提供給您的，絕不只是一本書，而是關於這門學問的所有知識，它們由淺入深，循序漸進。

本書譯自 Beer & Johnston 兩位材力權威的精華大作 “Mechanics of Materials”，此書涵蓋的範圍至為完善。而譯者認真負責、仔細推覈的態度，使得譯文更忠於原意且文句流利通順，讀者在閱讀時可事半功倍之。

本書為大專機械科的最佳教材，讀者研讀此書，必能在材料力學領域中收獲匪淺。

同時，為了使您能有系統且循序漸進研習相關方面的叢書，我們以流程圖方式，列出各有關圖書的閱讀順序，以減少您研習此門學問的摸索時間，並能對這門學問有完整的知識。若您在這方面有任何問題，歡迎來函連繫，我們將竭誠為您服務。

流程圖



符號說明

a	Constant; distance	常數; 距離
$A, B, C, \dots$	Forces; reactions	力; 反作用力
$A, B, C, \dots$	Points	點
A, G	Area	面積
b	Distance; width	距離; 寬度
c	Constant; distance; radius	常數; 距離; 半徑
C	Centroid	形心
$C_1, C_2, \dots$	Constants of integration	積分常數
d	Distance; diameter; depth	距離; 直徑; 深度
D	Diameter	直徑
e	Distance; eccentricity; dilatation	距離; 離心率; 膨脹
E	Modulus of elasticity	彈性模數
f	Frequency; function	頻率; 函數
F	Force	力
$F.S.$	Factor of safety	安全係數
G	Modulus of rigidity; shear modulus	剛性模數; 剪力模數
h	Distance; height	距離; 高度
H	Force	力
H, J, K	Points	點
$I, I_x, \dots$	Moment of inertia	慣性矩
j	Polar moment of inertia	極慣性矩
k	Spring constant; shape factor; bulk modulus; constant	彈簧常數; 形狀因數; 容積模數; 常數
K	Stress concentration factor, torsional spring constant	應力集中因數; 彈簧扭轉常數
l	Length; span	長度; 指標
L	Length; span	長度; 指標
L_e	Effective length	有效長度
m	Mass	質量
M	Couple	力偶
$M, M_x, \dots$	Bending moment	彎矩
n	Number; ratio of moduli of elasticity; normal direction	數; 彈性模數比; 法向
p	Pressure	壓力
P	Force; concentrated load	力; 集中負荷
$P_{xy}, \dots$	Product of inertia	慣性積
q	Shearing force per unit length; shear flow	單位體積剪力; 剪力流

Q	Force	力
Q	First moment of area	一次面積矩
r	Radius; radius of gyration	半徑; 迴旋半徑
R	Force; reaction	力; 反作用力
R	Radius; modulus of rupture	半徑; 破裂模數
s	Length	長度
S	Elastic section modulus	彈性斷面模數
t	Thickness; distance; tangential deviation	厚度; 長度; 切線偏差
T	Torque	扭矩
T	Temperature	溫度
u, v	Rectangular coordinates	直角座標
u	Strain-energy density	應變能密度
U	Strain energy; work	應變能; 功
v	Velocity	速度
V	Shearing force	剪力
V	Volume; shear	體積; 剪力
w	Width; distance; load per unit length	寬度; 距離; 單位長度負荷
W	Weight, load	重量; 負荷
y, z	Rectangular coordinates; distances; displacements; deflections	直角座標; 距離; 位移; 撓度
$\bar{y}, \bar{z}$	Coordinates of centroid	形心座標
Z	Plastic section modulus	塑性斷面模數
β, γ	Angles	角度
α	Coefficient of thermal expansion; influence coefficient	熱膨脹係數; 影響係數
γ	Shearing strain	剪應變
δ	Deformation; displacement	變形; 位移
ϵ	Normal strain	正應變
θ	Angle; slope	角度; 斜率
λ	Direction cosine	餘弦方向
ν	Poisson's ratio	波以森比
ρ	Radius of curvature; distance; density	曲率半徑; 距離; 密度
σ	Normal stress	正應力
τ	Shearing stress	剪應力
ϕ	Angle; angle of twist	角度; 扭曲角
ω	Angular velocity	角速度

