课课通金库

三年级

初中代数课课通

金库

金库

海南国际新闻出版中心

·课课通全库·

初中代数课课通

·三年级·

主　编：赵忠良

副主编：石宏兵　李　明

编　写：何　平　沈世海　张　俊　张　妹

夏小兵　吕爱琴　陈锋志　郭胜勇

李士民　李广军　柳　琴　石宏兵

李　明　宋卫廷

海南国际新闻出版中心

琼新登字 05 号
责任编辑　邱　禹

·课课通金库·
初中代数课课通
·三年级·
赵忠良　主编

…中心出版发行
…路华宇大厦）
…印刷厂
…开本 32　印张 14.6
1—15000 册
…版　1997 年 7 月第一次印刷

…BN 7—80609—540—3/G·339
定价：14.60 元
如有印装质量问题可向承印厂调换

前　言

为了帮助初中生更好地掌握每课的教学内容，培养学生的自学能力，使所学的基础知识更为扎实，我们约请全国多所重点中学的特级和高级教师精心编撰了这套《课课通金库》，共十五册。参加撰稿的老师都是重点中学的学科带头人和业务骨干，他们具有丰富的教学经验和命题经验，对教学艺术素有研究，精通教材，熟悉了解学生学习中的难点、疑点、重点和考点。这套书可以说是他们多年教学经验的结晶。

这套丛书是严格按照国家教委九年义务教育新大纲、新教材的要求精心编写的，在帮助学生梳理知识网络的基础上，强化识记内容，突出重点和难点。又通过典型题解，提高学生的理解与运用能力，增强辨误纠错的技巧，从而达到知识与能力并重，理解与运用兼备的目的。

针对各门学科的特点，这套丛书在编排和栏目设置上匠心独运，精心设计，科学安排。内容编排详略得当，循序渐进。栏目新颖实用，覆盖了各科的知识点、能力点。有些学科并安排了期中、期末试卷，分A、B卷。A卷为普及型，有助于学生把握采分点，取得优秀成绩；B卷为提高型，以利于学有余力的学生进行超能训练，强化、巩固、提高所学的知识。

希望这套《课课通金库》能有助于学生巩固课堂所学的知识，同时也帮助学生开拓视野，扩展思路，提高能力，成为每一位学生的良师益友。

海南国际新闻出版中心

目　录

·上　册·

第十二章　一元二次方程

·下　册·

第十二章　一元二次方程

一、一元二次方程

12.1　一元二次方程

要点归纳

1. 了解“方程的两边都是关于未知数的整式，这样的方程才是整式方程”.

2. 知道必须具备下列三个条件的方程才叫做一元二次方程：(1) 是整式方程；(2) 只含有一个未知数；(3) 未知数的最高项的次数是 2.

3. 知道一元二次方程的一般形式，任何一个一元二次方程都可化成 $ax^2+bx+c=0$ 的形式，其中 $a\neq 0$，并能指出其中的二次项系数，一次项系数和常数项.

4. 一元二次方程除一般形式外还有几种形式：

$ax^2+bx=0\quad(a\neq 0, b\neq 0, c=0)$

$ax^2+c=0\quad(a\neq 0, b=0, c=0)$

$ax^2=0\quad(a\neq 0, b=0, c\neq 0)$

以上三种形式，叫做一元二次方程的不完全形式，但要注意无论哪种形式，它的二次项(最高次项) 系数都不能为 0.

重点难点

重点是准确地将一个一元二次方程化成一般形式 ax^2+bx

$+c=0(a\neq 0)$，并能准确地说出其中的二次项系数、一次项系数和常数项；二次项系数为何不能为零.

难点是正确地写出一个一元二次方程的二次项系数、一次项系数和常数项，尤其是各项的符号，比较复杂的方程的情形.

典型题解

例1 下列方程中，是一元二次方程的是 ( )

(A) $\frac{3}{x^2}-3x-2=0$ (B) $ax^2+bx+c=0$

(C) $(x+4)(x-2)=x^2$ (D) $(\frac{2}{3}x-1)(6x+1)=0$

解：(D).

【分析】 一元二次方程定义含有三个条件：① 整式方程；② 含有一个未知数；③ 未知数的最高次数是 2. 按此定义，可以判定 D 是正确的.

