新世纪大学数学立体化系列教材

总主编 于义良

概率论与数理统计名师导学

主 编 王玉津 张凤宽

中国人民大学出版社

新世纪大学数学立体化系列教材

总主编 于义良

概率论与数理统计名师导学

主 编 王玉津 张凤宽
副主编 李秉林 张建新

中国人民大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

概率论与数理统计名师导学/王玉津，张凤宽主编.
北京：中国人民大学出版社，2004
（新世纪大学数学立体化系列教材）

ISBN 7-300-05636-9/O·62
Ⅰ.概…
Ⅱ.①王…②张…
Ⅲ.①概率论-高等学校-教学参考资料②数理统计-高等学校-教学参考资料
Ⅳ.021

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 056082 号

新世纪大学数学立体化系列教材
总主编　于义良
概率论与数理统计名师导学
主　编　王玉津　张凤宽
副主编　李秉林　张建新

出版发行	中国人民大学出版社		
社　　址	北京中关村大街 31 号	**邮政编码**	100080
电　　话	010－62511242（总编室）		010－62511239（出版部）
	010－82501766（邮购部）		010－62514148（门市部）
	010－62515195（发行公司）		010－62515275（盗版举报）
网　　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com(人大教研网)		
经　　销	新华书店		
印　　刷	三河市汇鑫印务有限公司		
开　　本	787×965　1/16	**版　　次**	2004 年 6 月第 1 版
印　　张	12.5	**印　　次**	2004 年 6 月第 1 次印刷
字　　数	223 000	**定　　价**	16.00 元

版权所有　侵权必究　印装差错　负责调换

总　序

随着科学技术的迅猛发展，数量分析已渗透到各个领域，数学的重要性已被整个社会所公认；由于计算机技术的广泛普及与提高，许多繁难的计算和抽象的推理已不再是高不可攀，数学的应用越来越深入；随着人类素质的不断提高，数学素质教育已成为全体公民的必修课，数学的普及越来越广泛。为适应新形势的发展和社会的需要，信息技术与学科课程整合已是教育教学改革的"重中之重"，运用信息技术改造和优化传统学科内容是培养新世纪具有创新能力的高素质人才的必然要求。经过多年的教学研究和实践，我们组织了具有丰富教学经验的第一线教师，编写了这套"新世纪大学数学立体化系列教材"，奉献给大家。

这套系列教材是"21世纪初天津市普通高校教学改革项目《信息技术与经济数学课程整合的研究和实践》"成果的延伸，包括《微积分》、《线性代数》、《概率论与数理统计》、《数学建模》、《运筹学》五本教材和《微积分名师导学》、《线性代数名师导学》、《概率论与数理统计名师导学》三本教学指导书。这套教材力求体现如下特点：

第一，以实用为原则，"教、学、做"融为一体，内容体系整体优化，使读者实现由知识向能力的转化。

第二，以实际为背景，概念阐述简明、通俗化，举例贴近

生活,运用多媒体技术使内容直观化、图形化,使读者消除对数学的陌生感、抽象感、恐惧感,激活求知欲,增强学好数学、做好数学的信心。

第三,以计算机为工具,传统内容与信息技术应用融为一体,注重基本知识、基本思想、基本能力的培养,对繁、难、抽象的内容,充分利用当前极为流行的 Mathematica 软件、Excel 软件来实现,比如函数图形描绘、矩阵计算、数据分析等。

第四,每册教材均配有多媒体助学助教光盘,包括课程要求、电子教案、模拟演示、练习详解、单元测试、实例选编、试题分析、名人简介等众多模块,信息量大,使用方便,便于读者更好地理解、掌握、巩固所学知识,并有助于及时检测和提高。

总之,这套系列教材配有光盘,方便教学,信息量大;融入软件,突出技能,实用性强。内容可视化,你不会再为抽象而烦恼;计算软件化,你不会再为繁难而困扰;方法现实化,你不会再因无用而厌学。

2003 年冬季,我有幸到澳大利亚 La Trobe 大学学习考察,亲身经历了国外大学数学教育对学生能力、素质培养的实践,它们特别重视数学思想的熏陶和数学知识的应用,"做中学、学中悟、悟中醒、醒中行"做得非常出色。让我们可喜的是即将出版的这套系列教材恰好在这方面做了有益的尝试。