目 錄

6	應力與應變之轉換	1
6.1	概 述	1
6.2	平面應力的轉換	2
6.3	主應力；最大剪應力	4
6.4	平面應力的莫爾圓	13
6.5	一般應力狀態	25
6.6	莫爾圓對三維應力分析的應用	27
*6.7	韌性材料平面應力的降伏法則	30
*6.8	脆性材料於平面應力下的斷裂法則	32
6.9	薄壁壓力容器中的應力	39
*6.10	平面應變的轉換	46
*6.11	平面應變的莫爾圓	50
*6.12	應變的三維分析	53
*6.13	應變量度；菊形應變計	56
7	梁與軸的強度設計	64
7.1	概 述	
7.2	剪力及彎矩圖	
7.3	負荷，剪力與彎矩間的關係	
7.4	梁的主應力	
*7.5	稜形柱梁的設計	

*7.6	固定強度梁	98
*7.7	傳動軸的設計	100
*7.8	負荷下的應力	101

8

以積分法求梁的撓度	114
-----------	-----

8.1	概 述	114
8.2	彈性曲線方程式	115
8.3	靜不定梁	121
8.4	奇異方程式	129
8.5	由分佈負荷直接解彈性曲線	135
8.6	重疊法	148
8.7	重疊法於靜不定梁的應用	150

9

以矩力——面積法求梁的撓度	160
---------------	-----

9.1	概 述	160
*9.2	力矩——面積定理	160
*9.3	在懸臂梁及具有對稱荷重梁的應用	163
*9.4	由組合方式求彎矩圖	165
*9.5	非對稱負荷梁	174
*9.6	最大撓度	176
*9.7	靜不定梁	183

10

能量法	195
-----	-----

10.1	概述；應變能	195
10.2	應變能密度	196
10.3	正應力的彈性應變能	198
10.4	剪應力的彈性應變能	202
*10.5	一般應力狀態的應變能	205
10.6	衝擊負荷	217
10.7	衝擊負荷的設計	220
10.8	單一負荷下的功及能	221
10.9	在單一負荷下利用功能法求撓度	224

*10.10	於多個負荷下的功與能	233
*10.11	卡氏定理	236
*10.12	利用卡氏定理求撓度	237
*10.13	靜不定結構	242

11

柱	254
---	-----

11.1	概述；結構的穩定性	254
11.2	銷端柱的尤拉公式	256
11.3	柱在其它端點狀況時尤拉公式的擴充應用	260
*11.4	偏心負荷；正割公式	269
11.5	於中心負荷下柱的設計	278
11.6	在偏心負荷下柱的設計	290

附錄 A	面積彈性矩	303
------	-------	-----

A.1	面積一次矩；面積的形心	303
A.2	複合面積的形心及一次矩的求法	305
A.3	面積的二次矩或慣性矩；迴轉半徑	308
A.4	平行軸定理	311
A.5	複合面積性矩的求法	312

附錄 B	工程上所選用材料的性質	314
------	-------------	-----

附錄 C	軋鋼型鋼的性質（英制）	316
------	-------------	-----

附錄 D	樑的撓度及傾角	328
------	---------	-----

6

應力與應變之轉換

TRANSFORMATIONS OF STRESS AND STRAIN

6.1 概述 (INTRODUCTION)

在1.7節中，一個已知點 Q 的一般應力狀態可由六個分量表示。其中 σ_x ， σ_y ， σ_z 三個分量，定義為作用在以 Q 為中心之微小立方體的表面上，方向與座標軸相同的正應力（圖6.1(a)），其餘三個 τ_{xy} ， τ_{yx} ，及 τ_{zz} [†]，為同一微小立方體的剪應力分量。在此我們指出，若座標軸轉動，相同的應力狀態將以另一組不同的分量表示（圖6.1(b)）。在本章的第一部份，是說明在坐標軸轉動下，如何去求應力分量的轉換。本章之第二部份，則以相同的分析方法，說明應變分量的轉換。

