

Theoretics Mechanics

Textbook Series of 21st Century

21 世纪高等学校规划教材

理论力学



主 编 孙 艳 何署廷
副主编 纪 花



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>



21 世纪高等学校规划教材
Textbook Series of 21st Century

理论力学

主 编 孙 艳 何署廷
副主编 纪 花
编 写 王江洪
主 审 刘恩济



中国电力出版社
<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书是 21 世纪高等学校规划教材。全书分三部分共十七章,其中第一部分静力学包括静力学公理及受力分析、平面力系的简化与平衡、空间力系的简化与平衡、摩擦;第二部分运动学部分包括点的运动学、刚体的简单运动、点的合成运动、刚体的平面运动、刚体定点运动简介;第三部分动力学部分包括质点动力学的基本方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗伯原理、虚位移原理、动力学普遍方程和拉格朗日方程、机械振动。本书各章附有小结、思考题和习题,增加了例题的量,适合 60~120 学时选用。

本书可作为普通高等工科院校机械、土建、交通、水利、动力等专业的教材,也可供其他专业选用,或作为自学、函授教材。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/孙艳主编. —北京:中国电力出版社,
2006

21 世纪高等学校规划教材

ISBN 7 - 5083 - 4438 - 3

I. 理... II. 孙... III. 理论力学—高等学校
—教材 IV. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 076840 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

利森达印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2006 年 8 月第一版 2006 年 8 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 21 印张 513 千字

印数 0001—3000 册 定价 29.80 元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换)

前 言

本书为理论力学课程的教材,适用于普通高等工科院校四年制机械、土建、交通、水利、动力等专业,也可供其他专业选用,或作为自学、函授教材。

理论力学是普通高等工科院校本科生必修的专业基础课,是各门后续力学课程的理论基础,也是一门体系完整的独立学科。随着科学技术的发展,作为基础学科的理论力学,其体系和内容也必须进行相应的调整,在编写本教材时,力求使理论内容更为精炼,同时增加了例题和思考题,以加强启发性和独立思考能力的培养,有利于自学和课堂讨论。

本书包括静力学、运动学和动力学三大部分,各章附有小结、思考题和习题,便于读者明确重点,适合 60~120 学时选用。

本书由孙艳、何署廷主编,参加本教材编写工作的有:孙艳(第一~三章,第六~八章)、何署廷(绪论、第九~十五章)、纪花(第四、五、十六、十七章),全书由刘恩济教授主审。

本书在编写过程中得到了很多同志的指教和支持,参考了不少相关教材,在此深表感谢。

限于编者的水平,书中难免存在一些缺点和错误,敬请广大教师和读者批评指正。

编 者

2006 年 4 月

主 要 符 号

a 加速度	O 参考坐标系的原点
a_n 法向加速度	p 动量
a_t 切向加速度	P 重量, 功率
a_a 绝对加速度	q 载荷集度, 广义坐标
a_r 相对加速度	Q 广义力
a_e 牵连加速度	r 半径
a_c 科氏加速度	r 矢径
A 面积, 自由振动振幅	r_O 点 O 的矢径
e 恢复因数	r_c 质心的矢径
f 动摩擦因数	R 半径
f_s 静摩擦因数	s 弧坐标, 频率比
F 力	t 时间
F'_R 主矢	T 动能, 周期
F_S 静滑动摩擦力	v 速度
F_N 法向约束力	v_a 绝对速度
F_{ie} 牵连惯性力	v_r 相对速度
F_{ic} 科氏惯性力	v_e 牵连速度
F_I 惯性力	v_c 质心速度
g 重力加速度	V 势能, 体积
h 高度	W 力的功
i x 轴的基矢量	x, y, z 直角坐标
I 冲量	α 角加速度
j y 轴的基矢量	β 角度坐标
J_z 刚体对 z 轴的转动惯量	δ 滚阻系数, 阻尼系数
J_{xy} 刚体对 x, y 轴的转动惯量	δ 变分符号
J_C 刚体对质心的转动惯量	ζ 阻尼比
k 弹簧刚度系数	η 减缩系数
k z 轴的基矢量	λ 本征值
l 长度	Λ 对数减缩
L 拉格朗日函数	ρ 密度, 曲率半径
L_O 刚体对点 O 的动量矩	φ 角度坐标
L_C 刚体对质心的动量矩	φ_f 摩擦角
m 质量	Ψ 角度坐标
M_z 对 z 轴的矩	ω_0 固有角频率
M 力偶矩, 主矩	ω 角速度
$M_O(F)$ 力 F 对点 O 的矩	ω_a 绝对角速度
M_I 惯性力的主矩	ω_r 相对角速度
n 质点数目	ω_e 牵连角速度