我们期盼这套系列教材能为广大读者带来学数学的轻松、做数学的快乐和用数学的效益。

"新世纪大学数学立体化系列教材"编委会主任、总主编　于义良

2004 年 3 月

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

前　言

学校要以学生为本，给每个学生提供优质教育资源是每个教育工作者义不容辞的职责。为了提高服务意识，帮助学生学好大学数学中《概率论与数理统计》这门重要基础课，我们在多年教学研究与实践的基础上，总结编写了这本《概率论与数理统计名师导学》，旨在教给学生学习、掌握新知识的思路和方法，激活求知欲，启迪悟性，挖掘潜能，使每个学生尽快成为《概率论与数理统计》这门科学的实践者。

《概率论与数理统计名师导学》的结构：

章、节序号与《概率论与数理统计》教材基本一致，每章均提出学习目标要求，每节均由知识梳理、易错提示、范例点拨、学做检测、参考答案五部分组成。

《概率论与数理统计名师导学》的特点：

1. 每章学习目标明确，便于学生分清主次，突出重点。

2. 每节基本知识表格化梳理，便于学生一览全局，掌握内容体系。

3. 每节针对学生易犯错误编写了易错提示，便于学生明确知识点间的联系与区别。

4. 每节范例点拨注重阐述解题思路，尽量提供一题多解方法，便于学生很快掌握解题要领，开拓思路，提高创新能力。

5. 每节针对基础知识理解和基本技能训练均配有学做检测，题型全面，内容丰富，便于学生通过实践，亲手做数学，检测自己对知识的理解掌握程度。

学做检测是一个应用创新的过程，是培养学生综合能力、应用创新能力的手段，给予学生锻炼能力的机会。学做检测分 A、B 两类：A 类侧重于对知识点的涵盖，侧重于对基础知识、基本技能的考察，侧重对重点知识的突出。旨在让学生通过对 A 类题目的解答，夯实基础知识，提高基本技能，确保重点知识的过关。相比之下，B 类则比 A 类跃升了一个层次，它侧重对综合能力和应用创新能力的考察。突出综合知识的应用和综合能力的体现，突出创新思维空间的开发。旨在让学生通过对 B 类题目的解答，使其综合运用知识的能力、联系实际解决具体问题的能力、创新能力得到运用、提高和增强。先做 A 类，再做 B 类，由浅入深，由基础知识到应用创新，这给学生以厚积薄发的机会，给学生综合素质的提升搭建了一个攀升的阶梯。两类题目在内容设计上，尽量给学生提供了一个“联系实际、注重应用、自主探究、引导创新”的空间，让学生在宽松自如的情境下独立地完成。这不仅有利于对教学效果的真实检测，更重要的是让学生的综合能力、应用创新能力在做数学的过程中得到潜滋暗长。

6. 每节学做检测均配有参考答案，便于学生及时反馈信息，进行总结提高。

《概率论与数理统计名师导学》的作者是：天津市首届(2003)高等学校教学名师、天津商学院应用数学科学系教授于义良，天津商学院优秀教学质量奖获得者、应用数学科学系讲师王玉津，天津商学院应用数学科学系副教授张凤宽，山西大学工程学院基础课教学部副教授杨兆强、康玉

林，湖南商学院信息系副教授陈内萍，上海水产大学数学教研室沙荣方，天津商学院应用数学科学系李秉林和赵芬霞博士。

在编写过程中，得到了天津市教委高教处、天津商学院院领导、天津商学院教务处、天津商学院教材中心、湖南商学院、上海水产大学、天津理工学院、天津职业技术师范学院、天津科技大学、山西大学工程学院、运城学院和中国人民大学出版社等单位的大力支持和鼓励，在此一并表示最衷心的感谢。

限于编著者的水平，书中的不当之处，敬请读者批评雅正，以期不断修改与提高。

编著者

2004 年 3 月 18 日

目　录

第 1 章

随机变量

本章学习目标及要求：

1. 了解样本空间的概念，理解随机事件的概念，掌握事件的关系和运算，并能灵活运用这些概念表示新的事件.

