

万水

课程设计丛书

数学

建模

案例精编

吴建国 主编

汪名杰 李虎军 刘仁云 副主编

王金山 主审



中国水利水电出版社

www.waterpub.com.cn

万水课程设计丛书

数学建模案例精编

吴建国 主编

汪名杰 李虎军 刘仁云 副主编

王金山 主审

中国水利水电出版社

内 容 提 要

本书是编者在多年从事数学建模教学、研究的基础上,精选部分全国大学生数学建模竞赛获奖论文以及建模培训使用的优秀论文汇编而成。全书包括 18 个经典案例,各案例独立成篇,结构严谨,内容完整,均给出了详尽的分析。

本书具有案例丰富、分析透彻、内容覆盖面广、实用性较强等特点,既可作为高等院校相关专业的数学建模案例教材和参考书,也可作为各类科技、工程工作者的参考用书,还可作为参加国内外数学建模竞赛的指导用书。

图书在版编目(CIP)数据

数学建模案例精编/吴建国主编. —北京:中国水利水电出版社, 2005

(万水课程设计丛书)

ISBN 7-5084-2814-5

I. 数… II. 吴… III. 数学模型—案例—汇编 IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 028068 号

书 名	数学建模案例精编
作 者	吴建国 主编 汪名杰 李虎军 刘仁云 副主编 王金山 主审
出版 发行	中国水利水电出版社(北京市三里河路 6 号 100044) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 63202266 (总机)、68331835 (营销中心)、82562819 (万水) 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京市天竺颖华印刷厂
规 格	787mm×1092mm 16 开本 29.25 印张 714 千字
版 次	2005 年 5 月第 1 版 2005 年 5 月第 1 次印刷
印 数	0001—5000 册
定 价	45.00 元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换
版权所有·侵权必究

前 言

随着全国大学生数学建模竞赛的深入开展,越来越多的人迫切希望加强对数学建模的认识。大学生数学建模竞赛,对于培养学生解决实际问题的能力和创新意识,推动数学教学的改革起了重要的作用,而优秀的建模论文是体现其重要作用的关键之一。

本书是编者在多年从事数学建模教学、研究的基础上,精选部分全国大学生数学建模竞赛获奖论文以及建模培训使用的优秀论文汇编而成。本书具有如下特色:

- ☑ **突出精选。**书中案例是从全国大学生数学建模竞赛获奖论文以及其他优秀论文中经过仔细遴选而得到的,案例经典,内容覆盖面广、实用性较强。
- ☑ **突出完整。**各案例独立成篇,结构严谨,内容完整。在叙述上,严格按照全国大学生数学建模竞赛论文的格式进行。本书力图通过这种“原汁原味”的模式,给读者提供一个数学建模竞赛论文的写作规范,并为数学建模的教学和竞赛提供一种可供参考的范例。
- ☑ **注重案例分析。**书中案例均给出了详尽的剖析,注重对问题的分析、模型的建立和结果的讨论,便于读者自学提高、开拓思路。
- ☑ **注重能力培养。**以实际案例为纽带,带动能力培养,既注重建模方法的讨论,又强调理论与应用的结合,不仅授人以“鱼”,更在于授人以“渔”。

本书既可作为高等院校相关专业的数学建模案例教材和参考书,也可作为各类科技、工程工作者的参考用书,还可作为参加国内外数学建模竞赛的指导用书。

本书由吴建国主编,汪名杰、李虎军、刘仁云任副主编,王金山主审。另外,参加过“全国大学生数学建模竞赛”和“全国电工杯数学建模竞赛”的一些老师、同学也参与了本书部分案例的编写与修改工作,他们是杨生武、侯进国、叶云、刘标、马泽栋、赵师、葛磊、王传力、董绍斌、庞召力、侯震、钱代朝、丁泽柳、何光明、杨明、杨萍等,在此一并表示诚挚的谢意。

