

普通高中课程标准实验教科书

数学

基础训练

(人教A版 选修2-2)

山东省教学研究室 编

SHUXUE
JICHU XUNLIAN



山东教育出版社

普通高中课程标准实验教科书

(人教 A 版)

数学基础训练

(选修 2—2)

山东省教学研究室 编

山东教育出版社

普通高中课程标准实验教科书

(人教 A 版)

数学基础训练

(选修 2-2)

山东省教学研究室 编

出版者：山东教育出版社

(济南市纬一路 321 号 邮编：250001)

电 话：(0531)82092663 传真：(0531)82092661

网 址：<http://www.sjs.com.cn>

发行者：山东省新华书店

印 刷：山东新华印刷厂

版 次：2006 年 2 月第 2 版第 1 次印刷

规 格：787mm×1092mm 16 开本

印 张：6.75 印张

字 数：146 千字

书 号：ISBN 7-5328-5300-4

定 价：5.90 元

(如印装质量有问题,请与印刷厂联系调换)

出版说明

根据教育部“为了丰富学生的课外活动,拓宽知识视野、开发智力、提高学生的思想道德素质和指导学生掌握正确的学习方法,社会有关单位和各界人士、各级教育部门、出版单位应积极编写和出版健康有益的课外读物”的精神,山东省教学研究室、山东教育出版社结合我省会面进入普通高中新课程改革的实际需要,组织一批教育理念先进、教学经验丰富的骨干教师和教研人员编写了供广大师生使用的普通高中课程标准各科基础训练。

这套基础训练是依据教育部 2003 年颁布的《普通高中新课程方案(实验)》和普通高中各科课程标准以及不同版本的实验教科书编写的,旨在引导同学们对学科基本内容、知识体系进行归纳、梳理、巩固、提高,并进行探究性、创新性的自主学习,从而达到提高同学们的科学精神和学科素养,为同学们的终身发展奠定基础的目的。在编写过程中,充分体现了课程改革的理念,遵循教育和学习的规律,与高中教学同步;注重科学性、创新性、实用性的统一,正确处理获取知识和培养能力的关系,在学科知识得以巩固的前提下,加大能力培养的力度,兼顾学科知识的综合和跨学科综合能力的培养;同时,注意为同学们的学习和终身发展奠定坚实的基础。

《普通高中课程标准实验教科书数学基础训练》(人教 A 版 选修 2-2),可配合《普通高中课程标准实验教科书数学》(人教 A 版 选修 2-2)使用。本册由朱恒杰、周德刚、齐元福、张丽萍、朱颖、齐德明、徐爱玲编写,韩际清统稿。

目 录

第一章 导数及其应用	(1)
1.1 变化率与导数	(1)
1.2 导数的计算	(5)
1.2.1 几个常用函数的导数	(5)
1.2.2 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则	(6)
1.3 导数在研究函数中的应用	(10)
1.3.1 函数的单调性与导数	(10)
1.3.2 函数的极值与导数	(13)
1.3.3 函数的最大(小)值与导数	(15)
1.4 生活中的优化问题举例	(18)
1.5 定积分的概念	(22)
1.5.1 曲边梯形的面积	(22)
1.5.2 汽车行驶的路程	(22)
1.5.3 定积分的概念	(23)
1.6 微积分基本定理	(25)
1.7 定积分的简单应用	(28)
复习题	(33)
自我达标检测	(36)
知识与拓展	(39)
第二章 推理与证明	(41)
2.1 合情推理与演绎推理	(41)
2.1.1 合情推理	(41)
2.1.2 演绎推理	(46)
2.2 直接证明与间接证明	(48)
2.2.1 综合法与分析法	(49)
2.2.2 反证法	(51)
2.3 数学归纳法	(52)

复习题	(55)
自我达标检测	(57)
知识与拓展	(60)
第三章 数系的扩充与复数的引入	(61)
3.1 数系的扩充和复数的概念	(61)
3.2 复数代数形式的四则运算	(64)
复习题	(67)
自我达标检测	(69)
知识与拓展	(72)
选修 2-2 检测题	(74)
答案与提示	(77)

第一章 | 导数及其应用

数学是科学的大门的钥匙。

——培根

1.1 变化率与导数



学习目标

1. 通过对大量实例的分析,经历由平均变化率过渡到瞬时变化率的过程,了解导数概念的实际背景,知道瞬时变化率就是导数,体会导数的思想及其内涵.
2. 通过函数图象直观地理解导数的几何意义.



