

2007

辽宁高考

LIAONINGGAOKAO

高中数学全程复习教程

GAOZHONGSHUXUEQUANCHENG FUXIJIAOCHENG

随书附赠
跟踪测试卷

备考攻略

● 对照考纲，梳理知识

对照《考试说明》，从整体上掌握课程考试内容，分清哪些内容只要一般理解，哪些内容必须重点掌握，哪些知识又要求灵活运用和综合运用。做到复习不遗漏，不做无用功。在知识的梳理上，应把着眼点放在建构完整的“知识网络”上，以不变应万变，从而突破弱点，增强能力。

● 专题突破，领会方法

高考复习一定要注重知识专题和方法专题的复习。在知识专题方面可以进一步巩固已经掌握的内容，加强各板块知识的综合。方法专题是指对数学中涉及的重要思想方法进行归纳、领会、应用，把数学知识与技能转化为分析问题、解决问题的能力。专题复习要有针对性，如开放性、探索性、应用性问题等。

● 重视反思，减少失误

在进行习题训练之后应进行认真总结，找准自己的薄弱环节，看一看自己在数学知识上、解题方法上、思维上是否有薄弱环节。对试卷中做错的地方进行纠正、分析，反思是非常必要的，所以千万不要做好题对一对标准答案就完事，对易出错的地方扎扎实实地进行整理归纳，这样做可以减少失误，杜绝低级错误。

2007

辽宁高考

高中数学全程复习教程

GAOZHONGSHUXUEQUANCHENG FUXIJIAOCHENG

主编：丛 山

编者：王灿文	李蕾蕾	任天宏	胡 博
曹长春	杜伟明	侯庆东	陈婷婷
张 爽	周红波	成怀方	张艳玲
徐 妍	雒艳丽	金行宝	王黎黎
冯 竹	李大为	何运亮	郝 舒



辽海出版社
LIAOHAICHUBANSHE

2007

辽宁高考

高中数学全程复习教程

GAOZHONGSHUXUEQUANCHENG FUXI JIAOCHENG

LIAONINGGAOKAO

★讲析练解 全程备考★

紧密跟踪辽宁高考自主命题最新变化,精准把握命题新动向,占领备考复习制高点。

★书卷结合 高效实用★

内容全新打造,注重应考能力培养,全面清除知识盲区,分层、递进式完成高效复习。

★知识能力同步提升★

谨遵高考复习规律,优化栏目设计,有效整合资源,构筑超凡品质,成就考生辉煌。

展现最新高考前沿资讯

整合最优高考复习资源

2007 辽宁高考

高中数学全程复习教程

责任编辑:黄晓梅 孟祥斌
封面设计:冯少玲

责任校对:克 晴
高小荣

辽海出版社出版

地址:沈阳市和平区十一纬路25号

邮编:110003

联系电话:024-23284478

<http://www.lhph.com.cn>

北宁市印刷厂印刷

辽海出版社发行

幅面尺寸:210mm×297mm 字数:828千字 印张:26 插页:1

2006年7月第1版

2006年7月第1次印刷

印数:1—5,600册

定价:40.00元

ISBN 7-80711-027-9/G·737

ISBN 7-80711-027-9



9 787807 110279 >

2007 LIAONING 写给考生的话

机会总是眷顾那些有所准备的人。

面对高考，你知道该如何去应对吗？

对各科考查的知识点，你清楚吗？对考查的方式，你熟悉吗？必要的应试技巧，你掌握吗？

高考的重要意义自不必细说，每一位考生都渴望自己能够力压群雄，脱颖而出，如愿跨入梦寐以求的大学校园。而这无疑需要付出艰苦的努力，但是仅有努力还不够，你还需要正确的指导和得当的复习方法，而一本好的辅导书无疑是至关重要的。

一本好书，应该让你知道高考考什么；

一本好书，应该让你明了高考怎么考；

一本好书，应该让你获得实用的应考技巧；

一本好书，关键是能够全面提升你的能力。

总之，一本好的复习辅导书，加上你的努力，结果就是成就你的人生，成就你未来的辉煌。

当你打开这本书的时候，我们有理由相信，你已经作出了正确的选择。下面，就来看看本书的独到之处吧：

核心知识储备：提取最核心知识，并以此为突破，以点带面，辐射全部知识考点，彻底解决重难点障碍，打牢坚实的基础。

典型例题剖析：精选高考真题、模拟好题，多角度进行剖析讲解，彻底吃透知识要点，熟悉命题走向，起到举一反三之效。

考点即时突破：完全依照高考命题方式，精心选择高质量备考资源，全面整合测试，在训练中进一步消化知识，提高能力，掌握技巧。

搭配跟踪测试卷：建构完整知识网络，全面提高应考能力。

本书编写组

2006年6月

第一章 集合与简易逻辑

§1.1 集合与集合的运算	1
§1.2 逻辑联结词与四种命题 简易逻辑	5
§1.3 充分条件与必要条件	8

第二章 函数

§2.1 映射与函数	12
§2.2 反函数	16
§2.3 函数的定义域 解析式 值域	19
§2.4 函数的图象	24
§2.5 函数的单调性	30
§2.6 函数的奇偶性	34
§2.7 二次函数	37
§2.8 指数与指数函数	42
§2.9 对数与对数函数	45
§2.10 函数的最大值 最小值	49
§2.11 利用函数知识解应用题	53
§2.12 函数的综合问题	59