限于作者水平有限,本书难免存在某些缺点和错误,恳请读者批评指正。

编者

目 录

前言

案例 1 公交车调度方案的优化模型	1	2.6.2 模型的灵敏度分析	35
案例分析范文 公交车调度方案的优化模型	4	2.7 模型的改进方向和评价	36
1.1 问题的提出	4	2.7.1 模型的改进方向	36
1.2 符号约定	5	2.7.2 模型的评价	37
1.3 问题的分析	5	2.8 给彩票管理部门和彩民的建议	37
1.4 基本假设	5	2.8.1 给彩票管理部门的建议	37
1.5 模型建立与求解	6	2.8.2 给彩民的建议	38
1.5.1 模型 I	6	参考文献	39
1.5.2 模型 II	8	案例 3 露天矿生产车辆安排方案的优化模型 ..	40
1.5.3 模型 III	9	案例分析范文 露天矿生产车辆安排	
1.5.4 对问题(3)的建议	13	方案的优化模型	41
1.6 模型的进一步分析	14	3.1 问题的提出	42
1.6.1 稳定性分析	14	3.1.1 已知某露天矿的基本情况与要求 ..	42
1.6.2 实时性分析	14	3.1.2 一个班次的生产计划的内容、	
1.7 模型的评价与推广	14	要求和原则	43
1.7.1 优缺点	14	3.1.3 需解决的问题	43
1.7.2 模型推广	14	3.2 问题的分析	43
参考文献	15	3.2.1 条件分析	43
案例 2 彩票发行方案的最优决策	16	3.2.2 问题分析	44
案例分析范文 彩票发行方案的最优决策	18	3.3 模型的假设	44
2.1 问题的提出	19	3.4 定义与符号说明	45
2.1.1 分类及方案	19	3.5 模型的建立与求解	45
2.1.2 设奖规则	19	3.5.1 问题 1 的分析与求解	46
2.1.3 需解决的问题	19	3.5.2 问题 2 的分析与求解	54
2.2 问题的分析	20	3.5.3 模型 IV: 快速算法模型	57
2.3 模型的假设	20	3.6 模型的讨论、灵敏度分析与误差分析 ..	60
2.4 定义与符号说明	20	3.6.1 模型的讨论	60
2.5 模型的建立与求解	21	3.6.2 灵敏度分析	61
2.5.1 问题 1 的分析与求解	21	3.6.3 误差分析(数据近似误差)	64
2.5.2 问题 2 的分析与求解	29	3.7 模型的评价和改进	65
2.6 模型的讨论及灵敏度分析	34	3.7.1 模型的评价	65
2.6.1 模型的讨论	34	3.7.2 考虑卸点移动时模型的改进	65

参考文献.....	66	4.9.1 模型优点.....	95
案例4 SARS传播状态预测的优化模型.....	67	4.9.2 模型的缺陷与改进.....	95
案例分析范文 SARS传播状态预测的		4.10 文章 建立传染病SARS预测	
优化模型.....	73	模型的意义.....	96
4.1 问题的提出.....	73	4.10.1 给我国造成的巨大损失	
4.1.1 基本情况.....	73	要求我们建立预测模型.....	96
4.1.2 相关信息(见附件).....	74	4.10.2 SARS爆发引发的非典防治	
4.1.3 需解决的问题.....	74	体制存在的问题要求我们	
4.2 相关假设.....	74	建立预测模型.....	97
4.2.1 总体假设.....	74	4.10.3 SARS的防治经验要求我们建立	
4.2.2 控制前(包括控制力度不大的		预测模型提供科学的预防机制...	97
阶段)的传播模型的相关假设..	74	4.10.4 危机面前的理性思考要求	
4.2.3 控制后的传播模型的相关假设..	75	我们未雨绸缪搞好传染病的	
4.3 参数说明.....	75	预测分析.....	98
4.4 问题的分析.....	75	参考文献.....	98
4.5 问题1的解答.....	76	案例5 抢渡长江问题的竞渡策略探讨.....	99
4.5.1 对模型的整体分析.....	77	案例分析范文 一类抢渡长江问题竞渡	
4.5.2 参数 K 对模型的影响分析.....	77	策略探索.....	100
4.5.3 参数 L 对模型的影响分析.....	77	5.1 问题的提出.....	101
4.5.4 计算结果的分析.....	78	5.2 问题分析、合理假设与符号约束.....	102
4.5.5 对模型的总体评价.....	78	5.2.1 问题分析.....	102
4.5.6 对给定的模型参数确定		5.2.2 合理假设.....	102
方法的补充.....	78	5.2.3 符号约定.....	103
4.6 问题2的解答.....	79	5.3 问题1:水流速度与竞渡者游泳	
4.6.1 模型I发病初期自然状态下		速度恒定.....	103
的传播模型.....	79	5.3.1 补充假设.....	103
4.6.2 模型II控制状态下的		5.3.2 模型建立.....	103
常微分方程模型.....	81	5.3.3 模型应用.....	104
4.6.3 SARS传播概率的偏微分模型...85		5.4 问题2.....	106
4.6.4 评论卫生部门采取的措施.....88		5.4.1 补充假设.....	106
4.7 问题3的解答.....	90	5.4.2 问题分析与建模.....	106
4.7.1 相关数据的选择.....	90	5.4.3 模型的求解.....	108
4.7.2 数学模型的建立.....	90	5.5 进一步讨论.....	111
4.8 模型的相关分析.....	93	5.5.1 流速的其他分布.....	111
4.8.1 医院感染现象的模型.....	93	5.5.2 竞渡者的速率变化.....	112
4.8.2 基本传染数 K 的分析.....	93	5.6 灵敏度分析.....	113
4.8.3 超级传染事件对模型的影响分析..94		5.6.1 竞渡区纵横比 $r=S_y/S_x$	113
4.9 模型优缺点分析与改进方向.....	95	5.6.2 竞渡者游速.....	114

