

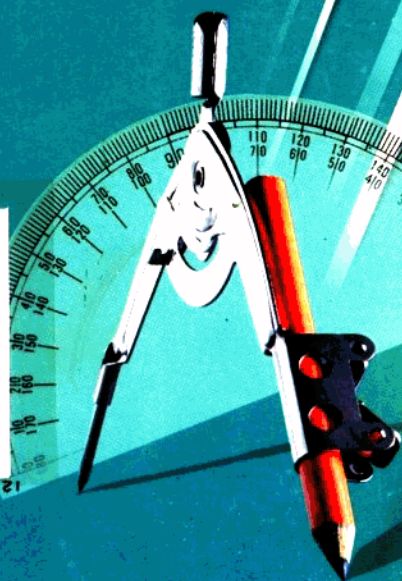
主编 张克修
万新才

高中 总复习

数学

GAOZHONG

ZONGFUXI



天津教育出版社
TIANJIN EDUCATION PRESS

北京市东城区图书馆



012Z0318972

高中总复习

数 学

主编 : 张克修 万新才
编委 : 齐如意 褚卫斌 张红兵 陈慧玲 左剑平
黄 鹏 韩松桥 黄六生 颜 运 王兰秀
向 燕 任民勇 王 亚 胡和生 张新平
代丽萍 张亨昌 彭西骏 殷立新 黎绍成
周红日 陈长伟 朱光辉 朱志锋 詹 辉
蔡 融 王国涛 侯修国 李国宝 姚继元
喻选芳



SBR13/03

天津教育出版社

高中总复习

数 学

*

出版人 肖占鹏

天津教育出版社出版、发行

(天津市和平区西康路35号)

邮编 300051

新华书店经销

永清县晔盛亚胶印有限公司印刷

*

开本 889×1194 毫米 16 开 16.5 印张 500 千字

2005 年 5 月第 1 版

2005 年 5 月第 1 次印刷

印数:1-5000

ISBN 7-5309-4323-5

G·3686 定价:21.00 元

前言

本套《高中总复习》是在教育转轨、考试改革、新大纲与新教材实施与使用之时,适应课改的新潮流而诞生的。

各册书每单元中的“热点强化练”“重点闯关练”“难点突破练”“思维创新练”“好题引路练”,是对基础知识的巩固和基本技能的训练,并训练学生解决理论和实际问题的能力,培养学生的创新精神。“综合检测”既是对学生综合能力的训练,也是对学生分题型学习后的评价;“高考预测”既深化了学习,又训练了学生备考应试能力。

本书是与高中语文、数学、英语、物理、化学新教材(人教版)配套的参考练习册,由湖北省著名省重点中学黄冈中学、孝感高中、郧阳中学、黄石二中、十堰一中、襄樊五中、襄樊四中、鄂州高中、宜昌一中、荆门龙泉中学以及仙桃中学、荆门一中的特级、高级教师领衔编写。这些名师都是学者型的,其科研成果突出,总结的教学经验在省乃至全国均有一定影响。

丛书有以下鲜明的特点:

一、训练全面而又由易到难,由低到高,有一定的梯度;

二、既抓“双基”,抓创新思维的培养,与课改精神一致,又瞄准高考,与升学考试接轨;

三、由名校名师精心打造,模拟题难易适中,力避陈题,讲究创新,具有很强的科学性、实用性和前瞻性。

本书拓展了能力培养和考查的空间,架设了思维变通和创新的新立交桥,撑起了能力和方法的大厦!

编 者

目 录

第一章 集合、简易逻辑、函数	1
一、热点强化练	1
练习1(集合、简易逻辑)	1
练习2(函数的性质)	2
练习3(函数的图象)	4
二、重点闯关练	6
练习4	6
练习5	8
三、难点突破练	9
练习6	9
四、思维创新练	12
练习7	12
五、好题引路练	14
练习8	14
☆综合检测	16
☆☆高考预测	18
第二章 数列、极限、数学归纳法	21
一、热点强化练	21
练习1(等差数列与等比数列)	21
练习2(数列的通项与求和)	22
二、重点闯关练	24
练习3	24
三、难点突破练	25
练习4	25
四、思维创新练	27
练习5	27
五、好题引路练	29
练习6	29
☆综合检测	31
☆☆高考预测	33
第三章 三角函数	36
一、热点强化练	36
练习1(三角函数图象与性质)	36
二、重点闯关练	37
练习2	37
三、难点突破练	39
练习3	39
四、思维创新练	41

目 录

练习4	41
五、好题引路练	43
练习5	43
☆综合检测	45
☆☆高考预测	47
第四章 平面向量、复数	50
一、热点强化练	50
练习1(平面向量的概念及运算)	50
二、重点闯关练	51
练习2	51
三、难点突破练	52
练习3	52
四、思维创新练	54
练习4	54
五、好题引路练	55
练习5	55
☆综合检测	58
☆☆高考预测	60
第五章 不等式	62
一、热点强化练	62
练习1(不等式的解法)	62
练习2(不等式的综合应用)	63
二、重点闯关练	65
练习3	65
三、难点突破练	67
练习4	67
四、思维创新练	68
练习5	68
五、好题引路练	70
练习6	70
☆综合检测	73
☆☆高考预测	75
第六章 直线与圆	78
一、热点强化练	78
练习1(直线与圆的位置关系)	78
二、重点闯关练	79
练习2	79
三、难点突破练	80