第三章 三角函数

§3.1 任意角三角函数的概念 同角三角函数基本关系 诱导公式	70
§3.2 两角和与差 二倍角公式	72
§3.3 三角函数的图象和性质	76
§3.4 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象和性质	80
§3.5 三角函数的最大值 最小值	84
§3.6 三角函数的应用	88

第四章 数列

§4.1 数列	94
§4.2 等差数列	99
§4.3 等比数列	105
§4.4 等差数列与等比数列的综合问题	111
§4.5 数列的前 n 项和	118
§4.6 利用数列知识解应用题	122

目录 contents

第五章 不等式

§5.1 不等式的概念和性质	130
§5.2 不等式的证明 均值不等式	133
§5.3 不等式及不等式组的解法	138
§5.4 绝对值不等式和含参数的不等式	142
§5.5 不等式的应用	145

第六章 平面向量

§6.1 向量 向量的加法与减法 实数与向量的积	152
§6.2 向量的数量积与运算律	156
§6.3 两点间距离公式 线段的定比分点与图形的平移	162
§6.4 正弦定理 余弦定理 解斜三角形	167

第七章 直线和圆的方程

§7.1 直线的方程	172
§7.2 两条直线的位置关系	174
§7.3 对称问题	177
§7.4 简单的线性规划	179
§7.5 圆的方程	183
§7.6 直线和圆的位置关系	187

第八章 圆锥曲线

§8.1 椭圆	192
§8.2 双曲线	199
§8.3 抛物线	206
§8.4 直线与圆锥曲线的位置关系	212
§8.5 轨迹方程	218
§8.6 圆锥曲线中的最大值 最小值 定值问题	223

第九章 直线 平面 简单的几何体

§9.1 空间两条直线的位置关系	229
§9.2 直线与平面的位置关系	233
§9.3 两个平面的位置关系	240
§9.4 简单多面体	246
§9.5 球	254
§9.6 综合与应用	257

第十章 排列 组合 概率

§10.1 排列与组合	265
§10.2 二项式定理	271
§10.3 概率	274

第十一章 概率与统计

§11.1 随机变量	280
§11.2 统计	287

第十二章 极限

§12.1 数学归纳法	291
§12.2 极限	296

第十三章 导数

§13.1 导数	302
§13.2 导数的应用	307

第十四章 复数

复数的代数形式及运算	313
------------------	-----

参考答案	318
------------	-----

第一章 集合与简易逻辑

考纲要求

考试内容	能力层次	高考要求
集合与集合的运算	了解	空集、全集的意义, 属于、包含、相等关系的意义.
	理解	集合、子集、补集、交集、并集的概念.
	掌握	有关术语和符号, 并会用它们正确表示一些简单的集合.
逻辑联结词与四种命题	理解	逻辑联结词“或”、“是”、“非”的含义, 四种命题及其相互关系.
充分条件与必要条件	掌握	充要条件的意义.

高考点评

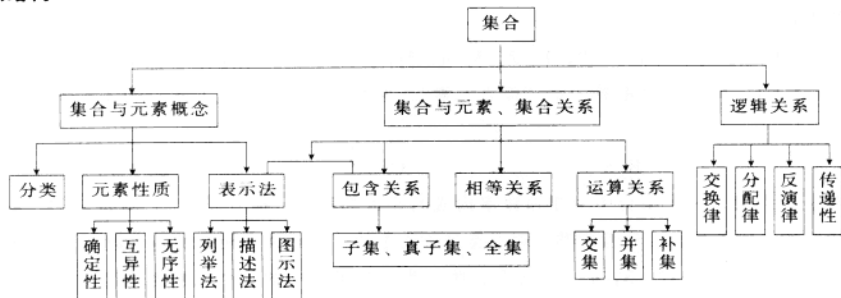
集合在中学数学中是基础与工具, 考查集合知识多数为选择题, 难度不大, 解答时, 注意作好符号语言、图形语言、文字语言的转化, 注意数形结合, 充分利用韦恩图或数轴的直观性来帮助解题.

在数学中离不开对逻辑知识的掌握和运用, 充要条件作为数学语言的表述工具往往与各类知识结合起来考查, 因此要求考生有较好的、较全面的基础知识和逻辑推理能力. 题目难度一般不大.