5.7 竞渡策略.....	115	7.3 符号约定.....	146
5.8 模型的推广.....	117	7.4 问题分析.....	147
参考文献.....	118	7.4.1 预备知识.....	147
案例 6 电站建设供电方案的优化模型.....	119	7.4.2 问题分析.....	147
案例分析范文 电站建设供电方案的 优化模型.....	119	7.5 模型建立及求解.....	147
6.1 问题的提出.....	120	7.5.1 模型 I (求解 7.1.3 (1)).....	147
6.1.1 甲地区电站建设的要求和 费用情况.....	120	7.5.2 模型 II (模型 I 的修正模型, 求解 7.1.3 节 (2)) :	153
6.1.2 乙地区的负荷情况.....	121	7.5.3 模型 III (求解 7.1.3 (3) 和 7.1.3 (4)).....	155
6.1.3 要解决的问题.....	121	7.6 问题的进一步分析.....	165
6.2 问题分析.....	121	7.6.1 叶片外观质量对性能的影响....	165
6.2.1 对问题 1 的分析.....	121	7.6.2 叶片外观质量对发动机产品 可靠性的影响.....	166
6.2.2 对问题 2 的分析.....	121	7.6.3 控制和验收叶片外观质量的 措施.....	166
6.3 模型的假设.....	122	7.7 灵敏度分析.....	167
6.4 符号说明.....	122	7.7.1 m 的灵敏度分析.....	167
6.5 模型的建立与求解.....	123	7.7.2 n 的灵敏度分析.....	168
6.5.1 问题 1 的分析与求解.....	123	7.7.3 m 、 n 的综合对比分析.....	168
6.5.2 问题 2 的分析与求解.....	125	7.8 模型评价及推广.....	169
6.6 模型的讨论、灵敏度分析及对 “中间变量” x 的理解.....	135	7.8.1 模型评价.....	169
6.6.1 模型的讨论.....	135	7.8.2 模型的推广.....	169
6.6.2 灵敏度分析.....	136	参考文献.....	170
6.6.3 “中间变量” x 内涵的若干 猜想和证明.....	138	案例 8 开放式基金投资最优决策.....	171
6.7 模型的评价和改进.....	140	案例分析范文 开放式基金投资最优决策... ..	172
6.7.1 模型的评价.....	140	8.1 问题提出.....	173
6.7.2 模型的改进.....	141	8.1.1 基本情况.....	173
参考文献.....	142	8.1.2 有关信息.....	173
案例 7 压气机叶片排序优化模型.....	144	8.1.3 问题提出.....	173
案例分析范文 压气机叶片排序优化模型... ..	145	8.1.4 进一步解决.....	173
7.1 问题重述.....	145	8.2 问题分析.....	174
7.1.1 问题由来.....	145	8.3 模型的假设.....	174
7.1.2 问题要求.....	145	8.3.1 模型 I 假设.....	174
7.1.3 问题提出.....	146	8.3.2 模型 II 假设.....	174
7.2 基本假设.....	146	8.3.3 模型 III 的假设.....	174
7.2.1 模型 I 的假设.....	146	8.3.4 模型 V 的假设.....	174
7.2.2 模型 II 的假设.....	146	8.3.5 模型 VI 的假设.....	175

8.4 符号设置.....	175	9.4 给有关部门的建议	210
8.5 模型建立及求解.....	176	9.5 模型评价及推广	210
8.5.1 模型 I (整数规划, 求解 8.1.3 (1)) :	176	9.5.1 模型的优点.....	210
8.5.2 模型 II (“0-1”规划, 求解 8.1.3 (2) 中问题①)	177	9.5.2 模型的缺点.....	211
8.5.3 模型 III (多目标规划& “0-1” 规划, 求解 8.1.3 (2) 中的问题②)	179	9.5.3 模型的推广.....	211
8.5.4 模型 IV (模型 III 的优化)	181	参考文献	211
8.5.5 模型 V (求解 8.1.3 (2) 中问题③和 8.1.4 (2))	184	案例 10 一类圆形工件正次品检验优化模型	212
8.5.6 模型 VII (0-1 规划, 解决问题 8.1.4 (1))	187	案例分析范文 一类圆形工件正次品 检验优化模型	214
8.6 模型的进一步分析.....	189	10.1 问题的提出	215
8.6.1 可行方案的提出	190	10.1.1 基本情况	215
8.6.2 建立 AHP 模型.....	191	10.1.2 相关约定	215
8.7 灵敏度分析.....	194	10.1.3 问题的提出.....	215
8.7.1 预备知识 (缩减成本 (Reduced cost) 的含意)	194	10.2 问题的分析	216
8.7.2 灵敏度分析.....	194	10.3 模型假设	217
8.8 模型的评价和推广.....	195	10.4 符号约定	217
8.8.1 模型的评价.....	195	10.5 模型的设计与求解	217
8.8.2 模型的推广	196	10.5.1 模型 I (格拉布斯模型)	217
参考文献.....	196	10.5.2 模型 II (最值平均法)	219
案例 9 垃圾运输问题中车辆调度优化模型 ...	197	10.5.3 模型 III (所有点平均法)	220
案例分析范文 垃圾运输中车辆调度 优化模型.....	197	10.5.4 模型 IV (距离之和最小法) ..	221
9.1 问题的提出.....	197	10.5.5 模型 V (三点外接圆心法) ..	223
9.1.1 基本情况.....	197	10.6 灵敏度分析	227
9.1.2 运输情况.....	198	10.6.1 工件一圆心坐标灵敏度分析....	228
9.1.3 问题要求.....	198	10.6.2 工件四圆心坐标灵敏度分析....	229
9.2 模型的建立.....	199	10.7 模型的进一步分析	230
9.2.1 模型 I (运输车调度)	199	10.7.1 模型 VI (拟合模型)	230
9.2.2 模型 II (载重量不同的 运输车调度)	204	10.7.2 模型的说明.....	233
9.2.3 模型 III (铲车调度)	207	10.8 模型的评价与推广	233
9.3 灵敏度分析.....	210	10.8.1 对模型的评价.....	233
		10.8.2 模型的推广.....	233
		10.9 相关建议	234
		参考文献	234
		案例 11 工厂升级方案的优化模型	235
		案例分析范文 工厂升级方案的优化模型... 236	
		11.1 问题的提出	236
		11.1.1 基本情况	236
		11.1.2 有关信息	236