目 录

练习3	80
四、思维创新练	82
练习4	82
五、好题引路练	84
练习5	84
☆综合检测	86
☆☆高考预测	88
第七章 圆锥曲线	90
一、热点强化练	90
练习1(直线与圆锥曲线位置关系)	90
练习2(轨迹方程)	91
二、重点闯关练	93
练习3	93
三、难点突破练	95
练习4	95
四、思维创新练	97
练习5	97
五、好题引路练	98
练习6	98
☆综合检测	101
☆☆高考预测	104
第八章 直线、平面、简单几何体	107
一、热点强化练	107
练习1(空间直线、平面的位置关系)	107
练习2(空间向量及运算)	108
二、重点闯关练	110
练习3	110
三、难点突破练	112
练习4	112
四、思维创新练	114
练习5	114
五、好题引路练	116
练习6	116
☆综合检测	119
☆☆高考预测	121
第九章 排列、组合、二项式定理、概率	124
一、热点强化练	124
练习1(概率)	124

目 录

二、重点闯关练	125
练习2	125
三、难点突破练	127
练习3	127
四、思维创新练	129
练习4	129
五、好题引路练	130
练习5	130
☆综合检测	133
☆☆高考预测	135
第十章 概率与统计、导数	137
一、热点强化练	137
练习1(概率与统计)	137
练习2(导数)	138
二、重点闯关练	140
练习3	140
三、难点突破练	142
练习4	142
四、思维创新练	143
练习5	143
五、好题引路练	145
练习6	145
☆综合检测	147
☆☆高考预测	150
参考答案及简析	153

第一章 集合、简易逻辑、函数

一、热点强化练

练习 1(集合、简易逻辑)

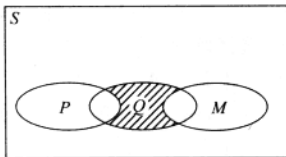
时间:100 分钟 满分:100 分

一、选择题(每题 3 分,共 30 分)

1. 若命题 $p: x \in A \cup B$, 则 $\neg p$ 是().

- A. $x \notin A \cap B$ B. $x \notin A$ 或 $x \notin B$
C. $x \notin A$ 且 $x \notin B$ D. $x \in A \cap B$

2. 如图, S 是全集, P 、 Q 、 M 是 S 的三个子集, 则阴影部分所表示的集合是().



- A. $Q \cap \complement_S(P \cap M)$ B. $Q \cap \complement_S(P \cup M)$
C. $Q \cup \complement_S(P \cap M)$ D. $Q \cup \complement_S(P \cup M)$

3. 已知下列语句:

- ① 0 是自然数;
② 梯形不是矩形;
③ $x > 5$;
④ $1 \leq 3 < 6$.

其中简单命题的个数是().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 已知非空集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq a\}$, $B = \{y | y = x + 1, x \in A\}$, $C = \{y | y = x^2, x \in A\}$, 若 $B \cap C \neq \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为().

- A. $a \geq 0$ B. $a \geq \sqrt{2}$
C. $1 \leq a \leq \sqrt{2}$ D. $a \leq 1$

5. 如果不等式 $|x - a| < 1$ 成立的充分非必要条件是 $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$, 则实数 a 的取值范围是().

- A. $\frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$
C. $a > \frac{3}{2}$ 或 $a < \frac{1}{2}$ D. $a \geq \frac{3}{2}$ 或 $a \leq \frac{1}{2}$

6. 已知命题“非空集合 M 中至少有一个元素是集合 N 中的元素”是假命题, 则命题:

- ① M 中的元素都不是集合 N 中的元素;
② M 中的元素不都是集合 N 中的元素;
③ M 中的元素至多有一个元素是集合 N 中的元素;
④ N 中的元素都不是集合 M 中的元素.

其中正确的命题个数是().

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

7. 已知全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, $M, N \subseteq U$, 若 $M \cap N = \{b\}$, $(\complement_U M) \cap N = \{d\}$, $(\complement_U M) \cap (\complement_U N) = \{a, e\}$, 则下列结论正确的是().

- A. $c \in M$ 且 $c \in N$ B. $c \in \complement_U M$ 且 $c \in N$
C. $c \in M$ 且 $c \in \complement_U N$ D. $c \in \complement_U M$ 且 $c \in \complement_U N$

8. 设 I 是全集, 集合 P, Q 满足 $P \subseteq Q$, 则下面的结论中错误的是().

- A. $P \cup \complement_I Q = \emptyset$ B. $\complement_I P \cup Q = I$
C. $P \cap \complement_I Q = \emptyset$ D. $\complement_I P \cap \complement_I Q = \complement_I P$

9. 设全集为 U , $A = \{x | x^2 - 5x - 6 > 0\}$, $B = \{x | |x - 5| < a\}$ (a 为常数), 且 $11 \in B$, 则().

- A. $\complement_U A \cup B = U$ B. $A \cup \complement_U B = U$
C. $\complement_U A \cup \complement_U B = U$ D. $A \cup B = U$

10. 若集合 A_1, A_2 满足 $A_1 \cup A_2 = A$, 则称 (A_1, A_2) 为集合 A 的一种分拆, 并规定当且仅当 $A_1 = A_2$ 时, (A_1, A_2) 与 (A_2, A_1) 是同一种分拆, 则集合 $\{1, 2, 3\}$ 的不同分拆种数是().

- A. 27 B. 26 C. 9 D. 8

二、填空题(每题 3 分,共 12 分)

11. 已知集合 $A = \{x | |x| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 且 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是_____.