2. 掌握古典概型的条件和公式并能计算. 理解概率、条件概率的概念，掌握概率的公理化定义及基本性质. 掌握概率的乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式，并能灵活运用这些公式进行计算.

3. 理解事件独立性的概念，理解独立重复试验的概念并能进行判断和计算.

4. 理解随机变量的概念，理解随机事件与随机变量之间的关系. 理解离散型随机变量及其概率分布的概念，掌握两点分布、二项分布和泊松分布的概率分布及其背景和应用.

5. 理解连续型随机变量及其概率密度的概念，掌握均匀分布、指数分布和正态分布的概率密度函数及其背景和应用.

6. 理解分布函数的概念及其性质，理解分布函数与概率分布（或密度函数）之间的关系，掌握正态分布的计算.

7. 会求简单的一个随机变量函数的概率分布.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

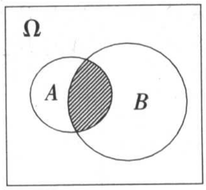
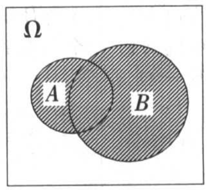
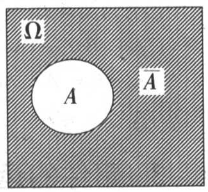
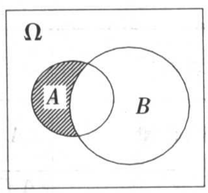
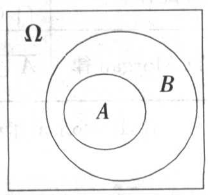
第1.1节　随机事件及其概率

知识梳理

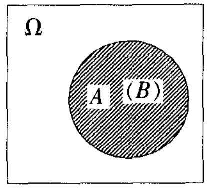
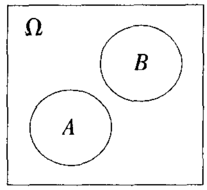
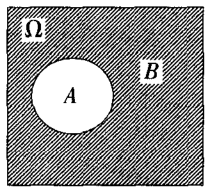
1. 基本概念表

概念	定义	符号	举例
随机现象	在一定条件下，具有多种可能发生的结果的现象		下界奥运会我国运动健儿能拿多少块金牌
随机试验	满足下面的三个条件： 1. 重复性：在相同的条件下试验可以重复进行； 2. 明确性：试验有那些可能的结果是明确的； 3. 随机性：每次试验的具体结果在试验前无法确切知道	E	掷一枚质地均匀的骰子，观察出现的点数
样本点	在随机试验中，每一个可能出现的结果	ω	在上面的实验中样本点可记为：1,2,3,4,5,6
样本空间	所有可能结果的集合	Ω	$\{1,2,3,4,5,6\}$
随机事件	样本空间的一个子集	A,B,C等	$A=$“出现的点数小于3”$=\{1,2\}$
基本事件	样本空间的单元素子集		$\{1\},\{2\},\{3\},\cdots,\{6\}$
必然事件	每次实验中，必定发生的事件	Ω	出现的点数不大于7
不可能事件	每次实验中，一定不发生的事件	ϕ	出现的点数大于7
事件的出现（或发生）	当且仅当出现了这个事件中的样本点		掷一枚质地均匀的骰子，出现2点，则A发生

2. 事件的关系与运算(与集合论的对比)

记号	概率论	集合论	图示
Ω	样本空间(或必然事件)	全集	
ϕ	不可能事件	空集	
A	事件	集合	
ω	样本点	元素	
$A \cap B$ (或 AB)	A 与 B 同时发生(A 与 B 的交(积)事件)	A 与 B 的交集	
$A \cup B$ (或 $A+B$)	A 或 B 至少有一个发生(A 与 B 的并(和)事件)	A 与 B 的并集	
$\overline{A}$	A 不发生(A 的对立事件)	A 的补集	
$A-B$	A 发生而 B 不发生(A 与 B 的差事件)	A 与 B 的差	
$A \subset B$	A 发生则 B 必发生(A 是 B 的子事件)	A 是 B 的子集	