11.1.3 提出的问题.....	237	12.8.4 方案依据	268
11.2 问题的分析.....	237	12.8.5 方案内容	268
11.3 问题的假设.....	238	12.8.6 方案论证	268
11.4 符号的约定.....	238	12.8.7 方案的执行.....	271
11.5 数学模型的建立与求解.....	239	12.8.8 方案的特点和优势.....	271
11.5.1 价格与产量关系的求解与分析...239		参考文献	272
11.5.2 两个副总裁方案的求解及分析...241		案例 13 培养基配比优化模型	273
11.5.3 优化方案.....	245	案例分析范文 培养基配比优化模型.....	274
11.6 模型 III 的灵敏度分析.....	247	13.1 问题的重述	275
11.7 模型的评价与改进.....	249	13.1.1 基本情况	275
11.7.1 模型的优点.....	249	13.1.2 相关信息	275
11.7.2 不足之处.....	249	13.1.3 需解决的问题.....	275
11.7.3 模型的改进.....	249	13.2 相关假设	276
参考文献.....	250	13.3 参数说明	276
案例 12 人力资源的优化配置模型.....	251	13.4 问题分析	276
案例分析范文 人力资源的优化配置模型.....	252	13.4.1 碳源、氮源配比分析.....	276
12.1 问题的提出.....	253	13.4.2 发酵环境因素分析.....	277
12.1.1 基本条件.....	253	13.4.3 发酵产品经济效益的分析.....	277
12.1.2 解决的问题.....	253	13.5 问题解答	277
12.2 问题分析.....	253	13.5.1 模型 I 经验模型	277
12.2.1 条件分析.....	254	13.5.2 模型 II 回归模型.....	278
12.2.2 问题分析.....	255	13.5.3 模型 III BP 神经网络模型...281	
12.3 模型的假设.....	255	13.6 模型结果分析与检验.....	284
12.4 定义与符号说明.....	255	13.6.1 客观环境条件引起的偏差.....	284
12.5 模型的建立与求解.....	255	13.6.2 实验误差引起的偏差.....	285
12.5.1 模型 I: 分步线性规划模型...256		13.6.3 数学模型本身引起的偏差.....	285
12.5.2 模型 II: 最优整数规划模型...259		13.7 模型灵敏度分析	285
12.5.3 模型 III: 快速算法模型	260	13.8 模型优缺点分析与改进方向.....	286
12.6 灵敏度分析及模型的讨论	263	13.8.1 模型的优点.....	286
12.6.1 灵敏度分析.....	263	13.8.2 模型缺陷	287
12.6.2 模型的讨论.....	265	13.8.3 模型的改进方向.....	287
12.7 模型的评价和改进.....	266	参考文献	288
12.7.1 模型的评价.....	266	案例 14 保险公司保险费收取的优化模型	289
12.7.2 考虑再聘请技术人员时的改进...267		案例分析范文 保险公司保险费收取的	
12.8 人力资源分配方案的论证报告	267	优化模型	289
12.8.1 方案背景.....	267	14.1 问题的提出	290
12.8.2 公司人员现况.....	268	14.1.1 问题的背景.....	290
12.8.3 客户要求.....	268	14.1.2 实际现状	290