12. 若全集 $I = \mathbf{R}$, $f(x), g(x)$ 均为 x 的二次函数, $P = \{x | f(x) < 0\}$, $Q = \{x | g(x) \geq 0\}$, 则不等式组 $\begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) < 0 \end{cases}$ 的解集可用 P, Q 表示为_____.

13. 在空间中

- ① 若四点不共面, 则这四点中任何三点都不共线;
② 若两条直线没有公共点, 则这两条直线是异面直线.

以上两个命题中, 逆命题为真命题的是_____.

14. 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为增函数, $a, b \in \mathbf{R}$, 命题“若 $a + b \geq 0$, 则 $f(a) + f(b) \geq f(-a) + f(-b)$ ”为 F , 其逆命题、否命题、逆否命题依次记为 P, Q, S . 那么, 上述命题中的真命题的是_____.

三、解答题(58分)

15. (10分) 设 a, b 是整数, 集合 $E = \{(x, y) | (x - a)^2 + 3b \leq 6y\}$, 点 $(2, 1) \in E$, 但点 $(1, 0) \notin E$, $(3, 2) \notin E$, 求 a, b 的值.

16. (12分) 已知 $p: \left|1 - \frac{x-1}{3}\right| \leq 2; q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

17. (12分) 已知 $a > 0, a \neq 1$, 设 P : 函数 $y = \log_a(x+1)$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 内单调递减; Q : 曲线 $y = x^2 + (2a-3)x + 1$ 与 x 轴交于不同的两点. 如果 P 与 Q 有且只有一个正确, 求 a 的取值范围.

18. (12分) 已知 $M = \{x | |x+1| \leq 1\}, N = \{y | y = 4^x - a \cdot 2^{x+1} + 1, x \in M\}$, 其中 $\frac{3}{4} \leq a \leq 1$, 设全集 $U = \mathbf{R}$, 求 $\complement_U(M \cap N)$.

19. (12分) 集合 A 是由适合以下性质的函数 $f(x)$ 组成的: 对于任意的 $x \geq 0, f(x) \in [-2, 4]$, 且 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数.

(1) 判断函数 $f_1(x) = \sqrt{x} - 2$ 及 $f_2(x) = 4 - 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x (x \geq 0)$ 是否在集合 A 中? 若不在集合 A 中, 试说明理由;

- (2) 对于(1)中你认为是集合 A 中的函数 $f(x)$, 不等式 $f(x) + f(x+2) < 2f(x+1)$ 是否对于任意的 $x \geq 0$ 总成立? 证明你的结论.

练习 2(函数的性质)

时间: 100 分钟 满分: 100 分

一、选择题(每题 3 分, 共 30 分)

1. 设集合 $A = \{x | x^2 - 1 > 0\}, B = \{x | \log_2 x > 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于().
 A. $\{x | x > 1\}$ B. $\{x | x > 0\}$
 C. $\{x | x < -1\}$ D. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$
2. 已知函数 $f(2^x)$ 的定义域是 $[1, 2]$, 则函数 $f(\log_2 x)$ 的定义域是().
 A. $[0, 1]$ B. $[2, 4]$
 C. $[4, 8]$ D. $[4, 16]$
3. 已知函数 $f(x)$ 的值域为 $[-2, 3]$, 则函数 $f(x-2)$ 的值域为().
 A. $[-4, 1]$ B. $[0, 5]$
 C. $[-4, 1] \cup [0, 5]$ D. $[-2, 3]$
4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0, \\ 3^x, & x \leq 0. \end{cases}$ 则 $f\left[f\left(\frac{1}{4}\right)\right]$ 的值是().

A. 9 B. $\frac{1}{9}$ C. -9 D. $-\frac{1}{9}$

5. 定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 是偶函数, 且在 $x \in [0, 5]$ 上是增函数, 在 $[5, +\infty)$ 上是减函数, 又 $f(5) = 2$, 则 $f(x)$ ().
 A. 在 $x \in [-5, 0]$ 上是增函数且有最大值 2
 B. 在 $x \in [-5, 0]$ 上是减函数且有最大值 2
 C. 在 $x \in [-5, 0]$ 上是增函数且有最小值 2
 D. 在 $x \in [-5, 0]$ 上是减函数且有最小值 2
6. 函数 $f(x)$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上不是常数函数, 且 $f(x)$ 满足条件: 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(4+x) = f(4-x), f(x+1) = f(x-1)$, 则 $f(x)$ 是().
 A. 奇函数但非偶函数
 B. 偶函数但非奇函数
 C. 奇函数又是偶函数
 D. 非奇非偶函数
7. 已知定义在实数 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y = f(x)$ 不恒为

零,同时满足 $f(x+y)=f(x)f(y)$,且当 $x>0$ 时, $f(x)>1$. 那么当 $x<0$ 时,一定有 ().

- A. $f(x)<-1$ B. $-1<f(x)<0$
C. $f(x)>1$ D. $0<f(x)<1$

8. 设函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的以 3 为周期的奇函数,若 $f(1)>1, f(2)=\frac{2a-3}{a+1}$, 则 ().

- A. $a<\frac{2}{3}$ B. $a<\frac{2}{3}$ 且 $a\neq-1$

- C. $a>\frac{2}{3}$ 或 $a<-1$ D. $-1<a<\frac{2}{3}$

9. 已知函数 $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$, 函数 $g(x)$ 的图象与函数 $y=f^{-1}(x+1)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称, 则 $g(-1)$ 的值是 ().