§1.1 集合与集合的运算

核心知识储备

知识结构



复习札记

要点提示

集合语言是现代数学的基本语言，在高考中，集合几乎是每年必考的内容之一。

以集合语言与集合思想为载体，考查函数的定义域、函数的值域、方程、不等式、曲线间的相交等问题。

集合描述法：可分为文字描述法和符号描述法两种。

文字描述法的一般形式为 {集合元素的特征描述}。

符号描述法的一般形式为 $\{x|p(x)\}$ ，其中竖线前的“ x ”为元素的一般形式，即代表元素；竖线后的“ $p(x)$ ”为元素 x 应满足的条件或具有的属性。竖线有时可用冒号或分号代替。“ x ”与“ $p(x)$ ”都相同时表示同一个集合，只要有一个不同，表示的就可能是不同的集合。如集合 $\{y|y=x+\frac{1}{x}\}$ 、 $\{x|y=x+\frac{1}{x}\}$ 和 $\{(x, y)|y=x+\frac{1}{x}\}$ 分别表示函数 $y=x+\frac{1}{x}$ 的值域、定义域和图象上的点组成的点集。

典型例题剖析

例 1 (2002 全国) 设集合 $M=\{x|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$, $N=\{x|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 ()

- A. $M=N$ B. $M \subsetneq N$ C. $M \supsetneq N$ D. $M \cap N = \emptyset$

【解析】在 M 中, $x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2k+1}{4}$, 在 N 中, $x=\frac{k+2}{4}$, 由于 $k \in \mathbb{Z}$, 故有对于相同的 k , $2k+1$, 所取实数个数少于 $k+2$ 所取实数的个数, $\therefore M \subsetneq N$.

【答案】B

例 2 (2003 北京) 设集合 $A=\{x|x^2-1>0\}$, $B=\{x|\log_2 x>0\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $\{x|x>1\}$ B. $\{x|x>0\}$ C. $\{x|x<-1\}$ D. $\{x|x<-1 \text{ 或 } x>1\}$

【解析】排除法。取 $x<-1$, 排除 C, D, 取 $0<x \leq 1$, 排除 B.

【答案】A

例 3 (2002 宣武) 设集合 $M=\{x|x-m \leq 0\}$, $N=\{y|y=(x-1)^2-1, x \in \mathbb{R}\}$, 若 $M \cap N = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $m \geq -1$ B. $m > -1$ C. $m \leq -1$ D. $m < -1$

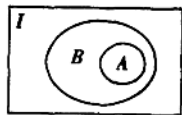
【解析】 $\because M=\{x|x \leq m\}$, $N=\{y|y \geq -1\}$, 又 $M \cap N = \emptyset$, $\therefore m < -1$.

【答案】D

例 4 (2004 全国理) 设 A, B, I 均为非空集合, 且满足 $A \subseteq B \subseteq I$, 则下列各式中错误的是 ()

- A. $(\complement_I A) \cup B = I$ B. $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) = I$
C. $A \cap (\complement_I B) = \emptyset$ D. $(\complement_I A) \cap (\complement_I B) = \complement_I B$

【解析】图示法。由图可知 B 错误。



【答案】B

例 5 (2004 东城) 集合 $S=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, A 是 S 的一个子集, 当 $x \in A$ 时, 若有 $x-1 \notin A$, 且 $x+1 \notin A$, 则称 x 为 A 的一个“孤立元素”, 那么 S 中无“孤立元素”的 4 元子集的个数是 ()

- A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 7 个

【解析】依题意, 一个集合中由相邻数字构成的元素都不是“孤立元素”. 例如 1, 2, 3 中无“孤立元素”的 4 元子集, 可分为两类: 第一类是子集中的 4 个元素为相邻的四个数字, 有 $\{0, 1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4, 5\}$ 三个; 第二类: 是子集中的 4 个元素为两组, 每一组的两

个元素为相邻的两数字, 有 $\{0, 1, 3, 4\}$, $\{0, 1, 4, 5\}$, $\{1, 2, 4, 5\}$ 三个, 一共有 6 个.

【答案】C

例 6 (2001 西城模) 已知集合 $P=\{(x, y) | |x|+|y|=1\}$, $Q=\{(x, y) | x^2+y^2 \leq 1\}$, 则 ()

1), 则 ()

A. $P \subsetneq Q$

B. $P=Q$

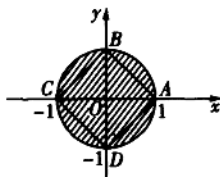
C. $P \supsetneq Q$

D. $P \cap Q = Q$

【解析】图示法. P 为正方形 $ABCD$, Q 为单位圆面, $\therefore P \supsetneq Q$.

【答案】A

【评析】集合表示法中, 描述法、图示法是集合表示法重点, 应加强练习, 熟练掌握集合的语言.



考点即时突破

第 I 卷 (选择题)

一、选择题: 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. (2005 鄂) 设 P 、 Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P+Q=\{a+b | a \in P, b \in Q\}$. 若 $P=\{0, 2\}$, $Q=\{1, 2, 6\}$, 则 $P+Q$ 中元素的个数是 ()

A. 9 个

B. 8 个

C. 7 个

D. 6 个

2. (2005 浙江) 设 $f(n)=2n+1$ ($n \in \mathbb{N}$), $P=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Q=\{3, 4, 5, 6, 7\}$. 记 $\hat{P}=\{n \in \mathbb{N} | f(n) \in P\}$, $\hat{Q}=\{n \in \mathbb{N} | f(n) \in Q\}$, 则 $(\hat{P} \cap \hat{Q}) \cup (\hat{Q} \cap \hat{P}) =$ ()