基础训练

1

1. 选择题

- (1) 在导数的定义中,自变量的增量 Δx ().
(A) >0 (B) <0 (C) $=0$ (D) $\neq 0$
- (2) 函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的导数 $f'(x_0)$ 的几何意义是 ().
(A) 在点 x_0 处的斜率
(B) 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线与 x 轴所夹锐角的正切值
(C) 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处切线的斜率
(D) 点 $(x_0, f(x_0))$ 与点 $(0,0)$ 连线的斜率
- (3) 函数在某一点的导数是 ().
(A) 在该点的函数的改变量与自变量的改变量的比
(B) 一个函数

(C) 一个常数,不是变数

(D) 函数在这一点到它附近一点之间的平均变化率

(4) 物体的运动规律是 $s=s(t)$, 物体在 t 到 $t+\Delta t$ 这段时间内的平均速度是().

(A) $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t+\Delta t) - s(t)}{\Delta t}$

(B) $\bar{v} = \frac{s(\Delta t)}{\Delta t}$

(C) $\bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(t+\Delta t) - s(t)}{\Delta t}$

(D) $\bar{v} = \frac{s(t)}{t}$

2. 填空题

(1) $y=x^2$, 当 $x=3$, $\Delta x=0.1$ 时, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 自由落体的运动方程是 $s=s(t) = \frac{1}{2}gt^2$, 物体在 $t=3$ 这一时刻的速度是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 曲线 $y=2x^2+1$ 在点 $(-1,3)$ 的切线的斜率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 如果一质点自固定点 A 开始运动, 随时间 t 的位移函数为 $y=f(t)=t^3+3$.

(1) 当 $t_1=4$ 且 $\Delta t=0.01$ 时, 求 Δy 和 $\frac{\Delta y}{\Delta t}$;

(2) 求 $t_1=4$ 时, $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}$ 的值;

(3) 说明 $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}$ 的几何意义.

4. 根据导数的定义, 求:

(1) 函数 $y=x^3$ 在 $x=1$ 处的导数;

(2) 函数 $y=\frac{1}{x}$ 的导数.

1. 选择题

(1) 在曲线 $y=x^2+1$ 的图象上取一点 $(1,2)$ 及邻近一点 $(1+\Delta x, 2+\Delta y)$, 则 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 为().

(A) $\Delta x + \frac{1}{\Delta x} + 2$

(B) $\Delta x - \frac{1}{\Delta x} - 2$

(C) $\Delta x + 2$

(D) $2 + \Delta x - \frac{1}{\Delta x}$

(2) 自由落体运动方程为 $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, 若 $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(1+\Delta t) - s(1)}{\Delta t} = g =$

9.8 m/s, 那么下面说法正确的是().

(A) 9.8 m/s 是 0~1 s 这段时间内的平均速度

(B) 9.8 m/s 是从 1 s 到 $(1+\Delta s)$ s 这段时间内的速度

(C) 9.8 m/s 是物体在 $t=1$ 这一时刻的速度

(D) 9.8 m/s 是物体从 1 s 到 $(1+\Delta s)$ s 这段时间内的平均速度

(3) 已知函数 $y=f(x)$, 那么下列说法错误的是().

(A) $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ 叫函数增量

(B) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ 叫函数 x_0 到 $x_0 + \Delta x$ 之间的平均变化率

(C) $f(x)$ 在点 x_0 处的导数记为 y'

(D) $f(x)$ 在点 x_0 处的导数记为 $f'(x_0)$

(4) 下列四个命题:

① 曲线 $y=x^3$ 在原点处没有切线;

② 若函数 $f(x)=\sqrt{x}$, 则 $f'(0)=0$;

③ 加速度是动点位移函数 $s(t)$ 对时间 t 的导数;

④ 函数 $y=x^5$ 的导函数的值恒非负.

其中真命题的个数为().

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

2. 填空题

(1) 已知曲线 $y=x^2$ 在点 A 处的切线斜率为 2, 则 A 点坐标是_____.