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -1 C. $-\frac{3}{2}$ D. -3

10. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 且满足 $f(x)+f(x-1)=1$. 当 $x\in[0,1]$ 时, $f(x)=x^2$, 现有四个命题: ① $f(x)$ 是周期函数, 且周期为 2; ② 当 $x\in[1,2]$ 时, $f(x)=2x-x^2$; ③ $f(x)$ 是偶函数; ④ $f(-2004, 5)=\frac{3}{4}$. 其中正确命题的个数是 ().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题(每题 3 分, 共 12 分)

11. 函数 $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)}$ 的定义域是 _____.

12. 函数 $y=f(x) (-1<x<1)$ 为单调递减的奇函数, 若 $f(k)+f(\frac{1}{2})<0$, 则 k 的取值范围是 _____.

13. 已知函数 $f(x)$ 的图象与函数 $g(x)=2^x-1$ 的图象关于点 $(0,1)$ 对称, 则函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=$ _____.

14. 给出如下三个函数:

① $f(x)=(x-1)^3$; ② $f(x)=k(x-1) (k<$

$0)$; ③ $f(x)=\begin{cases} 1, & x>1, \\ 0, & x=1, \\ -1 & x<1. \end{cases}$ 则不同同时满足性

质: (i) 对于任意 $x_1, x_2 \in \mathbf{R} (x_1 \neq x_2)$, 有 $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>0$; (ii) 图象关于点 $(1,0)$ 成中心对称图形的函数序号为 _____.

三、解答题(58 分)

15. (10 分) 已知函数 $f(x)=x^2+2x \cdot \tan\theta-1$, $x\in[-1, \sqrt{3}]$, 其中 $\theta\in(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

(1) 当 $\theta=-\frac{\pi}{6}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最大值与最小值;

(2) 求 θ 的取值范围, 使 $y=f(x)$ 在区间 $[-1, \sqrt{3}]$ 上是单调函数.

16. (12 分) 已知函数 $f(x)=\log_a \frac{2+x}{2-x} (0<a<1)$.

(1) 试判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) 解不等式 $f(x)\geq \log_a 3x$.

17. (12 分) 设 $a>0, f(x)=\frac{e^x}{a}+\frac{a}{e^x}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数.

(1) 求 a 的值;

(2) 证明 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数.

18. (12 分) 某商店的某种商品在最近 30 天内价格 $f(t)$ (元/件) 与时间 t (天) 满足关系式:

$$f(t)=\begin{cases} \frac{1}{3}t+8 & (0\leq t<15, t\in\mathbf{N}), \\ -\frac{1}{3}t+18 & (15\leq t\leq 30, t\in\mathbf{N}). \end{cases} \quad \text{销售}$$

量 $g(t)$ (件) 与时间 t (天) 满足关系式 $g(t)=-t+30 (0\leq t\leq 30, t\in\mathbf{N})$, 求该商品的日销售量的最大值.

19. (12分) 对于函数 $y=f(x)$ ($x \in D$), 若同时满足下列条件:

- ① $f(x)$ 在 D 上为单调函数; ② 存在区间 $[a, b] \subseteq D$, 使 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的值域也是 $[a, b]$; 则称 $f(x)$ 为 D 上的闭函数.

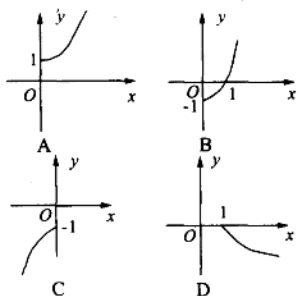
- (1) 求闭函数 $y=-x^3$ 符合条件②的区间 $[a, b]$;
 (2) 若 $f(x)=x^3-3x^2-9x+4$, 判断 $f(x)$ 是否是闭函数;
 (3) 若 $y=x^2+k$ ($x>0$) 是闭函数, 求实数 k 的取值范围.

练习 3(函数的图象)

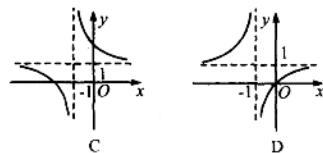
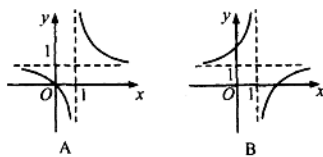
时间: 100 分钟 满分: 100 分

一、选择题(每题 3 分, 共 30 分)

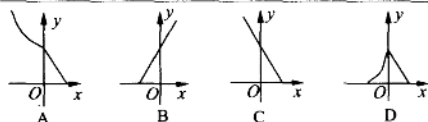
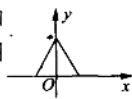
1. 函数 $y=x^2+1$ ($x \leq 0$) 的反函数的大致图象为 ().



2. 函数 $y=1-\frac{1}{x-1}$ 的图象是 ().



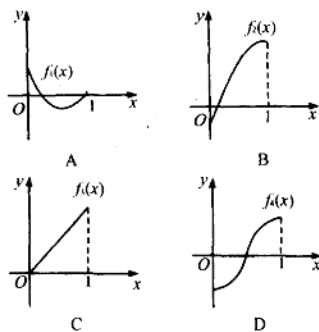
3. 已知函数 $y=f(|x|)$ 的图象如右图所示, 则函数 $y=f(x)$ 的图象不可能是 ().



4. 设有三个函数: 第一个函数是 $y=f(x)$, 它的反函数是第二个函数, 而第三个函数的图象与第二个函数的图象关于原点对称, 那么第三个函数的解析式是 ().