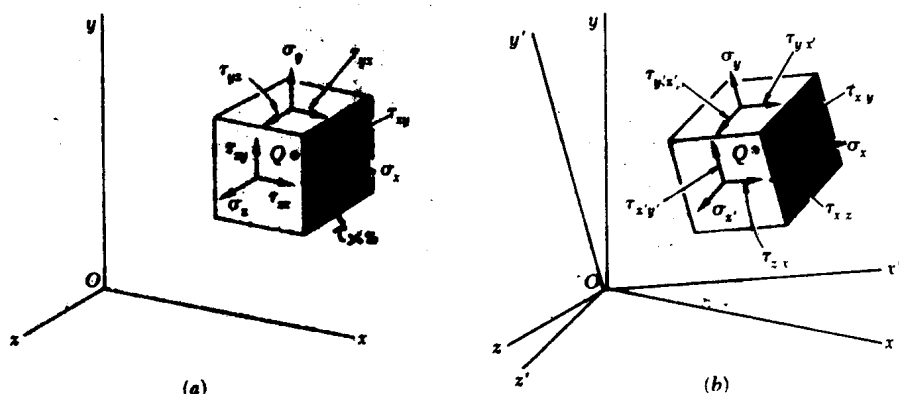


圖 6.1

[†] $\tau_{yx} = \tau_{xy}$, $\tau_{zy} = \tau_{yz}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$.

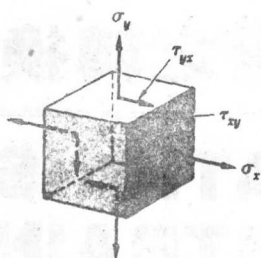


圖 6.2

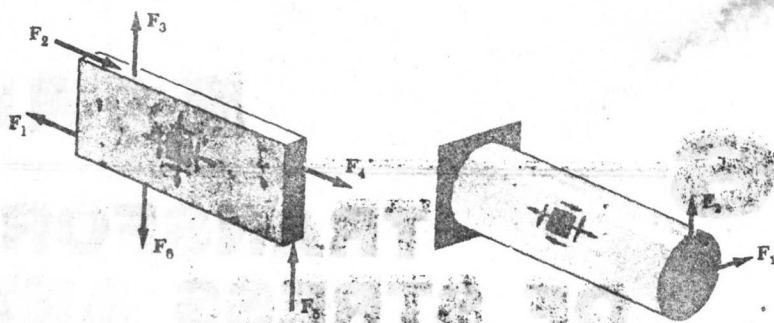


圖 6.3

圖 6.4

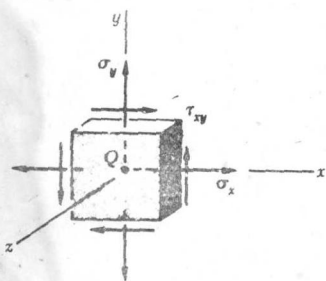
對於應力轉換的討論，主要在處理平面應力 (plane stress)，也就是立方體的其中兩個不受任何應力。如果選定 z 軸垂直於這個不受應力的平面，則 $\sigma_z = \sigma_{xz} = \tau_{zy} = 0$ ，而只有 σ_x ， σ_y 和 τ_{xy} 三個應力分量 (圖 6.2)。這種情況發生在中央面上受力的薄板中 (圖 6.3)。另外，它也發生在結構元件或機器構件的自由面上，亦即在元件或構件表面上任一不受外力作用的點 (圖 6.4)。在 5.10 節中這些點的組合負荷所產生的應力可精確算出，在下列的分析中求得當時另一型式的結果。