方程 $ax^2+bx+c=0$ 只有当 $a\neq 0$ 时才能叫做一元二次方程，当 $a=0, b\neq 0$ 时就是一元一次方程. 如果说 $ax^2+bx+c=0$ 是一元二次方程，那就一定包含 $a\neq 0$ 这个条件.

例2 填空：把方程 $(y+8)^2=4y+(2y-1)^2$ 化成一元二次方程的一般形式，得：________. 它的二次项系数 $a=$ ________，一次项系数 $b=$ ________，常数项 $c=$ ________.

解： $3y^2-16y-63=0$；3，-16，-63.

【分析】 为了解题方便，常常把一元二次方程化成二次项系数 $a>0$ 的一般形式. 把方程化成一般形式时，应注意一般形式的右边是零，左边是一个二次式（可以缺少一次项和常数项）.

应当注意：无论哪种形式，它的二次项（最高次项）系数都不得为 0. 在指出方程中的项或系数时，千万不能丢掉它前面的

符号.

妙题精练

A 卷

1. 只含有______个未知数,并且未知数的最高次数是______的整式方程叫做一元二次方程,它的一般形式是____________.

2. 判断下列方程是否是关于 x 的一元二次方程:

(1) $5x^2 = 3$; ( )

(2) $x^2 = 0$; ( )

(3) $bx + b^2 = 8$; ( )

(4) $mx + m^2x = 7$; ( )

(5) $\sqrt{5}x^2 - 8 = \sqrt{3}x$; ( )

(6) $\frac{3}{x} - \frac{1}{x^2} = \frac{2}{3}$; ( )

(7) $x^2 - 27 = 0$; ( )

(8) $(m-3)x^2 + 4x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0(m \neq 3)$; ( )

(9) $\frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1 = 0$; ( )

(10) $a(\frac{1}{x^2}) + b(\frac{1}{x}) + c = 0(a \neq 0)$. ( )

3. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$,其中 ax^2 叫做________;a 叫做________;bx 叫做________;b 叫做________;c 叫做________,b、c 可以是________常数,a 是________常数.

4. 把方程$(4x+3)(2x-5)=2$整理成一般形式的方程后，得__________(要求二次项系数是正数)，它的二次项系数是______，一次项系数是______，常数项是______.

5. 填表：

方程	二次项系数	一次项系数	常数项
$x^2=\frac{1}{2}x$			
$\frac{2}{3}x^2-x=0$			
$5(x+6)^2=\frac{3}{7}x^2$			
$x^2=2(\sqrt{2}x-1)$			
$3(x-2)^2-4=0$			
$2x^2-7=0$			
$3x^2=0$			
$(y-2)^2+7(y-2)+12=0$			
$3(x-3)^2-(x+3)^2=2(x-5)(x+1)$			
$7y(y+3)=2(y+3)$			

6. 选择题：

(1) 一元二次方程$-5x^2+16x+3=0$，把二次项系数变为正数，且使方程的根不变的是 (　　)

(A)$5x^2+6x+3=0$　　(B)$5x^2-6x-3=0$

(C)$5x^2+6x-3=0$　　(D)$5x^2-6x+3=0$

(2) 方程$(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})+(2x+1)^2=x-2$的常数项是 (　　)

(A)5　　(B)3　　(C) -3　　(D)0

(3) 我们把方程 $ax^2+bx+c=0$ 中，b,c 至少有一个是零的方程叫做不完全一元二次方程，下列方程是不完全一元二次方程的是　　(　　)

(A) $2x(x-\frac{1}{2})=3$

(B) $5x^2-x=7$

(C) $(2x)^2-(x+1)^2=0$

(D) $x^2-3(x+2)(x-2)=0$

B 组

1. 当 a ______ 时，关于 x 的方程 $(5-a)x^2-2x-1=0$ 是一元二次方程，a ______ 时，上述方程是一元一次方程.

2. 方程 $(a^2-1)x^2-(a-1)x+1=0$，当 a 为______时是一元二次方程，当 a 为______时是一元一次方程.

3. $\sqrt{10}(x+1)^2=\sqrt{11}(x-\sqrt{\frac{10}{11}})$ 的一般形式中，二次项系数为______，一次项系数为______，常数项为______.

4. 下列关于 x 的方程中，写出其中的二次项系数、一次项系数和常数项.