- A. $y=-f(x)$ B. $y=f^{-1}(x)$
 C. $y=-f^{-1}(x)$ D. $y=-f^{-1}(-x)$

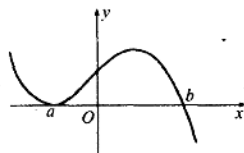
5. 如图所示, $f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)$ 是定义在 $[0, 1]$ 上的四个函数, 其中满足性质: “对 $[0, 1]$ 中任意的 x_1 和 x_2 , $f(\frac{x_1+x_2}{2}) < \frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)]$ 恒成立” 的只有 ().



6. 设偶函数 $f(x)=\log_a|x-b|$ 在 $(-\infty, 0)$ 上递增, 则 $f(a+1)$ 与 $f(b+2)$ 的大小关系是 ().

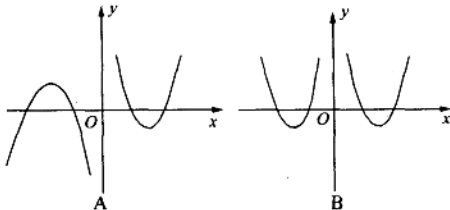
- A. $f(a+1)=f(b+2)$ B. $f(a+1)>f(b+2)$
 C. $f(a+1)<f(b+2)$ D. 不能确定

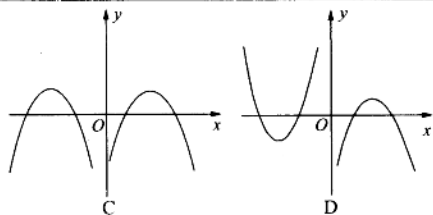
7. 函数 $y=f(x)$ 的图象如右图, 则函数 $y=f(x)$ 的解析式为 ().



- A. $f(x)=(x-a)^2(b-x)$
 B. $f(x)=(x-a)^2(x+b)$
 C. $f(x)=-(x-a)^2(x+b)$
 D. $f(x)=(x-b)^2(x-a)$

8. 函数 $f(x)=\log_2|x|$, $g(x)=-x^2+2$, 则 $f(x) \cdot g(x)$ 的图象只可能是 ().





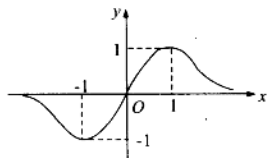
9. 设函数 $f(x) =$

$$\frac{ax+b}{x^2+c} (x \in \mathbf{R})$$

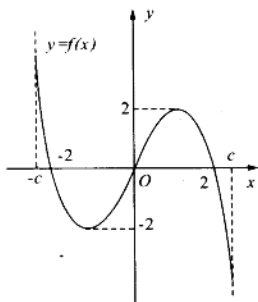
的图象如图所示, 则 a, b, c 的大小关系是().

- A. $a > c > b$
C. $c > a > b$

- B. $b > a > c$
D. $a > b > c$



10. $f(x)$ 是定义在区间 $[-c, c]$ 上的奇函数, 其图象如图所示. 令 $g(x) = af(x) + b$, 则下列关于函数 $g(x)$ 的叙述正确的是().



- A. 若 $a < 0$, 则函数 $g(x)$ 的图象关于原点对称
B. 若 $a = -1, -2 < b < 0$, 则方程 $g(x) = 0$ 有大于 2 的实根
C. 若 $a \neq 0, b = 2$, 则方程 $g(x) = 0$ 有两个实根
D. 若 $a \geq 1, b < 2$, 则方程 $g(x) = 0$ 有三个实根

二、填空题(每题 3 分, 共 12 分)

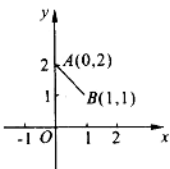
11. 已知 $f(x) = 2^x + b$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 若 $y = f^{-1}(x)$ 的图象经过点 $Q(5, 2)$, 则 $b =$ _____.

12. 设函数 $y = f(x)$ 是最小正周期为 2 的偶函数, 它在区间 $[0, 1]$ 上的图象为如图所示的线段 AB, 则在区间 $[1, 2]$ 上

$$f(x) = \text{_____}.$$

13. 函数 $y = \frac{2x}{1+x} (x \in (-1, +\infty))$ 图象与其反函数

图象的交点坐标为 _____.



14. 已知函数 $f(x)$ 定义域为 $\mathbf{R}$, 则下列命题中

- ① $y = f(x)$ 为偶函数, 则 $y = f(x+2)$ 的图象关于 y 轴对称;
② $y = f(x+2)$ 为偶函数, 则 $y = f(x)$ 关于直线 $x = 2$ 对称;
③ 若 $f(x-2) = f(2-x)$, 则 $y = f(x)$ 关于

直线 $x = 2$ 对称;

④ $y = f(x-2)$ 和 $y = f(2-x)$ 的图象关于 $x = 2$ 对称.

其中正确命题序号有 _____ (填上所有正确命题序号).

三、解答题(58 分)

15. (10 分) 设 $f(x)$ 为定

义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,

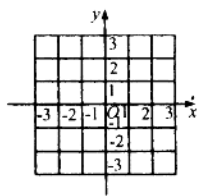
当 $x \leq -1$ 时, $y =$

$f(x)$ 的图象是经过点

$(-2, 0)$, 斜率为 1 的

射线, 又在 $y = f(x)$ 的

图象中有一部分是顶点在 $(0, 2)$, 且过点 $(-1, 1)$ 的一段抛物线, 试写出函数 $f(x)$ 的表达式, 并作出其图象.