A. $\{0, 3\}$

B. $\{1, 2\}$

C. $\{3, 4, 5\}$

D. $\{1, 2, 6, 7\}$

3. (2006 湖南模) 定义集合 A 与 B 的运算 $A*B$ 如下: $A*B=\{(x, y) | x \in A, y \in B\}$, 若 $A=\{a, b, c\}$, $B=\{a, c, d, e\}$, 则集合 $A*B$ 的元素个数为 ()

A. 3^4 个

B. 4^3 个

C. 12 个

D. 以上都不对

4. (2006 合肥模) 设向量集合 $M=\{a | a=(1, 2)+\lambda(3, 4), \lambda \in \mathbb{R}\}$, $N=\{a | a=(2, 3)+\lambda(4, 5), \lambda \in \mathbb{R}\}$, 则 $M \cap N =$ ()

A. $\{(1, 1)\}$

B. $\{(1, 1), (-2, -2)\}$

C. $\{(-2, -2)\}$

D. $\emptyset$

5. (2004 湖北文) 设 $A=\{x | x=\sqrt{5K+1}, K \in \mathbb{N}\}$, $B=\{x | x \leq 6, x \in \mathbb{Q}\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

A. $\{1, 4\}$

B. $\{1, 6\}$

C. $\{4, 6\}$

D. $\{1, 4, 6\}$

6. (2004 桂、蒙、琼、陕、藏理) 设集合 $M=\{(x, y) | x^2+y^2=1, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$, $N=\{(x, y) | x^2-y=0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$, 则集合 $M \cap N$ 中元素的个数为 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

7. (2006 辽宁模) 定义 $M-N=\{x | x \in M \text{ 且 } x \notin N\}$, 若 $M=\{(x, y) | y=3x+1, x \in \mathbb{R}\}$, $N=\{(x, y) | y=kx+1, x \in \mathbb{R}\}$, 且 $M-N=\emptyset$, 则 k 等于 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

8. (2006 长沙模) 设集合 $M=\{x | m \leq x \leq m+\frac{3}{4}\}$, $N=\{x | n-\frac{1}{3} \leq x \leq n\}$, 且 M 、 N 都是集合 $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 的子集合. 如果把 $b-a$ 叫做集合 $\{x | a \leq x \leq b\}$ 的“长度”, 那么集合 $M \cap N$ 的“长度”的最小值是 ()

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{5}{12}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{12}$

9. (2006 成都模) 对于集合 M 、 N , 定义 $M-N=\{x | x \in M \text{ 且 } x \notin N\}$, $M \oplus N=(M-N) \cup (N-M)$. 设

复习札记

$A=\{y|y=x^2-3x, x \in \mathbf{R}\}$, $B=\{y|y=-2^x, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \oplus B = (\quad)$

- A. $(-\frac{9}{4}, 0]$ B. $[-\frac{9}{4}, 0]$
C. $(-\infty, -\frac{9}{4}) \cup [0, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{9}{4}] \cup (0, +\infty)$

10. 若集合 $A=\{x|C_5^x \leq 21\}$, 则组成集合 A 的元素个数有 ()

- A. 1 个 B. 3 个 C. 6 个 D. 7 个

11. 设集合 $M=\{x|-1 \leq x < 2\}$, 集合 $N=\{x|x \leq a\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -2)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $[-1, +\infty)$ D. $[-1, 1]$

12. 已知集合 $A, B, I, A \subset I, B \subset I$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$, 则下面关系式正确的是 ()

- A. $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) = I$ B. $(\complement_I A) \cup B = I$ C. $A \cup B = I$ D. $(\complement_I (A \cap B)) \cup (A \cap B) = I$

13. 若集合 $P=\{y|y=(\sin x + \cos x)^2, x \in \mathbf{R}\}$, 集合 $Q=\{y|y=x^2+2, x \in P\}$, $S=\{x|2^{x-2}=1\}$, 则 P, Q, S 之间的关系为 ()

- A. $P \cap Q \cap S = \emptyset$ B. $P \cap Q = S$ C. $P \cup Q \cup S = P \cup S$ D. $P \cup S \subset Q$

14. (2006 江苏) 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定有 ()

- A. $A \subseteq C$ B. $C \subseteq A$ C. $A \neq C$ D. $A = \emptyset$

15. 给出以下三个命题 (其中 U 为全集)

- ① $[(\complement_U P) \cap M] \cap (\complement_U M) = \emptyset$; ② $P \cup [M \cap (\complement_U P)] = P \cup M$; ③ $[P \cap (\complement_U P)] \cup (P \cap M) = P$.