14.1.3	说明	290	15.6	模型的讨论、灵敏度分析与误差分析	331
14.1.4	要解决的问题	291	15.6.1	模型的讨论	331
14.2	问题的分析	291	15.6.2	灵敏度分析	332
14.2.1	条件分析	291	15.6.3	误差分析	333
14.2.2	问题分析	292	15.7	模型的评价、改进与推广	333
14.3	模型的假设	292	15.7.1	模型的评价	333
14.4	定义与符号说明	293	15.7.2	模型的改进	334
14.5	模型的建立与求解	293	15.7.3	模型的推广	334
14.5.1	问题 1 的分析与验证	293	参考文献		335
14.5.2	问题 2 的分析与求解	296	案例 16 空气热交换器重量函数的推导模型		336
14.6	模型的讨论、灵敏度分析与误差分析	304	案例分析范文 空气热交换器重量		
14.6.1	模型的讨论	304	函数的推导模型		336
14.6.2	灵敏度分析	304	16.1	问题的提出	337
14.6.3	误差分析	305	16.1.1	基本情况	337
14.7	模型的评价、改进和推广	306	16.1.2	需要解决的问题	338
14.7.1	模型的评价	306	16.2	模型的假设	339
14.7.2	模型的改进	307	16.3	符号约定	339
14.7.3	模型的推广	307	16.4	问题分析	339
14.8	对基本保险费定价的几点建议	307	16.5	模型的建立与求解	340
参考文献		309	16.5.1	模型 I 分段函数模型	341
案例 15 火力电厂经营问题的优化方案		310	16.5.2	模型 II 逐步回归模型	345
案例分析范文 火力电厂经营问题的			16.5.3	模型 III 多因数关联改进	
优化方案		310	回归模型		349
15.1	问题的提出	311	16.5.4	模型 IV 函数逼近模型	353
15.1.1	基本情况	311	16.6	模型的结果分析	355
15.1.2	需要解决的问题	312	16.7	模型的评价与推广	358
15.2	问题的分析	312	16.7.1	模型的优点	358
15.2.1	问题 1 的分析	312	16.7.2	模型的缺点及改进	359
15.2.2	问题 2 的分析	313	16.7.3	模型的推广	359
15.2.3	问题 3 的分析	313	参考文献		359
15.3	模型的假设	314	案例 17 货运公司收益问题的优化模型		360
15.4	符号约定	314	案例分析范文 货运公司的收益问题		
15.5	模型的建立与求解	314	的优化模型		361
15.5.1	模型 I 回归分析与非线性		17.1	问题的提出	362
规划模型(对问题 1 的求解)		315	17.1.1	公司的现况	362
15.5.2	模型 II 图论—最小距离模型		17.1.2	公司的运营情况	362
(对问题 2 的求解)		325	17.1.3	要解决的问题	363
15.5.3	模型 III	328	17.2	问题分析	363

17.2.1 条件分析.....	363	附录 A 案例 1 公交车调度方案的 优化模型附录	397
17.2.2 问题分析.....	364	附录 B 案例 2 彩票发行方案的 最优决策模型附录	401
17.3 模型的假设.....	364	附录 C 案例 3 露天矿生产车辆安排 方案的优化模型附录	405
17.4 符号约定.....	364	附录 D 案例 5 一类抢渡长江问题竞渡 策略探索附录	413
17.5 模型的建立与求解.....	365	附录 E 案例 6 电站建设供电方案的 优化模型附录	414
17.5.1 问题 1 的分析与求解	365	附录 F 案例 7 压气机叶片排序优化模型附录 ..	418
17.5.2 问题 2 的分析与求解	366	附录 G 案例 8 开放式基金投资最优 决策模型附录	421
17.5.3 问题 3 的分析与求解	376	附录 H 案例 9 垃圾运输中车辆调度 优化模型附录	424
17.6 模型的讨论、灵敏度分析与误差 分析.....	377	附录 I 案例 10 一类圆形工件正次品 检验优化模型附录	425
17.6.1 模型的讨论.....	377	附录 J 案例 11 工厂升级方案的 优化模型附录	430
17.6.2 灵敏度分析.....	377	附录 K 案例 12 人力资源的优化配置 模型附录.....	433
17.6.3 误差分析.....	379	附录 L 案例 13 培养基配比的优化模型附录...	435
17.7 模型的评价、改进和推广.....	380	附录 M 案例 14 保险公司保险费收取的 优化模型附录	438
17.7.1 模型的评价.....	380	附录 N 案例 15 火力电厂经营问题的 优化模型附录	441
17.7.2 模型的改进.....	380	附录 O 案例 16 空气换热器重量函数的 推导模型附录	443
17.7.3 模型的推广.....	381	附录 P 案例 17 货运公司收益问题的 优化模型的附录.....	447
参考文献.....	381	附录 Q 案例 18 求解多水源水分界线的 有效模型附录	454
案例 18 求解多水源水分界线的有效模型	382		
案例分析范文 求解多水源水分界线 的有效模型.....	382		
18.1 问题的提出.....	383		
18.2 符号约定.....	384		
18.3 问题分析.....	384		
18.4 模型的建立.....	384		
18.4.1 模型 I: 等值差 IDW 模型.....	384		
18.4.2 模型 II: 有向图遍历模型	386		
18.4.3 模型 III: 配比因子模型	391		
18.5 误差分析.....	395		
18.6 灵敏度分析.....	395		
18.7 模型的评价和改进.....	396		
参考文献.....	396		

案例 1 公交车调度方案的优化模型

案例实际背景

公共交通是城市交通的重要组成部分。做好公交车的调度，对于完善城市交通环境、改进市民出行状况、提高公交公司的经济和社会效益，都具有重要意义。下面考虑一条公路上公交车的调度问题，其数据来自我国一座特大城市某条公交线路的客流调查和运营资料。

该条公路上行方向共 14 站，下行方向共 13 站，表 1.1 和表 1.2 给出的是典型的一个工作日两个运行方向各站上下车的乘客数量统计。公交公司配给该线路同一型号的大客车，每辆标准载客 100 人，据统计客车在该线路上运行的平均速度为 20 公里/小时。运营调度要求，乘客候车时间一般不要超过 10 分钟，早高峰时一般不要超过 5 分钟，车辆满载率不应超过 120%，一般也不要低于 50%。