续表

记号	概率论	集合论	图示
$A = B$	A 发生则 B 必发生，且 B 发生 A 也必发生	A 与 B 相等	
$A \cap B = \phi$	A 与 B 不能同时发生(称 A 与 B 互斥)	A 与 B 不相交	
$A \cap B = \Phi$ 且 $A \cup B = \Omega$	A 与 B 发生且只能发生一个(称 A 与 B 对立)	A 与 B 互为补集	

注：常用关系式

(1)$A \cap B \subset A$；$A - B \subset A$

(2)$A - B = A - AB = A\overline{B}$

(3)$A \cup B = A\overline{B} \cup B\overline{A} \cup AB = A\overline{B} \cup B = B\overline{A} \cup A$

3. 事件的运算律

交换律	$A \cap B = B \cap A$；$A \cup B = B \cup A$
结合律	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$；$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
分配律	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$；$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
D. Morgan 律	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$；$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

注：D. Morgan 律对任意多个事件也成立.

4. 概率的定义及性质

（1）概率的三种定义

描述性定义	刻画某事件在一次试验中出现的可能性大小的指标
统计定义	某事件在同一试验的大量重复下出现的频率的稳定值
公理化定义	满足下列三条性质的事件的函数称为概率： 1. 非负性：$0 \leqslant P(A) \leqslant 1$； 2. 规范性：$P(\Omega) = 1, P(\Phi) = 0$； 3. 可列可加性：若 $A_i (i = 1,2,\cdots)$ 是两两互不相容的事件（即 $A_iA_j = \Phi, i \neq j$），则 $P\left(\sum_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$

（2）概率的性质

有限可加性	若 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 两两互不相容，则 $P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$
对立事件的概率	$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
一般减法公式	$P(A - B) = P(A) - P(AB)$
包含关系下的减法公式	若 $A \supset B$，则 $P(A - B) = P(A) - P(B)$
推论	若 $A \supset B$，则 $P(A) \geqslant P(B)$
一般加法公式	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
推论	$P(A \cup B) \leqslant P(A) + P(B)$

注：事件的概率与几何图形的面积有非常相似的性质，可借助几何图形的面积理解概率的性质.

5. 古典概型

（1）预备知识

加法原理	设完成一件事有 n 类方法，若第一类方法有 m_1 种，第二类方法有 m_2 种，…，第 n 类方法有 m_n 种，则完成这件事共有 $N = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$ 种方法
乘法原理	设完成一件事须有 n 个步骤，若第一步有 m_1 种方法，第二步有 m_2 种方法，…，第 n 类有 m_n 种方法，则完成这件事共有 $N = m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n$ 种方法

续表

允许重复的排列	从 n 个不同元素中有放回地任取 $m(m\leqslant n)$ 个，按照一定的顺序排成一列（每个元素可以重复出现），其排列的种数为 n^m
不允许重复的排列	从 n 个不同元素中任取 $m(m\leqslant n)$ 个不同元素，按照一定的顺序排成一列，其排列的种数为 $P_n^m=n(n-1)\cdots[n-(m-1)]=\dfrac{n!}{(n-m)!}$
组合	从 n 个不同元素中任取 m 个不同元素，不管其顺序并成一组，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个组合，其组合总数为 $C_n^m=\dfrac{P_n^m}{m!}=\dfrac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!}=\dfrac{n!}{m!(n-m)!}$

（2）古典概型的定义及古典概率的计算

定义	具有下述两个特点： 1. 有限性：试验的所有可能结果是有限个； 2. 等概性：每个可能结果在一次试验中出现的可能性相同的试验称为古典概型
计算	$P(A)=\dfrac{\text{事件 }A\text{ 中包含的样本点数}}{\text{样本空间 }\Omega\text{ 中样本点总数}}=\dfrac{k}{n}$

易错提示

1. 样本空间的元素是由试验的目的所确定的，不同的实验目的将导致不同的样本空间.

（见例 1.1.1）

2. 若 A 与 B 对立，则 A 与 B 必互斥；反之不真.

如掷两枚均匀的硬币，观察正、反面出现的情况，$A=\{$两枚都是正面$\}$，$B=\{$两枚都是反面$\}$，A 与 B 互斥，但 A 与 B 不对立.