16. (12 分) 已知函数 $f(x) = 2^{x+1}$, 将函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图象向左平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位, 就得到 $y = g(x)$ 的图象.

(1) 写出 $y = g(x)$ 的解析式;

(2) 求出 $F(x) = g(x^2) - f^{-1}(x)$ 的最小值及取得最小值时 x 的值.

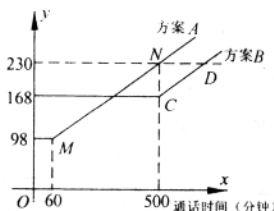
17. (12 分) 已知函数 $f(x) = \log_a(a^x - 1) (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$.

(1) 证明函数 $f(x)$ 的图象在 y 轴的一侧;

(2) 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) (x_1 < x_2)$ 是 $f(x)$ 的图象上两点, 证明直线 AB 的斜率大于 0;

(3) 求函数 $y = f(2x)$ 与 $y = f^{-1}(x)$ 的图象的交点坐标.

18. (12分) 电信局为了满足客户不同需要, 设有 A、B 两种优惠方案, 这两种方案应付话费 (元) 与通话时间 (分钟) 之间关系如下图所示, ($MN \parallel CD$)



- (1) 若通话时间为 2 小时, 按方案 A、B 各付话费多少元?
- (2) 方案 B 从 500 分钟以后, 每分钟收费多少元?
- (3) 通话时间在什么范围内, 方案 B 才会比方案 A 优惠?

19. (12分) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 若存在 $x_0 \in D$, 使 $f(x_0) = x_0$ 成立, 则称以 (x_0, x_0) 为坐标的点为函数 $f(x)$ 图象上的不动点.

- (1) 若函数 $f(x) = \frac{3x+a}{x+b}$ 图象上有两点关于原点对称的不动点, 求 a, b 应满足的条件;
- (2) 在 (1) 的条件下, 若 $a=8$, 记函数 $f(x)$ 的图象上的两个不动点分别为 A、B, M 为函数图象上的另一点, 且其纵坐标 $y_M > 3$, 求点 M 到直线 AB 距离的最小值及取得最小值时 M 点的坐标;
- (3) 下述命题“若定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 图象上存在有限个不动点, 则不动点有奇数个”是否正确? 若正确, 请给予证明, 并举出一例; 若不正确, 请举一反例说明.

二、重点闯关练

练习 4

时间: 100 分钟 满分: 100 分

一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. 已知集合 $M = \{a, 0\}$, $N = \{x \mid 2x^2 - 5x < 0, x \in \mathbf{Z}\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 a 等于 ().
A. 1 B. 2 C. 1 或 2 D. 1 或 $\frac{5}{2}$
2. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{a, b, c\}$, 那么从集合 A 到集合 B 的一一映射的个数共有 ().
A. 3 B. 6 C. 9 D. 18
3. 函数 $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx + 2$ 在 $(-\infty, 0)$ 上有最小值 -5, (a, b 为常数), 则函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上 ().
A. 有最大值 5 B. 有最小值 5
C. 有最大值 3 D. 有最大值 9
4. 条件 $p: |x| > 1$, 条件 $q: x < -2$, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的 ().
A. 充分条件但不是必要条件
B. 必要条件但不是充分条件
C. 充要条件
D. 既不是充分条件又不是必要条件
5. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x - 8 & (x \leq 0) \\ \sqrt{x} & (x > 0) \end{cases}$, 若 $f(a) > 1$, 则实数 a 的取值范围是 ().
A. $(-2, 1)$
B. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$
C. $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$
D. $(1, +\infty)$
6. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2e}(e^x + e^{2-x})(x < 1)$ (其中 e 为自然对数的底数), 则 ().
A. $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) < f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$
B. $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) > f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$
C. $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) < f^{-1}(2)$
D. $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) > f^{-1}(2)$
7. 设 $f(x) = 1 + 5x - 10x^2 + 10x^3 - 5x^4 + x^5$, 则 $f(x)$ 的反函数的解析式是 ().
A. $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt[5]{x}$
B. $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt[5]{x-2}$

C. $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt{x-2}$

D. $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x-2}$

8. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = -x - x^3$. 设 $x_1 + x_2 \leq 0$, 给出下列不等式:

① $f(x_1)f(-x_1) \leq 0$;

② $f(x_2)f(-x_2) > 0$;

③ $f(x_1) + f(x_2) \leq f(-x_1) + f(-x_2)$;

④ $f(x_1) + f(x_2) \geq f(-x_1) + f(-x_2)$. 其中正确不等式的序号是().

A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

9. 已知函数 $y = f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 满足 $f(x+1) = f(x-1)$, 且 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x) = x^2$, 则 $y = f(x)$ 与 $y = \log_2 x$ 的图象的交点的个数为().

A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

10. 函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的增函数, 且 $f(3) = 0$, 则下列三个值 $a = f(2)$, $b = f^{-1}(2)$, $c = f^{-1}(0)$ 间的大小关系是().

A. $a > b > c$

B. $c > a > b$

B. $b > a > c$

D. $b > c > a$

二、填空题(每题 3 分, 共 12 分)

11. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ ($-1 \leq x \leq 1$), 它的反函数 $f^{-1}(x) =$.

12. 对于定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$, 如果存在实数 x_0 , 使 $f(x_0) = x_0$, 那么 x_0 叫做 $f(x)$ 的一个不动点. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2ax + 1$ 不存在不动点, 那么实数 a 的取值范围是 .