6.2 平面應力的轉換

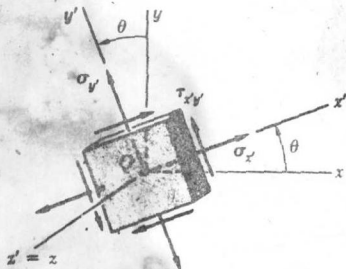
(TRANSFORMATION OF PLANE STRESS)

假設一平面應力狀態存在於 Q 點 ($\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{zy} = 0$)，並且它是由圖 6.5(a) 微立方體所示相關之應力分量 σ_x ， σ_y ，及 τ_{xy} 所定義。欲求當此微立方體對 z 軸旋轉 θ 角度後的應力分量 $\sigma_{x'}$ ， $\sigma_{y'}$ 和 $\tau_{x'y'}$ ，並且將這些應力分量以 σ_x ， σ_y ， τ_{xy} 及 θ 表示。

為了求出作用在 x' 軸垂直平面上之正應力 $\sigma_{x'}$ 及剪應力 $\tau_{x'y'}$ ，我們考慮一稜體元素，其各面分別垂直於 x ， y 及 x' 軸 (圖 6.6(a))。假如傾斜面的面積為 ΔA ，則由觀察可得，垂直面和水平面的面積分別等於 $\Delta A \cos \theta$ 和 $\Delta A \sin \theta$ 。這個面上的作用力，如圖 6.6(b) 所示。(沒有力作用於元素之三角面上，因為其對應的正應力和剪應



(a)



(b)

圖 6.5

，均已假設為零。沿 x' 及 y' 軸的分量，可得下列平衡式。

$$\Sigma F_{x'} = 0: \quad \sigma_{x'} \Delta A - \sigma_x (\Delta A \cos \theta) \cos \theta - \tau_{xy} (\Delta A \cos \theta) \sin \theta - \sigma_y (\Delta A \sin \theta) \sin \theta - \tau_{xy} (\Delta A \sin \theta) \cos \theta = 0$$

$$\Sigma F_{y'} = 0: \quad \tau_{x'y'} \Delta A + \sigma_x (\Delta A \cos \theta) \sin \theta - \tau_{xy} (\Delta A \cos \theta) \cos \theta - \sigma_y (\Delta A \sin \theta) \cos \theta + \tau_{xy} (\Delta A \sin \theta) \sin \theta = 0$$

由第一式解 $\sigma_{x'}$ 及第二式解 $\tau_{x'y'}$ ，得

$$\sigma_{x'} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (6.1)$$

$$\tau_{x'y'} = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (6.2)$$

由三角幾何關係

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \quad \cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \quad (6.3)$$

$$\text{及} \quad \cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \quad \sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \quad (6.4)$$

可將式 (6.1) 改寫為

$$\sigma_{x'} = \sigma_x \frac{1 + \cos 2\theta}{2} + \sigma_y \frac{1 - \cos 2\theta}{2} + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\text{或} \quad \sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (6.5)$$

由關係式 (6.3)，將式 (6.2) 改寫成

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (6.6)$$

將 y' 軸與 x 軸的夾角 $\theta + 90^\circ$ 代入式 (6.5) 的 θ 可求得正應力 $\sigma_{y'}$ 。由 $\cos(2\theta + 180^\circ) = -\cos 2\theta$ 且 $\sin(2\theta + 180^\circ) = -\sin 2\theta$ ，可得

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (6.7)$$

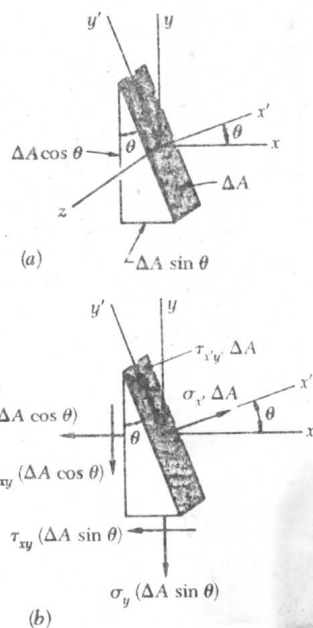


圖 6.6