其中正确的命题的个数是 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

16. 全集 I 等于实数集 $\mathbf{R}$, 集合 $M=\{x|x \leq 1+\sqrt{2}\}$, $P=\{1, 2, 3, 4\}$, 则 $(\complement_U M) \cap P$ 等于 ()

- A. $\{2, 3, 4\}$ B. $\{1, 2, 3, 4\}$ C. $\{4\}$ D. $\{3, 4\}$

17. 已知 a 为不等于零的实数, 那么集合 $M=\{x|x^2-2(a+1)x+1=0, x \in \mathbf{R}\}$ 的子集的个数为 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 4 个 D. 1 个或 2 个或 4 个

18. (2006 全国) 设集合 $I=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, 选择 I 的两个非空子集 A 和 B , 要使 B 中最小的数大于 A 中最大的数, 则不同的选择方法共有 ()

- A. 50 种 B. 49 种 C. 48 种 D. 47 种

19. 设 $U=\{\text{实数}\}$, 集合 $M=\{x|\frac{x}{x-2} < 0\}$, $N=\{x|x^2+2x-3=0\}$, 那么集合 $M \cap (\complement_U N)$ 等于 ()

- A. $\{1\}$ B. $\{-3\}$ C. $\{x|0 < x < 2 \text{ 且 } x \neq 1\}$ D. $\{x|0 < x < 2 \text{ 或 } x=-3\}$

第 II 卷 (非选择题)

二、填空题:

20. (2004 辽宁) ω 是正实数, 设 $S_\omega=\{\theta|f(x)=\cos[\omega(x+\theta)] \text{ 是奇函数}\}$. 若对每个实数 a , $S_\omega \cap (a, a+1)$ 的元素不超过 2 个, 且有 a 使 $S_\omega \cap (a, a+1)$ 含 2 个元素, 则 ω 的取值范围是_____.

21. (2000 上海春) 设 I 是全集, 非空集合 P, Q 满足 $P \subsetneq Q \subsetneq I$. 若含 P, Q 的一个集合运算表达式, 使运算结果为空集, 则这个运算表达式可以是_____. (只要写出一个表达式)

22. (2003 上海) 设集合 $A=\{x|x| < 4\}$, $B=\{x|x^2-4x+3 > 0\}$, 则集合 $\{x|x \in A \text{ 且 } x \notin A \cap B\} =$ _____.

23. (2004 上海理) 设集合 $A=\{5, \log_2(a+3)\}$, 集合 $B=[a, b]$. 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

24. (2003 东北三校) 已知集合 $A=\{x|\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} < 1\}$, $B=\{x|\log_4(x+a) < 1\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

25. (2004 宣武模) 设集合 $M=\{x|x-m \leq 0\}$, $N=\{y|y=(x-1)^2-1, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $M \cap N = \emptyset$, 求实数 m

的取值范围.

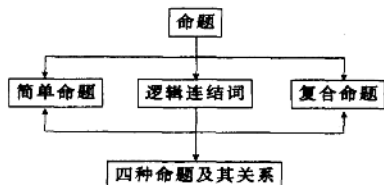
26. (2006 海淀模) 若集合 $\{(x, y) | x+y-2=0 \text{ 且 } x-2y+4=0\} \subseteq \{(x, y) | y=3x+b\}$, 求 b 的值.

27. (2006 南京模) 已知集合 $A = \{(x, y) | \begin{cases} x=2\cos\theta \\ y=\sin\theta \end{cases}, \theta \in [0, \pi]\}$, $B = \{(x, y) | y=kx+k+1\}$, 若 $A \cap B$ 含有两个元素, 求 k 的取值范围.

§1.2 逻辑联结词与四种命题 简易逻辑

核心知识储备

知识结构



要点提示一

逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科, 基本的逻辑知识是认识问题、研究问题不可缺少的工具, 在高考中, 本节以考查四种命题, 逻辑联结词等知识点为主, 在难度上以容易题为主.

四种命题反映出命题之间的内在联系, 要注意结合实际问题的, 理解其关系 (尤其是两种等价关系) 的产生过程, 关于逆命题、否命题与逆否命题, 也可以叙述为:

- (1) 交换命题的条件和结论, 所得的新命题就是原来命题的逆命题;
- (2) 同时否定命题的条件和结论, 所得的新命题就是原来的否命题;
- (3) 交换命题的条件和结论, 并且同时否定, 所得的新命题就是原命题的逆否命题.

要点提示二

常用的正面叙述词语和它的否定词语

正面词语	等于	大于 ($>$)	小于 ($<$)	是	都是	任意的
否定词语	不等于	不大于 ($\leq$)	不小于 ($\geq$)	不是	不都是	某个

正面词语	所有的	任意两个	至多有一个	至少有一个	至多有 n 个
否定词语	某些	某两个	至少有两个	一个也没有	至少有 $n+1$ 个

典型例题剖析

例1 (2004 福建理) 命题 p : 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $|a|+|b|>1$ 是 $|a+b|>1$ 的充分而不必要条件.

命题 q : 函数 $y=\sqrt{|x-1|-2}$ 的定义域是 $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$. 则 ()

- A. “ p 或 q ” 为假 B. “ p 且 q ” 为真 C. P 真 q 假 D. p 假 q 真

【解析】先判断命题的真假. 因 $|a|+|b| \geq |a+b|$, 所以 $|a|+|b|>1$, 并不一定有 $|a+b|>1$, 如 $|a|+|b|>1$ 不是 $|a+b|>1$ 的充分条件, 命题 p 为假. $y=\sqrt{|x-1|-2}$ 为定义域是使 $|x-1|-2 \geq 0$ 成立的 x 的集合, 即命题 q 是真命题.