(1) $ax^2+2bx+c=0\quad(a\neq0)$

(2) $x^2+px+q=0$

(3) $a^2x^2-2abx+b^2=a^2(a\neq0)$

(4) $(x-a)^2-b=0$

(5) $3-m+p^2x-px^2=0(p\neq0)$

(6) $(m-x)^2=4(m+x)^2$

12.2.1 一元二次方程的解法(Ⅰ)

要点归纳

直接开方法解一元二次方程是建立在数的开平方基础上的,它适用于不完全一元二次方程 $ax^2+c=0(a\neq0)$,$ax^2=0(a\neq0)$ 及 $(x+h)^2=m$ 型的方程.

1. 在解一元二次方程 $ax^2+c=0(c\neq0)$ 时要注意 a、c 的符号.

①a,c 异号时,则 $-\frac{c}{a}$ 是一个正数,则方程有两个实数根,且两根互为相反数,即

$ax^2+c=0,(a\neq0,c\neq0)$

$ax^2=-c,x_1=\sqrt{-\frac{c}{a}}\quad x_2=-\sqrt{-\frac{c}{a}}$

②a,c 同号时,那么 $-\frac{c}{a}$ 是一个负数,因为负数在实数范围内没有平方根,所以方程没有实数根.

2. 不完全二次方程 $ax^2=0(a\neq0)$ 的解法.

因为 $a\neq0$,方程两边都除以 a,得 $x^2=0$,显然只有当 $x=0$ 时,等式才能成立,即 $x=0$ 是 $ax^2=0$ 的根.

特别注意不要认为此方程只有一个根 $x=0$,其实仍是两个根 $x_1=0,x_2=0$(或写作 $x_1=x_2=0$)

3. $(x+h)^2=m(m\geqslant0)$ 型的方程的解法.

这种类型的亦可用直接开方法解,这里用到数学中的重要思想——“换元”的思想,即把式子 $x+h$ 看成一个整体.

重点难点

重点是学会正确地解$(x+h)^2=m(m\geqslant 0)$类型的方程.

难点是如何正确地利用平方根的知识,尤其是遇到比较复杂的方程.

典型题解

例1 下列解题过程,正确的是 ( )

(A)$x^2=-7$,解 $x=\pm\sqrt{-7}$

(B)$(x-1)^2=4$,解 $x-1=2, x=3$

(C)$x^2=7$,解 $x=\pm\sqrt{7}$

(D)$25x^2=1$,解 $25x=\pm 1, x=\pm 1/25$

解:C

【分析】能直接用开方法解的一元二次方程的特点是:方程的一边是未知数一次项的平方,另一边是非负常数,因为负数在实数范围内无实的平方根,所以一般说来,只有当$b\geqslant 0$时,方程$x^2=b$才有解;在实数范围内,正数的平方根有两个,它们是一对相反数,故而$(x-1)^2=4$时,$x-1=\pm 2$;两边进行开方运算时,尤其要注意各项的系数的变化.

例2 解方程:$4(6x-7)^2=9$.

解:方程两边都除以4,得:

$$(6x-7)^2=\frac{9}{4},$$

因为$6x-7$是$9/4$的平方根,所以$6x-7=\pm\frac{3}{2}$,即

$$6x-7=\frac{3}{2},\text{或}\ 6x-7=-\frac{3}{2}.$$

$\therefore x_1=\frac{17}{12}, x_2=\frac{11}{12}$.

【分析】 运算过程中遇到该类题型,要特别注意系数的处

理及其变化.

妙题精练

A 卷

1. 用直接开方法解形如________的方程较为简便.

2. 用直接开方法解的一元二次方程的特点是:方程的一边是含有未知数的一次项的平方,另一边是______常数,这是因为________在实数范围内没有平方根.

3. 用直接开方法求下列方程在指定的范围内的解:

(1) 求 $x^2=121$ 在自然数范围内的解;

(2) 求 $x^2=|2|$ 在有理数范围内的解;

(3) 求$(x+\frac{1}{3})^2=\frac{4}{9}$ 在整数范围内的解;

(4) 求$(x-1)^2=2$ 在负数范围内的解;

(5) 求$(x+\sqrt{2})^2=2$ 在实数范围内的解.

4. 下列方程后面括号内的数,哪些是它的解?