13. 已知函数 $y = f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且在 $(-\infty, 0]$ 上是减函数, 若 $f(a) \geq f(2)$, 则实数 a 的取值范围是 .

14. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f\left(x + \frac{3}{2}\right) + f(x) = 0$, 且函数 $y = f\left(x - \frac{3}{4}\right)$ 为奇函数, 给出下列命题: ① 函数 $f(x)$ 的最小正周期是 $\frac{3}{2}$; ② 函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{3}{4}, 0\right)$ 对称; ③ 函数 $y = f(x)$ 的图象关于 y 轴对称. 其中真命题的个数是 .

三、解答题(58 分)

15. (10 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}}{5}$, $g(x) = \frac{x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}}{5}$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 分别计算 $f(4) - 5f(2)g(2)$ 和 $f(9) -$

$5f(3)g(3)$ 的值, 由此概括出涉及函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的对所有不等于零的实数 x 都成立的一个等式, 并加以证明.

16. (12 分) 已知 $f(x) = \frac{x}{1-x}$, 当点 (x, y) 在曲线 $y = f(x)$ 上运动时, 点 $\left(\frac{1}{3}y, x\right)$ 在 $y = g(x)$ 上运动.

(1) 求 $g(x)$ 的表达式;

(2) 若 $\varphi(x+1) = -\varphi(x)$, 且当 $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ 时, $\varphi(x) = g(x)$, 求 $\varphi(2005.6)$.

17. (12 分) 已知函数 $f(x)$ 的图象与函数 $h(x) = x + \frac{1}{x} + 2$ 的图象关于点 $A(0, 1)$ 对称.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若 $g(x) = f(x) + \frac{a}{x}$, 且 $g(x)$ 在区间 $(0, 2]$ 上为减函数, 求实数 a 的取值范围.

18. (12 分) 设 $a \in \mathbf{R}$, $f(x)$ 为奇函数, 且 $f(x) = \frac{a \cdot 4^x - a^{-2}}{4^x + 1}$.

(1) 试求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$ 的解析式及 $f^{-1}(x)$ 的定义域;

(2) 设 $g(x) = \log_{\sqrt{e}} \frac{1+x}{k}$, 若 $x \in \left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$ 时, $f^{-1}(x) \leq g(x)$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

19. (12分) 对于函数 $y=f(x)$ ($x \in D$, D 是此函数的定义域), 若同时满足下列条件:

- ① $f(x)$ 在 D 内单调递增或单调递减;
② 存在区间 $[a, b] \subseteq D$, 使 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的值域为 $[a, b]$; 那么, 把 $y=f(x)$ ($x \in D$) 叫闭函数.

(1) 求闭函数 $y=-x^2$ 符合条件②的区间 $[a, b]$;

(2) 判断函数 $f(x)=\frac{3}{4}x+\frac{1}{x}$ ($x>0$) 是否为闭函数? 并说明理由;

(3) 若 $y=k+\sqrt{x+2}$ 是闭函数, 求实数 k 的取值范围.

练习 5

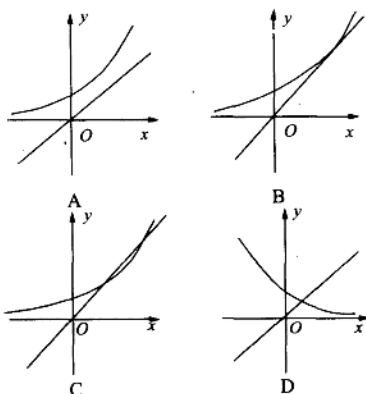
时间: 100 分钟 满分: 100 分

一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. 已知 U 是全集, M, N 是 U 的两个子集, 若 $M \cup N = U, M \cap N \neq \emptyset$, 则下列关系中不正确的是 ().

- A. $\complement_U M \subseteq N$ B. $\complement_U N \subseteq M$
C. $\complement_U M \cap \complement_U N = \emptyset$ D. $\complement_U M \cup \complement_U N = U$

2. 函数 $y=2^{\frac{x}{2}}$ 的图象与直线 $y=x$ 的位置关系是 ().



3. 函数 $f(x)$ 有反函数 $f^{-1}(x)$, 已知 $f(x)$ 图象经过点 $(0, -1)$, 则 $f^{-1}(x+4)$ 的反函数图象必经过点 ().

- A. $(-1, -4)$ B. $(-4, -1)$
C. $(0, -5)$ D. $(-5, 0)$

4. 给出命题: $p: 3 \geq 3, q: \text{函数 } f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上是连续函数, 则下列三个复合命题: “ p 且 q ”; “ p 或 q ”; “非 p ” 中, 真命题的个数为 ().

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

5. 将函数 $y=\lg(1-x)$ 的图象进行变换, 使所得图象与函数 $y=\lg x$ 的图象关于 y 轴对称, 这种变换是 ().

- A. 向左平移 1 个单位
B. 向右平移 1 个单位
C. 向上平移 1 个单位
D. 向下平移 1 个单位

6. 设函数 $y=\frac{2x-1}{x-2}$, 则关于该函数图象的下列命题, 其中正确的是 ().

- ① 一定存在两点, 这两点的连线平行于 x 轴;
② 任意两点的连线都不平行于 x 轴;
③ 关于直线 $y=x$ 对称;
④ 关于原点中心对称.

- A. ①③ B. ②③ C. ②③④ D. ③

7. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且满足 $f(x+2)=-f(x)$, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = \frac{1}{3}x$, 则使 $f(x) = -\frac{1}{3}$ 的 x 值等于 ().