复习札记

复习札记

【答案】D

例2 (2004 湖北理) 设 A, B 为两个集合, 下列四个命题:

① $A \subseteq B \Leftrightarrow$ 对任意 $x \in A$, 有 $x \in B$; ② $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$; ③ $A \subseteq B \Leftrightarrow A \not\subseteq B$; ④ $A \subseteq B \Leftrightarrow$ 存在 $x \in A$, 使得 $x \in B$.

其中真命题的序号是 _____. (把符合要求的命题序号都填上)

【解析】取 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $A \not\subseteq B$. 但使 $Z \in A$, $Z \in B$, ①错. $A \cap B = \{2, 3\}$, ②错. 若 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3\}$, $A \not\subseteq B$, 但 $A \supseteq B$, ③错. 易知④正确.

【答案】④

考点即时突破

第 I 卷 (选择题)

一、选择题: 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. (2006 南开模) 今有命题 p, q , 若命题 m 为 “ p 且 q ”, 则 “ $\neg p$ 或 $\neg q$ ” 是 $\neg m$ 的 ()

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. (2006 南开模) 已知命题 “非空集合 M 的元素都是集合 P 的元素” 是假命题, 那么在命题:

① M 的元素都不是 P 的元素; ② M 中有不属于 P 的元素; ③ M 中有 P 的元素; ④ M 中元素不都是 P 的元素.

其中真命题的个数为 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

3. (2004 上海理) 在下列关于直线 l, m 和平面 α, β 的命题中, 真命题是 ()

A. 若 $l \subset \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $l \perp \alpha$

B. 若 $l \perp \beta$ 且 $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \perp \alpha$

C. 若 $l \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $l \parallel \alpha$

D. 若 $\alpha \cap \beta = m$ 且 $l \parallel m$, 则 $l \perp \alpha$

4. (2006 湖北模) 已知关于 x 的不等式 $p: x^2 + (a-1)x + a^2 > 0$ 与指数函数 $f(x) = (2a^2 - a)^x$, 若命题 “ p 的解集为 $(-\infty, +\infty)$ 或 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为增函数” 是真命题, 则实数 a 的取值范围是

()

A. $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

B. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

C. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{3}, 1) \cup (1, +\infty)$

D. $(-\infty, -1) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

5. (2004 辽宁) 已知 α, β 是不同的两个平面, 直线 $a \subset \alpha$, 直线 $b \subset \beta$. 命题 $p: a$ 与 b 无公共点; 命题 $q: \alpha \parallel \beta$. 则 p 是 q 的 ()

A. 充分而不必要的条件

B. 必要而不充分的条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. (2006 宣武) 设有两个命题: ①关于 x 的不等式 $x^2 + 2ax + 4 > 0$ 对一切 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立; ②函数 $f(x) = -(5-2a)^x$ 是减函数, 若命题有且只有一个是真命题, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -2]$

B. $(-\infty, 2]$

C. $(-2, 2)$

D. $(2, \frac{5}{2})$

7. (2006 福建理) 对于直角坐标平面内的任意两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 定义它们之间的一种 “距离”: $\|AB\| = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$ 给出下列三个命题:

①若点 C 在线段 AB 上, 则 $\|AC\| + \|CB\| = \|AB\|$; ②在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle C = 90^\circ$, 则 $\|AC\|^2 + \|CB\|^2 = \|AB\|^2$; ③在 $\triangle ABC$ 中, $\|AC\| + \|CB\| > \|AB\|$.

其中真命题的个数为 ()

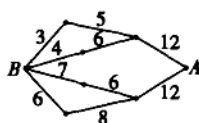
A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

8. (2001 全国) 如图, 小圆点表示网络的结点, 结点之间的连线表示它们有网线相联. 连线标注的数字表示该段网线单位时间内可以通过的最大信息量. 现从结点 A 向结点 B 传递信息, 信息可以分开沿不同的路线同时传递, 则单位时间内传递的最大信息量是 ()



第 II 卷 (非选择题)

二、填空题:

9. (2001 天津) 在空间中, ①若四点不共面, 则这四点中任何三点都不共线; ②若两条直线没有公共点, 则这两条直线是异面直线. 以上两个命题中, 逆命题为真命题的是_____. (把符合要求的命题序号都填上)

10. (2004 合肥模) 张老师给出一个函数 $y=f(x)$, 请四名同学各指出其中一个性质:

学生甲: 对于 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x)=f(\pi-x)$; 学生乙: 函数 $y=f(x)$ 的图象关于原点对称; 学生丙: 函数 $y=f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x) \cdot f(y)-f\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \cdot f\left(\frac{\pi}{2}-y\right)$; 学生丁: 函数 $y=f(x)$ 有最大值 m 和最小值 n , 且 $m \neq n$. 张老师说: 你们四名同学中恰有 3 人说的是正确的, 则张老师给出的函数可能是_____. (只要写出一个适合的答案即可)

11. (2006 苏州模) 已知函数 $f(x)=x|x|+px+q(x \in \mathbf{R})$, 给出下列四个命题:

① $f(x)$ 为奇函数的充要条件是 $q=0$; ② $f(x)$ 的图象关于点 $(0, q)$ 对称; ③ 当 $p=0$ 时, 方程 $f(x)=0$ 的解集一定非空; ④ 方程 $f(x)=0$ 的解的个数一定不超过 2 个.