(1)$x^2-5x+6=0(1,6,2,3)$;

(2)$x^2-(1+\sqrt{5})x+\sqrt{5}=0(1+\sqrt{5},1-\sqrt{5},1,\sqrt{5})$;

(3)$9x^2-15x+4=0(1/3,-4/3,-1/3,4/3)$;

(4)$2(4x-3)^2=32(-1/4,7/4,1/4,-7/4)$.

5. 用直接开方法解下列各方程:

(1)$x^2=169$;　　(2)$x^2-225=0$;

(3)$x^2+1=17$;　　(4)$x^2=2\frac{1}{4}$;

(5)$x^2=\frac{25}{324}$;　　(6) $\frac{1}{3}x^2=75$;

(7) $x^2 = 11$;

(8) $x^2 = \frac{2}{3}$;

(9) $5x^2 = 4$;

(10) $7x^2 = 3$;

(11) $(3t)^2 = 4$;

(12) $2(t)^2 = 3$;

(13) $3x^2 - x = 15 - x$;

(14) $5x^2 - 1.6 = 0$.

6. 用直接开方法解下列一元二次方程：

(1) $3(x-2)^2 = 0$;

(2) $3(x-2)^2 = 1$;

(3) $3(x-2)^2 - 4 = 0$;

(4) $2(y-3)^2 = 72$;

(5) $\frac{1}{2}(3x-1)^2 = 8$;

(6) $6(2x-1)^2 - 1 = 0$;

(7) $(x+0.1)(x-0.1) = 0.24$;

(8) $(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5}) = 20$;

(9) $(2x-1)^2 = (1+\sqrt{2})^2$;

(10) $(\sqrt{2}x-2)^2 = 12$;

(11) $\sqrt{2}(6-x)^2 = 128\sqrt{2}$;

(12) $(\sqrt{2}x+\sqrt{3})^2 = 27$;

(13) $\sqrt{5}(x-\sqrt{3})^2 = 3\sqrt{5}$;

(14) $4(\sqrt{3}x+\sqrt{2})^2 - 8 = 0$;

(15) $x^2 - \sqrt{625} = 0$;

(16) $4.3 - 6x^2 = 2.8$.

B 组

1. 当 $a \geqslant 0$ 时，方程 $x^2 = a$ 的解是______.

当 $b \geqslant 0$ 时，方程 $(x-a)^2 = b$ 的解是______.

2. 选择题：

(1) 对形如 $(x+m)^2 = n$ 的方程　　　　(　　)

(A) 都可以用直接开方法解，且 $x = \pm\sqrt{n}$

(B) 当 $n \geqslant 0$ 时,都可以用直接开方法求解,且 $x = \pm\sqrt{n} - m$

(C) 当 $n \geqslant 0$ 时,都可以用直接开方法求解,且 $x = m \pm \sqrt{n}$

(D) 当 $n \geqslant 0$ 时,都可以用直接开方法求解,且 $x = \pm\sqrt{n - m}$

(2) 如果方程 $px^2 - 5x + q = 0$ 的根是 -1 和 $\frac{7}{2}$,则 $p + q$ 的值是 ( )

(A) -9 (B) -5 (C)4 (D)9

(3) $2x^2 + 2 = 2$ 的实数根的个数是 ( )

(A)1 个 (B)2 个 (C)3 个 (D) 无法确定

3. 用直接开方法解下列各个方程

(1) $(x + 2)(x - 2) = 3$;

(2) $(2x - 1.5)^2 = 6.25$;

(3) $(\sqrt{7} - \sqrt{3}x)^2 = 6$;

(4) $\frac{8}{9}(x + 2)^2 = \frac{1}{2}(3x + 1)^2$;

(5) $(x - 2)^2 - 9(x + 1)^2 = 0$;

(6) $(x - 5)(x + 3) + (x - 2)(x + 4) = 26$.

4. 用直接开方法解下列关于 x 的方程

(1) $\frac{x^2}{a} = 5(a > 0)$;

(2) $\frac{x^2}{a} = 2a(a \neq 0)$;

(3) $(ax - b)^2 = a^2(a \neq 0)$;

(4) $(m - x)^2 = 4(m + x)^2(m \neq 0)$;

(5) $x^2 - 4ax + 4a^2 = b^2$;