试根据这些资料和要求，为该线路设计一个便于操作的全天（工作日）的公交车调度方案，包括两个起点站的发车时刻表；一共需要多少辆车；这个方案以怎样的程度照顾到了乘客和公交公司双方的利益；等等。

如何将这个调度问题抽象成一个明确、完整的数学模型，指出求解模型的方法；根据实际问题的要求，如果要设计更好的调度方案，应如何采集运营数据。

表 1.1 某路公交汽车各时组每站上下车人数统计表（上行方向：A13 开往 A0）

站名		A13	A12	A11	A10	A9	A8	A7	A6	A5	A4	A3	A2	A1	A0
站间距(公里)			1.6	0.5	1	0.73	2.04	1.26	2.29	1	1.2	0.4	1	1.03	0.53
5:00-6:00	上	371	60	52	43	76	90	48	83	85	26	45	45	11	0
	下	0	8	9	13	20	48	45	81	32	18	24	25	85	57
6:00-7:00	上	1990	376	333	256	589	594	315	622	510	176	308	307	68	0
	下	0	99	105	164	239	588	542	800	407	208	300	288	921	615
7:00-8:00	上	3626	634	528	447	948	868	523	958	904	259	465	454	99	0
	下	0	205	227	272	461	1058	1097	1793	801	469	560	636	1871	1459
8:00-9:00	上	2064	322	305	235	477	549	271	486	439	157	275	234	60	0
	下	0	106	123	169	300	634	621	971	440	245	339	408	1132	759
9:00-10:00	上	1186	205	166	147	281	304	172	324	267	78	143	162	36	0
	下	0	81	75	120	181	407	411	551	250	136	187	233	774	483
10:00-11:00	上	923	151	120	108	215	214	119	212	201	75	123	112	26	0
	下	0	52	55	81	136	299	280	442	178	105	153	167	532	385

续表

站名		A13	A12	A11	A10	A9	A8	A7	A6	A5	A4	A3	A2	A1	A0
站间距(公里)			1.6	0.5	1	0.73	2.04	1.26	2.29	1	1.2	0.4	1	1.03	0.53
11:00-12:00	上	957	181	157	133	254	264	135	253	260	74	138	117	30	0
	下	0	54	58	84	131	321	291	420	196	119	159	153	534	340
12:00-13:00	上	873	141	140	108	215	204	129	232	221	65	103	112	26	0
	下	0	46	49	71	111	263	256	389	164	111	134	148	488	333
13:00-14:00	上	779	141	103	84	186	185	103	211	173	66	108	97	23	0
	下	0	39	41	70	103	221	197	297	137	85	113	116	384	263
14:00-15:00	上	625	104	108	82	162	180	90	185	170	49	75	85	20	0
	下	0	36	39	47	78	189	176	339	139	80	97	120	383	239
15:00-16:00	上	635	124	98	82	152	180	80	185	150	49	85	85	20	0
	下	0	36	39	57	88	209	196	339	129	80	107	110	353	229
16:00-17:00	上	1493	299	240	199	396	404	210	428	390	120	208	197	49	0
	下	0	80	85	135	194	450	441	731	335	157	255	251	800	557
17:00-18:00	上	2011	379	311	230	497	479	296	586	508	140	250	259	61	0
	下	0	110	118	171	257	694	573	957	390	253	293	378	1228	793
18:00-19:00	上	691	124	107	89	167	165	108	201	194	53	93	82	22	0
	下	0	45	48	80	108	237	231	390	150	89	131	125	428	336
19:00-20:00	上	350	64	55	46	91	85	50	88	89	27	48	47	11	0
	下	0	22	23	34	63	116	108	196	83	48	64	66	204	139
20:00-21:00	上	304	50	43	36	72	75	40	77	60	22	38	37	9	0
	下	0	16	17	24	38	80	84	143	59	34	46	47	160	117
21:00-22:00	上	209	37	32	26	53	55	29	47	52	16	28	27	6	0
	下	0	14	14	21	33	78	63	125	62	30	40	41	128	92
22:00-23:00	上	19	3	3	2	5	5	3	5	5	1	3	2	1	0
	下	0	3	3	5	8	18	17	27	12	7	9	9	32	21

表 1.2 某路公交汽车各时组每站上下车人数统计表（下行方向：A0 开往 A13）

站名		A0	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13
站间距(公里)			1.56	1	0.44	1.2	0.97	2.29	1.3	2	0.73	1	0.5	1.62
5:00-6:00	上	22	3	4	2	4	4	3	3	3	1	1	0	0
	下	0	2	1	1	6	7	7	5	3	4	2	3	9
6:00-7:00	上	795	143	167	84	151	188	109	137	130	45	53	16	0
	下	0	70	40	40	184	205	195	147	93	109	75	108	271