其中所有正确命题的序号是_____.

12. (2003 河南) 对于四面体 $ABCD$, 给出下面四种命题:

①若 $AB=AC$, $BD=CD$, 则 $BC \perp AD$; ②若 $AB=CD$, $AC=BD$, 则 $BC \perp AD$; ③ $AB \perp AC$, $BD \perp CD$, 则 $BC \perp AD$; ④若 $AB \perp CD$, $BD \perp AC$, 则 $BC \perp AD$.

其中真命题的序号是_____. (写出所有真命题的序号)

13. (2005 闽) 把下面不完整的命题补充完整, 并使之成为真命题. 若函数 $f(x)=3+\log_2 x$ 的图象与 $g(x)$ 的图象关于_____对称, 则函数 $g(x)=$ _____.

(注: 填上你认为可以成为真命题的一种情形即可, 不必考虑所有可能的情形)

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

14. 已知常数 $a>0$, 设命题 P : 函数 $f(x)=\log_{2a}(x+1)$ 在区间 $(-1, 0)$ 内恒为正; 命题 Q : 函数 $g(x)=\sqrt{x}-\ln(x+a)$ 在 $(0, +\infty)$ 内是单调函数, 若 P 与 Q 中至少有一个为真命题, 求实数 a 的取值范围.

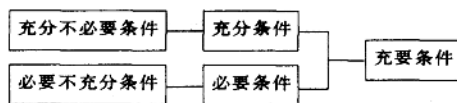
15. 设集合 $A=\{x|f(x)=\lg(x^2+ax+b)\}$, $B=\{x|g(x)=\sqrt{-x^2-4ax+k}\}$, $C_A=\{x|-2 \leq x \leq 3\}$, 且 $(C_A) \cup B=B$, 求实数 a, b 的值及实数 k 的取值范围.

复习札记

§1.3 充分条件与必要条件

核心知识储备

知识结构



要点提示

A : 条件, B : 结论.

- ①若 A , 则 B , 称 A 是 B 的充分条件.
- ②若 $\neg A$, 则 $\neg B$, 称 A 是 B 的必要条件.
- ③若 $A \Rightarrow B$ 且 $B \not\Rightarrow A$, 称 A 是 B 的充分不必要条件.
- ④若 $B \Rightarrow A$ 且 $A \not\Rightarrow B$, 称 A 是 B 的必要不充分条件.
- ⑤若 $A \Leftrightarrow B$, 称 A 是 B 的充要条件.
- ⑥若 $A \not\Rightarrow B$, 且 $B \not\Rightarrow A$, 称 A 是 B 的既不充分也不必要条件.

典型例题剖析

例 1 (2004 广州模) 设命题 $p: |4x-3| \leq 1$; 命题 $q: x^2 - (2a+1)x + a(a+1) \leq 0$. 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分的条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

【解析】 $\neg p: x < \frac{1}{2}$ 或 $x > 1$, $\neg q: x^2 - (2a+1)x + a(a+1) > 0$.

即: $x < a$ 或 $x > a+1$.

$\therefore \neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件, $\therefore \begin{cases} a \leq \frac{1}{2}, \\ a+1 \geq 1, \end{cases} \therefore 0 \leq a \leq \frac{1}{2}$.

【答案】 $[0, \frac{1}{2}]$

例 2 (2004 重庆理) 一元二次方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ ($a \neq 0$) 有一个正根和一个负根的充分不必要条件是 ()

- A. $a < 0$ B. $a > 0$ C. $a < -1$ D. $a > 1$

【解析】 设 $f(x) = ax^2 + 2x + 1$.

$\therefore$ 方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有一正根, 有一负根, $\therefore f(0) \cdot a < 0$ 是其充要条件, $\therefore$ 选 C.

【答案】 C

例 3 (2004 湖南理) 设集合 $U = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, $A = \{(x, y) | 2x - y + m > 0\}$, $B = \{(x, y) | x + y - n \leq 0\}$, 那么点 $P(2, 3) \in A \cap (\complement_U B)$ 的充要条件是 ()

- A. $m > -1, n < 5$ B. $m < -1, n < 5$ C. $m > -1, n > 5$ D. $m < -1, n > 5$

【解析】 $\complement_U B = \{(x, y) | x + y - n > 0\}$, $P(2, 3) \in A \cap (\complement_U B)$ 的充要条件是 $\begin{cases} 2 \times 2 - 3 + m > 0 \\ 2 + 3 - n > 0 \end{cases}, \therefore \begin{cases} m > -1 \\ n < 5 \end{cases}$.