(2) 已知函数 $y=\frac{2}{x}$, 当 x 由 2 变为 1.5 时, 函数的增量 $\Delta y =$ _____.

(3) 已知曲线 $y=x^2-1$ 上两点 $A(2,3)$ 、 $A'(2+\Delta x, 3+\Delta y)$, 当 $\Delta x=1$ 时, 割线 AA' 的斜率是_____; 当 $\Delta x=0.1$ 时, 割线 AA' 的斜率是_____.

3. 求曲线 $y=-x^2+2$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程.

4. 求曲线 $y = \frac{3}{x}$ 在点 $M(3, 1)$ 处的切线方程.

III

1. 选择题

- (1) 函数 $y = x^2 - 1$ 在 $x = 1$ 处的导数是().
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 以上都不对
- (2) 已知曲线 $y = 2x^3$ 上一点 $A(1, 2)$, 则 A 处的切线的斜率等于().
 (A) 2 (B) 4 (C) $6 + 6\Delta x + 2\Delta x^2$ (D) 6
- (3) 曲线 $y = 2x^2 + 1$ 在点 $P(-1, 3)$ 处的切线方程为().
 (A) $y = -4x - 1$ (B) $y = -4x - 7$ (C) $y = 4x - 1$ (D) $y = 4x - 7$
- (4) 曲线 $y = \frac{1}{3}x^3 - 2$ 在点 $(-1, -\frac{7}{3})$ 处切线的倾斜角为().
 (A) 30° (B) 45° (C) 135° (D) -45°

2. 填空题

- (1) 函数 $y = 2x^4 - x$ 在点 $x = 1$ 处的导数是_____.
- (2) 曲线 $y = \sqrt{x}$ 在原点处的切线方程为_____.
- (3) 质点 P 按规律 $s(t) = 3t^2 + 1$ 作直线运动(位移 s 的单位是米, 时间 t 的单位是秒),
 则质点 P 在 $t = 2$ 时的瞬时速度是_____.
3. 若曲线 $y = x^3$ 上某点切线的斜率等于 3, 求此点坐标.

4. 已知曲线 $y = x^3 + 3x$ 在点 P 的切线方程与直线 $y = 15x + 3$ 平行, 求 P 点坐标.

探索与思考

求过点 $(2,0)$ 且与曲线 $y=\frac{1}{x}$ 相切的直线方程.

1.2 导数的计算

学习目标

1. 能根据导数定义求函数 $y=c, y=x, y=x^2, y=x^3, y=\frac{1}{x}, y=\sqrt{x}$ 的导数.
2. 能利用给出的基本初等函数的导数公式和导数的四则运算法则求简单函数的导数, 能求简单的复合函数(仅限于形如 $f(ax+b)$) 的导数.
3. 会使用导数公式表.

基础训练

1.2.1 几个常用函数的导数

1. 选择题

(1) 下列结论中不正确的是().

(A) 若 $y=5$, 则 $y'=0$

(B) 若 $y=3x$, 则 $y'|_{x=2}=3$

(C) 若 $y=-x^3$, 则 $y'=3x^2$

(D) 若 $y=\frac{1}{3}x^3$, 则 $y'|_{x=-1}=1$

(2) 函数 $y=2x^2+3$ 在 $x=1$ 处的导数是().

(A) 5

(B) 4

(C) 7

(D) 3

(3) 函数 $y=(x-1)^2$ 的导数是().

- (A) -2 (B) $(x-1)^2$ (C) $2(x-1)$ (D) $2(1-x)$

(4) 已知 $f(x) = \frac{1}{x}$, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ 等于().

- (A) $\frac{1}{x^2}$ (B) x (C) $-\frac{1}{x^2}$ (D) $-x$

2. 填空题

(1) 函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 在 $x=1$ 处的导数是_____.

(2) 函数 $y = \sqrt{x}$ 的导数是_____.

(3) 函数 $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^3 + 3x + \sqrt{2}$ 的导数 $y' =$ _____.

3. 求函数 $f(x) = \frac{1}{3+x}$ 在 $x=3$ 处的导数.

4. 求函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 在 1, 2, 9 处的导数.



1.2.2 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则



1. 选择题

(1) $y = \sqrt[3]{x}$ 的导数是().