续表

站名		A0	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13
站间距 (公里)			1.56	1	0.44	1.2	0.97	2.29	1.3	2	0.73	1	0.5	1.62
7:00-8:00	上	2328	380	427	224	420	455	272	343	331	126	138	45	0
	下	0	294	156	157	710	780	849	545	374	444	265	373	958
8:00-9:00	上	2706	374	492	224	404	532	333	345	354	120	153	46	0
	下	0	266	158	149	756	827	856	529	367	428	237	376	1167
9:00-10:00	上	1556	204	274	125	235	308	162	203	198	76	99	27	0
	下	0	157	100	80	410	511	498	336	199	276	136	219	556
10:00-11:00	上	902	147	183	82	155	206	120	150	143	50	59	18	0
	下	0	103	59	59	246	346	320	191	147	185	96	154	438
11:00-12:00	上	847	130	132	67	127	150	108	104	107	41	48	15	0
	下	0	94	48	48	199	238	256	175	122	143	68	128	346
12:00-13:00	上	706	90	118	66	105	144	92	95	88	34	40	12	0
	下	0	70	40	40	174	215	205	127	103	119	65	98	261
13:00-14:00	上	770	97	126	59	102	133	97	102	104	36	43	13	0
	下	0	75	43	43	166	210	209	136	90	127	60	115	309
14:00-15:00	上	839	133	156	69	130	165	101	118	120	42	49	15	0
	下	0	84	48	48	219	238	246	155	112	153	78	118	346
15:00-16:00	上	1110	170	189	79	169	194	141	152	166	54	64	19	0
	下	0	110	73	63	253	307	341	215	136	167	102	144	425
16:00-17:00	上	1837	260	330	146	305	404	229	277	253	95	122	34	0
	下	0	175	96	106	459	617	549	401	266	304	162	269	784
17:00-18:00	上	3020	474	587	248	468	649	388	432	452	157	205	56	0
	下	0	330	193	194	737	934	1016	606	416	494	278	448	1249
18:00-19:00	上	1966	350	399	204	328	471	289	335	342	122	132	40	0
	下	0	223	129	150	635	787	690	505	304	423	246	320	1010
19:00-20:00	上	939	130	165	88	138	187	124	143	147	48	56	17	0
	下	0	113	59	59	266	306	290	201	147	155	86	154	398
20:00-21:00	上	640	107	126	69	112	153	87	102	94	36	43	13	0
	下	0	75	43	43	186	230	219	146	90	127	70	95	319
21:00-22:00	上	636	110	128	56	105	144	82	95	98	34	40	12	0
	下	0	73	41	42	190	243	192	132	107	123	67	101	290
22:00-23:00	上	294	43	51	24	46	58	35	41	42	15	17	5	0
	下	0	35	20	20	87	108	92	69	47	60	33	49	136

案例分析范文 公交车调度方案的优化模型

摘要: 建立了公交车调度方案的优化模型,使公交公司在满足一定的社会效益和获得最大经济效益的前提下,给出了理想发车时刻表和最少车辆数,并提供了有关采集运营数据的较好建议。

在模型 I 中,对问题 1 建立了求最大客容量、车次数、发车时间间隔等模型,运用决策方法给出了各时段最大客容量数,再与车辆最大载客量比较,得出载完该时段乘客的最少车次数 462 次。从便于操作和发车密度考虑,给出了整分发车时刻表和需要的最少车辆数 61 辆。模型 II 建立模糊分析模型,结合层次分析求得模型 I 带给公司和乘客双方日满意度为 (0.941, 0.811);根据双方满意度范围和程度,找出同时达到双方最优日满意度 (0.8807, 0.8807),且此时结果为 474 次 50 辆;从日共需车辆最少考虑,结果为 484 次 45 辆。对问题 2,交待了综合效益目标模型及线性规划法求解。对问题 3,采集方法是遵照前门进中门出的规律,运用两个自动记录机对上下车乘客数记录和自动报站机(加报时间信息)作录音结合,给出准确的各项数据,返站后结合日期储存到公司总调度室。

关键词: 公交调度 模糊优化法 层次分析 满意度

1.1 问题的提出

公交公司制定公交车调度方案,要考虑公交车、车站和乘客三方面因素。我国某特大城市某条公交线路情况,一个工作日两个运营方向各个站上下车的乘客数量统计如表 1.1、表 1.2 所示。已知运营情况及调度要求如下:

(1) 公交线路上行方向共 14 站,下行方向共 13 站。

(2) 公交公司配给该线路同一型号的大客车,每辆标准载客 100 人,据统计客车在该线路上运营的平均速度为 20 公里/小时。车辆满载率不应超过 120%,一般也不低于 50%。

(3) 乘客候车时间一般不要超过 10 分钟,早高峰时一般不要超过 5 分钟。

现提出以下三个问题:

(1) 试根据这些资料和要求,为该线路设计一个便于操作的全天(工作日)的公交车调度方案,包括两个起点站的发车时刻表;一共需要多少辆车;这个方案以怎样的程度照顾到了乘客和公交公司双方的利益;等等。