【答案】A

复习札记

考点即时突破

选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (2004 重庆文) 已知 p 是 r 的充分不必要条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件, 那么 p 是 q 成立的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. (2004 海淀) 下列命题中, 使命题 M 是命题 N 成立的充要条件的一组命题是 ()

- A. $M: a > b, N: ac^2 > bc^2$ B. $M: a > b, c > d, N: a - d > b - c$
C. $M: a > b > 0, c > d > 0, N: ac > bd$ D. $M: |a - b| = |a| + |b|, N: ab \leq 0$

3. (2005 重庆) 已知 α, β 均为锐角, 若 $p: \sin \alpha < \sin(\alpha + \beta), q: \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. (2004 湖北理) 已知 a, b, c 为在同一平面内的非零向量. 甲: $a \cdot b = a \cdot c$, 乙: $b = c$, 则 ()

- A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件 B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
C. 甲是乙的充要条件 D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

5. (2005 石家庄模) 已知直线 $l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$ 与直线 $l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$ 是两条不重合的直线, 则 $l_1 \parallel l_2$ 的充要条件是 ()

- A. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$ B. $B_1 = B_2 = 0$ C. $A_1B_2 + A_2B_1 = 0$ D. $A_1B_2 - A_2B_1 = 0$

6. (2005 海淀模) 等比数列 $\{a_n\}$ 公比为 q , 则 “ $a_1 > 0$, 且 $q > 1$ ” 是 “对于任意自然数 n 都有 $a_n > a_{n+1}$ ” 的 ()

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

7. (2005 天津) 给出下列三个命题:

①若 $a \geq b > -1$, 则 $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$; ②若正整数 m 和 n 满足 $m \leq n$, 则 $\sqrt{m(n-m)} \leq \frac{n}{2}$; ③设

$P(x_1, y_1)$ 为圆 $O_1: x^2 + y^2 = 9$ 上任一点, 圆 O_2 以 $Q(a, b)$ 为圆心且半径为 1, 当 $(a - x_1)^2 + (b - y_1)^2 = 1$ 时, 圆 O_1 与圆 O_2 相切.

其中假命题的个数为 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

8. (2005 湖北模) 对任意实数 x , 不等式 $a \sin x + b \cos x + c > 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) 恒成立的充要条件是 ()

- A. $a = b = 0, c > 0$ B. $\sqrt{a^2 + b^2} = c$ C. $\sqrt{a^2 + b^2} < c$ D. $\sqrt{a^2 + b^2} > c$

9. (2003 北京) “ $\cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ” 是 “ $\alpha = k\pi + \frac{5\pi}{12}, k \in \mathbb{Z}$ ” 的 ()

- A. 必要非充分条件 B. 充分非必要条件
C. 充分必要条件 D. 既非充分又非必要条件

10. (2005 东北三校模) 对于直线 a, b 和平面 $\alpha, \beta, a \parallel b$ 的一个充分条件是 ()

- A. $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$ B. $a \parallel \alpha, b \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$
C. $a \perp \alpha, b \perp \beta, \alpha \parallel \beta$ D. $\alpha \perp \beta, a \perp \alpha, b \parallel \beta$

11. (2000 上海春) “ $a = 1$ ” 是 “函数 $y = \cos^2 ax - \sin^2 ax$ 的最小正周期为 π ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既非充分条件也非必要条件

复习札记

12. (2002 河南) 函数 $f(x)=x|x+a|+b$ 是奇函数的充要条件是 ()
 A. $ab=0$ B. $a+b=0$ C. $a=b$ D. $a^2+b^2=0$
13. (2004 湖南理) 设集合 $U=\{(x,y)|x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, $A=\{(x,y)|2x-y+m>0\}$, $B=\{(x,y)|x+y-n \leq 0\}$, 那么点 $P(2, 3) \in A \cap (C_U B)$ 的充要条件是 ()
 A. $m>-1, n<5$ B. $m<-1, n<5$ C. $m>-1, n>5$ D. $m<-1, n>5$
14. (2005 海淀模) 若 $p, q \in \mathbf{R}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{p}{q}\right)^n$ 存在的一个充分不必要条件是 ()
 A. $q>p$ B. $|p|=|q|$ C. $q<p<0$ D. $0<q<p$
15. (2005 东城模) 命题甲: $\left(\frac{1}{2}\right)^n, 2^{1-n}, 2^n$ 成等比数列; 命题乙: $\lg x, \lg(x+1), \lg(x+3)$ 成等差数列, 则甲是乙的 ()
 A. 充分非必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
16. (2006 西安模) 设命题 p : a, b, c 是三个非零向量; 命题 q : $\{a, b, c\}$ 为空间的一个基底, 则命题 p 是命题 q 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

休闲一刻

第一个算出地球周长的人

2000 多年前, 古希腊的埃拉托色尼就能用简单的测量工具计算出地球的周长.

他博学多才, 通晓天文, 且熟知地理; 又是诗人、历史学家、语言学家、哲学家, 曾担任过亚历山大博物馆的馆长.

他推算出地球的周长约为 4 万公里, 这与实际周长 (40076 公里) 相差无几. 他还算出太阳与地球间距离为 1.47 亿公里, 和实际距离 1.49 亿公里也惊人地相近.

他是首先使用“地理学”名称的人, 并写了专著. 书中描述了地球的形状、大小和海陆分布. 他还用经纬网绘制地图, 最早把物理学的原理与数学方法相结合, 创立了数理地理学.