- A. $4k-1, k \in \mathbf{Z}$ B. $4k+1, k \in \mathbf{Z}$
C. $2k-1, k \in \mathbf{Z}$ D. $2k, k \in \mathbf{Z}$

8. 函数 $y=f(x)$ 的图象与 $y=2^x$ 图象关于 y 轴对称, 若 $y=f^{-1}(x)$ 是 $y=f(x)$ 的反函数, 则 $y=f^{-1}(x^2-2x)$ 的单调递增区间是 ().

- A. $[1, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$
C. $(-\infty, 1]$ D. $(-\infty, 0)$

9. 函数 $f(x)=\log_2(x+1)$, 若 $a>b>c>0$, 则 $\frac{f(a)}{a}, \frac{f(b)}{b}, \frac{f(c)}{c}$ 的大小关系为 ().

- A. $\frac{f(a)}{a} > \frac{f(b)}{b} > \frac{f(c)}{c}$
B. $\frac{f(c)}{c} > \frac{f(b)}{b} > \frac{f(a)}{a}$
C. $\frac{f(b)}{b} > \frac{f(a)}{a} > \frac{f(c)}{c}$
D. 不确定

10. 设奇函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上是增函数, 且 $f(-1)=-1$, 若函数 $f(x) \leq t^2-2at+1$ 对所有的 $x \in [-1, 1]$ 都成立, 当 $a \in [-1, 1]$ 时, 则 t 的取值范围是 ().

- A. $-2 \leq t \leq 2$ B. $-\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{1}{2}$

C. $t \geq 2$ 或 $t \leq -2$ 或 $t = 0$ D. $t \geq \frac{1}{2}$ 或 $t \leq -\frac{1}{2}$ 或 $t = 0$

二、填空题(每题3分,共12分)

11. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, 下列函数① $y = -|f(x)|$; ② $y = xf(x^2)$; ③ $y = -f(-x)$; ④ $y = f(x) - f(-x)$ 中必为奇函数的有_____ (要求填写正确答案的序号).

12. 设有两个命题:(1)不等式 $|x| + |x-1| > m$ 的解集是 $\mathbf{R}$; (2)函数 $f(x) = -(7-3m)^x$ 是减函数. 如果这两个命题中有且只有一个是真命题, 则实数 m 的取值范围是_____.

13. 已知函数 $f(x) = -x^2 + ax + b^2 - b + 1$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 对任意实数 x 都有 $f(1+x) = f(1-x)$ 成立, 若当 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立, 则 b 的取值范围是_____.

14. 在给出的4个条件:

① $\begin{cases} 0 < a < 1, \\ x \in (-\infty, 0); \end{cases}$ ② $\begin{cases} 0 < a < 1, \\ x \in (0, +\infty); \end{cases}$
 ③ $\begin{cases} a > 1, \\ x \in (-\infty, 0); \end{cases}$ ④ $\begin{cases} a > 1, \\ x \in (0, +\infty). \end{cases}$ 能使函数 $y = \log_a x^2$ 为单调递增函数的是_____
 (把你认为正确的条件编号都填上).

三、解答题(58分)

15. (10分) 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x \tan \theta - 1$, $x \in [-1, \sqrt{3}]$, 其中 $\theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

(1) 当 $\theta = -\frac{\pi}{6}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最大值与最小值;

(2) 求 θ 的取值范围, 使 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, \sqrt{3}]$ 上是单调函数.

16. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - \log_2 \frac{1+x}{1-x}$ 求函数 $f(x)$ 的定义域, 并讨论它的奇偶性和单调性.

17. (12分) 已知 $f(x) = \frac{x-a}{x^2+bx+c}$ 是奇函数, $g(x) = \frac{1}{x}$, 且对于任意 $m \cdot n = 1$, 有 $f(m)g(m) + f(n)g(n) = 1$.

(1) 求 a, b, c 的值;

(2) 如果点 $A\left(f(x), \frac{1}{g(x)}\right)$ 在直线 $2x - y = 0$ 的下方, 求 x 的取值范围.

18. (12分) 函数 $y = f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 2x - x^2$.

(1) 求 $x < 0$ 时 $f(x)$ 的解析式;

(2) 问是否存在这样的正数 a, b , 当 $x \in [a, b]$ 时, $f(x)$ 的值域为 $\left[\frac{1}{b}, \frac{1}{a}\right]$? 若存在, 求出所有的 a, b 的值; 若不存在, 说明理由.

19. (12分) 对于函数 $f(x) = ax^2 + (b+1)x + b - 2$ ($a \neq 0$), 若存在实数 x_0 , 使 $f(x_0) = x_0$ 成立, 则称 x_0 为 $f(x)$ 的不动点.

(1) 当 $a = 2, b = -2$ 时, 求 $f(x)$ 的不动点;

(2) 若对于任何实数 b , 函数 $f(x)$ 恒有两个相异的不动点, 求实数 a 的取值范围;

(3) 在(2)的条件下, 若 $y = f(x)$ 的图象上 A, B 两点的横坐标是函数 $f(x)$ 的不动点, 且直线 $y = kx + \frac{1}{2a^2+1}$ 是线段 AB 的垂直平分线, 求实数 b 的取值范围.

三、难点突破练

练习6

时间: 100分钟 满分: 100分

一、选择题(每题3分,共30分)

1. 在一定条件下, 某种细胞经过1分钟由1个分裂为2个, 已知一定数量的这种细胞经过20