3. 概率与频率的关系.

当试验次数 n 很大时，概率是频率的稳定值，频率可作为概率的近似值，而且一般 n 越大近似程度越好；但把概率看作是频率的极限是不恰当的. 实际上，当试验次数 n 很大时，频率稳定地在概率附近摆动，这并不是说频率和概率有明显偏差的情况就不会发生，而是说有显著偏差的情况发生的可能性十分的小. 由此可知，在频率与概率的关系上不能作出频率的极限是概率的结论.

4. 概率为 1 的事件未必是必然事件，概率为 0 的事件也未必是不可能

事件.

5. 在古典概型中，怎样判断讨论的问题是排列还是组合？

主要是考察讨论的问题与顺序的关系. 如果与顺序无关，是组合问题；如果与顺序有关，是排列问题. 如：某车间 50 名工人，要选三人担任工会主席、副主席和委员，有两种选举方法：一是选出三人，由他们自己分工，这种选法与顺序无关，是组合问题，共有 C_{50}^3 种选法. 另一种是分别选出工会主席、副主席和委员，这种选法与顺序有关，是排列问题，共有 P_{50}^3 种选法.

范例点拨

例 1.1.1　某运动员连续射击 3 次，设 $A_i=$“第 i 次射击命中”$(i=1,2,3)$，$B_j=$“3 次射击中正好击中 j 次”$(j=0,1,2,3)$，$C_k=$“3 次射击中至少击中 k 次”$(k=0,1,2,3)$，写出事件 A_i、B_j、C_k 所在的样本空间.

解　A_i 中考虑的是第几次命中，故设每次射击命中记为 1，不命中记为 0，用向量 (x_1,x_2,x_3) 表示三次射击结果，$x_i=0$ 或 $1(i=1,2,3)$，则 A_i 所在的样本空间为 $\Omega=\{(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1),(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0),(1,1,1)\}$. B_j 和 C_k 考虑的是命中次数，故他们所在的样本空间均为 $\Omega=\{0,1,2,3\}$.

例 1.1.2　化简下列事件：

(1)$AB\cup A\overline{B}$　(2)$(\overline{A}\cup\overline{B})(\overline{A}\cup B)$　(3)$A\overline{B}\cup\overline{A}B\cup\overline{AB}$

解　(1)$AB\cup A\overline{B}\xlongequal{\text{分配率}}A(B\cup\overline{B})=A\Omega=A$

(2)$(\overline{A}\cup\overline{B})(\overline{A}\cup B)\xlongequal{\text{分配率}}\overline{A}\overline{A}\cup\overline{B}\overline{A}\cup\overline{A}B\cup\overline{B}B\xlongequal[\text{吸收率}]{\text{分配率}}\overline{A}\cup\overline{A}(\overline{B}\cup B)\cup\Phi=\overline{A}\cup\overline{A}=\overline{A}$

(3)$A\overline{B}\cup\overline{A}B\cup\overline{AB}\xlongequal{\text{结合率}}(A\overline{B}\cup\overline{A}\,\overline{B})\cup(\overline{A}B\cup\overline{A}\,\overline{B})\xlongequal{\text{分配率}}\overline{B}\Omega\cup\overline{A}\Omega=\overline{B}\cup\overline{A}=\overline{AB}$

例 1.1.3　某运动员射击目标，共发 5 枪，若 A_i 表示第 i 次射击击中目标$(i=1,2,\cdots,5)$，则 $A_1A_2\overline{A_3A_4A_5}$ 表示什么事件？

解　由于 $A_1A_2\overline{A_3A_4A_5}=A_1A_2(\overline{A}_3+\overline{A}_4+\overline{A}_5)$，等式右端是三个事件的乘积，意味着三个事件同时发生. A_1A_2 表示前两次击中目标，$\overline{A}_3+\overline{A}_4+\overline{A}_5$ 表示 $\overline{A}_3,\overline{A}_4,\overline{A}_5$ 至少有一个发生，即后三次至少一次没击中目标，因此 $A_1A_2\overline{A_3A_4A_5}$ 表示“该运动员前两次射击都击中目标，而后三次射击至少有一次没击中目标”.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com