- (A) $3x$ (B) $\frac{1}{3}x$ (C) $\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ (D) $-\frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}$

(2) 下列运算正确的是().

- (A) $(ax^2 + bx + c)' = a(x^2)' + b(x)'$
 (B) $(\sin x - 2x^2)' = (\sin x)' - 2'(x^2)'$
 (C) $(\cos x \cdot \sin x)' = (\sin x)' \cos x + (\cos x)' \sin x$

$$(D) \left(\frac{\sin x}{x^2} \right)' = \frac{(\sin x)' - (x^2)'}{x^2}$$

(3) 下列四组函数中导数相等的是().

(A) $f(x)=1$ 与 $f(x)=x$

(B) $f(x)=\sin x$ 与 $f(x)=-\cos x$

(C) $f(x)=1-\cos x$ 与 $f(x)=-\sin x$

(D) $f(x)=1-2x^2$ 与 $f(x)=-2x^2+3$

(4) 函数 $y=x\ln x$ 的导数是().

(A) x

(B) $\frac{1}{x}$

(C) $\ln x+1$

(D) $\ln x+x$

2. 填空题

(1) $y=x\sin x+\cos x$ 的导数是_____.

(2) 函数 $y=\frac{2x-1}{(x-1)^2}$ 的导数是_____.

(3) 函数 $y=e^x\ln x$ 的导数是_____.

3. 求下列函数的导数:

(1) $y=\sin x(\cos x+1)$;

(2) $y=2x^2-3\sin x+\frac{1}{5}\sqrt[3]{x^2}$;

(3) $y=\frac{\cos x}{1-x}$;

(4) $y=(\sqrt{x}+1)\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-1\right)$;

(5) $y=x|x|$;

(6) $y=a^x+\log_a x$.

4. 已知 $y=(\sqrt{x}+1)\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-1\right)$, 求 y' 与 $y'|_{x=1}$.

1. 选择题

(1) 函数 $f(x) = a^5 + 5a^2x^2 - x^6$ 的导数是().

(A) $5a^4 + 10ax^2 - x^6$

(B) $5a^4 + 10a^2x - 6x^5$

(C) $10a^2x - 6x^5$

(D) 以上都不对

(2) 函数 $y = \frac{5}{x^4 + 3x - 8}$ 的导数是().

(A) $\frac{5}{4x^3 + 3}$

(B) 0

(C) $\frac{5(4x^3 + 3)}{(x^4 + 3x - 8)^2}$

(D) $-\frac{5(4x^3 + 3)}{(x^4 + 3x - 8)^2}$

(3) 函数 $y = \frac{x}{1 - \cos x}$ 的导数是().

(A) $\frac{1 - \cos x - x \sin x}{1 - \cos x}$

(B) $\frac{1 - \cos x - x \sin x}{(1 - \cos x)^2}$

(C) $\frac{1 - \cos x + \sin x}{(1 - \cos x)^2}$

(D) $\frac{1 - \cos x + x \sin x}{(1 - \cos x)^2}$

(4) 已知某函数的导数 $y' = \frac{1}{2(x-1)}$, 则这个函数可能是().

(A) $y = \ln \sqrt{1-x}$

(B) $y = \ln \frac{1}{\sqrt{1-x}}$

(C) $y = \ln(1-x)$

(D) $y = \ln \frac{1}{1-x}$

2. 填空题

(1) 已知函数 $f(x) = x^4 + bx^2 + 7$, $g(x) = f'(x)$ 且 $g'(1) = 6$, 则 $b =$ _____.(2) 曲线 $y = x^3 + x - 2$ 与直线 $y = 4x + 3$ 平行的切线方程为 _____.(3) 曲线 $y = \frac{1}{x}$ 与曲线 $y = \sqrt{x}$ 在交点处的切线的夹角的正切值为 _____.3. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 通过点 $(1, 1)$, 且在点 $(2, -1)$ 处与直线 $y = x - 3$ 相切, 求 a, b, c 的值.4. 求曲线 $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 12$ 在 $x = 1$ 及 $x = -1$ 处两切线的夹角的正切值.

III

1. 选择题

(1) 函数 $y = \cos^n x$ 可由()复合而成.