(2) 如何将这个调度问题抽象成一个明确完整的数学模型,并指出求解方法。

(3) 根据实际问题的要求,如果要设计好更好的调度方案,应如何采集运营数据。

1.2 符号约定

- a_{ijk} : 上行或下行第 j 时段第 k 站上车人数。
 b_{ijk} : 上行或下行第 j 时段第 k 站下车人数。
 l_{ij} : 上行或下行第 j 时段最大客容量。
 k_{ij} : 上行或下行时第 j 时段平均载客量。
 C : 日所需总车次。
 c_{ij} : 上行或下行第 j 时段的车次。
 s_{ij} : 上行或下行第 j 时段平均发车时差。
 p_{ij} : 上行或下行第 j 时段平均载客量。
 t_{ij} : 上行或下行的平均发车时间间隔。
 m_{gi} : 上行或下行时公交公司日平均满意度。
 m_{ci} : 上行或下行时乘客整体日平均满意度。
 m_{gij} : 上行或下行时公交公司各时段的满意度。
 m_{cij} : 上行或下行时乘客各时段的满意度。
 Q : 日所需车辆数。
 $i=1$: 表示上行运动 (此时 $k=1,2,3\cdots 14$)。
 $i=2$: 表示下行运动 (此时 $k=1,2,3\cdots 13$)。
 $j=1,2,3\cdots 18$: 表示公交车运行的各个时间段。

1.3 问题的分析

本问题的难点是要同时考虑到完善城市交通环境、改进市民出行状况、提高公交公司的经济和社会效益等诸多因素。如果仅考虑提高公交公司的经济效益,则只要提高公交车的满载率,运用数据分析法可方便地给出它的最佳调度方案;如果仅考虑方便乘客出行,只要增加车辆数的次数,运用统计方法同样可以方便地给出它的最佳调度方案。显然这两种方案是对立的。于是我们将此题分成两个方面,分别考虑:①公交公司的经济效益,记为 Mg : 公司的满意度;②乘客的等待时间和乘车的舒适度,记为 Mc : 乘客的满意度。

公交公司的满意度取决于每一趟车的满载率,且满载率越高,公交公司的满意度越高;乘客的满意度取决于乘客等待的时间和乘车的舒适度,而乘客等待时间取决于车辆的班次,班次越多等待时间越少,满意度越高;乘客的舒适度取决于是否超载,超载人数越少,乘客越满意。很明显可以知道公交公司的满意度与乘客的满意度相互矛盾,所以我们需要在这两个因素中找出一个合理的匹配关系,使得双方的满意度达到最好。

1.4 基本假设

- (1) 交通情况、路面状况良好,无交通堵塞和车辆损坏等意外情况。

(2) 公交车：发车间隔取整分钟，行进中公交车彼此赶不上且不超车，到达终点站后调头变为始发车。

(3) 乘客：在每时段内到达车站的人数可看做是负指数分布，乘客乘车是按照排队的先后有序原则乘车，且不用在两辆车的间隔内等待太久。

(4) “人数统计表”中的数据来源于准确、可信、稳定、科学。

(5) 乘车票价为定值，不因乘车远近而改变。

1.5 模型建立与求解

1.5.1 模型 I

对问题 1 为设计便于操作的公交车调度方案，根据表 1.1 和表 1.2 给出的一个工作日两个运营方向各个站上下车的乘客数量统计，假设各时段车辆平均足够载完在相等时间内到达的乘客，乘客也只能乘坐该路车而没有太大的不满，我们要设计两个起点站的发车时刻表，计算需要的车辆数，首先可建立以下各模型来求相关量。

1. 相关量

(1) 上下行各时间段内最大客容量，建立模型如下

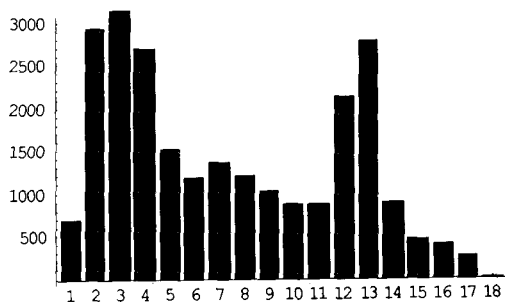
$$l_{ij} = \begin{cases} \max \sum_{k=1}^m (a_{ijk} - b_{ijk}) & (i=1; m=1, \dots, 14) \\ \max \sum_{k=1}^n (a_{ijk} - b_{ijk}) & (i=2; n=1, \dots, 13) \end{cases}$$

运用模型和表 1.1 中的上下车乘客数，算出上下行各时间段内最大客容量：

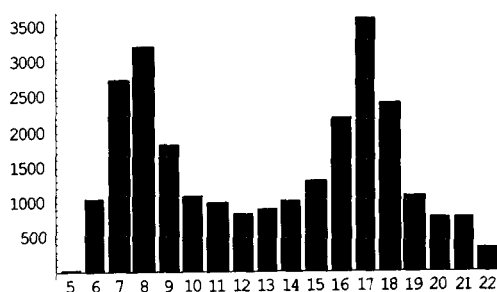
上行：716, 2943, 5018, 2705, 1528, 1193, 1355, 1200, 1040, 881, 871, 2133, 2722, 897, 464, 410, 275, 19。

下行：27, 1039, 2752, 3223, 1822, 1093, 986, 830, 891, 1017, 1302, 2196, 361, 2417, 1091, 781, 774, 337。

其直观的双峰直方图如图 1.1 所示：



(1) 上行各时间段内最大客容量



(2) 下行各时间段内最大客容量

图 1.1 上下行各时间段最大客容量直方图