(A) $y = u^n, u = \cos x^n$

(B) $y = t, t = \cos^n x$

(C) $y = t^n, t = \cos x$

(D) $y = \cos t, t = x^n$

(2) 函数 $y = \log_3 \cos x^2$ 的导数是().

(A) $-\frac{2x \sin x}{\ln 3 \cdot \cos x^2}$

(B) $-2x \log_3 e \cdot \tan x^2$

(C) $\frac{2x \sin x^2}{\log_3 e \cdot \cos x^2}$

(D) $-2x \ln 3 \cdot \tan x^2$

(3) 函数 $y = \left(x + \frac{1}{x}\right)^5$ 的导数是().

(A) $y' = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$

(B) $y' = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 \left(1 + \frac{1}{x}\right)$

(C) $y' = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$

(D) $y' = 5\left(1 + \frac{1}{x}\right)^4 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$

(4) 函数 $y = \sqrt{a^x}$ 的导数是().

(A) $\sqrt{a^x} \ln a$

(B) $\frac{1}{2} \sqrt{a^x} \ln a$

(C) $\frac{1}{2} \sqrt{a^x} \ln a$

(D) $\frac{x}{a} \sqrt{a^x}$

2. 填空题

(1) 已知 $f(x) = \sin^2 x$, 则 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) =$ _____.

(2) 函数 $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 的导数是 _____.

(3) 函数 $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ 的导数是 _____.

3. 指出下列函数是怎样复合而成的?

(1) $y = (a + bx^n)^m$;

(2) $y = \sin^3\left(1 - \frac{1}{x}\right)$;

(3) $y = (1 + \sin x)^2$;

(4) $y = \sqrt[3]{ax^2 + bx + c}$.

4. 已知 $f(x) = e^{mx} \cdot \sin \pi x$, 求 $f'(x)$ 及 $f'(\frac{1}{2})$.



探索与思考

已知曲线 $C_1: y = x^2$ 与 $C_2: y = -(x-2)^2$, 若直线 l 与 C_1, C_2 都相切, 求 l 的方程.

1.3

导数在研究函数中的应用



学习目标

1. 结合实例, 借助几何直观探索并了解函数的单调性与导数的关系, 能利用导数研究函数的单调性, 会求不超过三次多项式函数的单调区间.
2. 结合函数的图象, 了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件; 会用导数求不超过三次多项式函数的极大值、极小值, 以及闭区间上不超过三次多项式函数最大值、最小值; 体会导数方法在研究函数性质中的一般性和有效性.



基础训练



1.3.1 函数的单调性与导数

I

1. 选择题

(1) 函数 $y = x^2 + 1$ 在区间 $[-2, 0]$ 上 ().

- (A) 单调增加 (B) 单调减小
(C) 不增不减 (D) 有增有减
- (2) $f(x)=3x^2-x-1$ 的单调增区间是().
(A) $\left(\frac{1}{6}, +\infty\right)$ (B) $\left(-\infty, \frac{1}{6}\right)$
(C) $\left(-\frac{1}{6}, +\infty\right)$ (D) $\left(-\infty, -\frac{1}{6}\right)$
- (3) 函数 $y=16x^2(x-1)^2$ 在区间 $(0,1)$ 内().
(A) 单调增加 (B) 单调减小
(C) 不增不减 (D) 有增有减
- (4) 函数 $f(x)=3x-x^3$ 的增区间是().
(A) $(-\infty, -1)$ (B) $(1, +\infty)$
(C) $(-1, 1)$ (D) $(-\infty, -1), (1, +\infty)$

2. 填空题

- (1) 函数 $y=2x^3+x^2-1$ 的单调递增区间为_____.
- (2) 函数 $f(x)=2x^3-x+1$ 的单调减区间是_____.
- (3) 若 $f(x)=x(3-x^2)$, 则 $f(x)$ 的单调增区间是_____.

3. 确定下列函数的单调区间:

- (1) $y=3x^2-2x+1$; (2) $y=6x^2-9x+2$;
(3) $y=x^3-6x^2+9x+16$; (4) $y=2x^3-9x^2+12x-3$;
(5) $y=x^4-2x^2+3$; (6) $y=(x+1)(x^2-1)$.

4. 设 $f(x)=ax^3+x$ 恰有三个单调区间, 试确定 a 的取值范围, 并求其单调区间.