目 录

前言

主要符号

绪 论	1
第一节 理论力学与工程实例	1
第二节 理论力学的任务及其研究方法	4

静 力 学

引言	5
第一章 静力学公理及受力分析	6
第一节 静力学公理	6
第二节 约束和约束力	8
第三节 物体的受力分析和受力图	11
小 结	14
习 题	15
第二章 平面力系的简化与平衡	17
第一节 平面汇交力系的简化与平衡	17
第二节 平面力偶系的简化与平衡	20
第三节 平面任意力系的简化与平衡	23
第四节 桁 架	31
小 结	34
思考题	35
习 题	36
第三章 空间力系的简化与平衡	42
第一节 空间力系	42
第二节 重 心	58
小 结	62
思考题	64
习 题	65
第四章 摩 擦	71
第一节 滑动摩擦	71
第二节 摩擦角和自锁现象	73
第三节 考虑摩擦时物体的平衡问题	75

第四节 滚动摩擦的概念	81
小 结	83
思考题	83
习 题	85

运 动 学

引言	89
第五章 点的运动学	90
第一节 向量法	90
第二节 直角坐标法	91
第三节 自然法	95
小 结	101
思考题	102
习 题	103
第六章 刚体的简单运动	106
第一节 刚体的平行移动	106
第二节 刚体绕定轴的转动	107
第三节 转动刚体内各点的速度和加速度	108
第四节 轮系的传动比	110
第五节 以矢量表示角速度和角加速度 以矢积表示点的速度和加速度	111
小 结	114
思考题	114
习 题	115
第七章 点的合成运动	118
第一节 相对运动·牵连运动·绝对运动	118
第二节 点的速度合成定理	120
第三节 点的加速度合成定理	124
小 结	130
思考题	131
习 题	133
第八章 刚体的平面运动	138
第一节 刚体平面运动的概述和运动分解	138
第二节 求平面图形内各点速度的基点法	140
第三节 求平面图形内各点速度的瞬心法	147
第四节 用基点法求平面图形内各点的加速度	151
小 结	154
思考题	154
习 题	156

第九章 刚体定点运动简介	163
第一节 刚体定点运动的运动方程	163
第二节 位移定理 瞬时转动轴 刚体的角速度和角角速度	164
第三节 定点运动刚体内一点的速度及加速度	165
小 结	166

动 力 学

第十章 质点动力学的基本方程	168
第一节 动力学的基本定律	168
第二节 质点的运动微分方程	170
第三节 质点动力学的两类基本问题	171
小 结	177
思考题	177
习 题	178
第十一章 动量定理	182
第一节 动力学普遍定理	182
第二节 质点动量定理	182
第三节 质点系的动量定理	184
第四节 质心运动定理	188
小 结	193
思考题	193
习 题	194
第十二章 动量矩定理	199
第一节 质点的动量矩定理	199
第二节 质点系动量矩定理	202
第三节 刚体的定轴转动微分方程	204
第四节 刚体对轴的转动惯量	205
第五节 刚体的定轴转动微分方程示例	210
小 结	216
思考题	217
习 题	218
第十三章 动能定理	224
第一节 力的功	224
第二节 质点的动能定理	228
第三节 质点系的动能定理	230
第四节 机械能守恒定律	239
第五节 功率 功率方程	242
小 结	244

思考题	245
习 题	245
第十四章 达朗伯原理	251
第一节 惯性力·质点的达朗伯原理	251
第二节 质点系的达朗伯原理	252
第三节 刚体惯性力系的简化	254
小 结	257
思考题	258
习 题	258
第十五章 虚位移原理	262
第一节 质点系的自由度·约束与广义坐标	262
第二节 虚位移与理想约束	266
第三节 虚位移原理	267
小 结	271
思考题	271
习 题	271
第十六章 动力学普遍方程和拉格朗日方程	274
第一节 动力学普遍方程	274
第二节 拉格朗日方程	276
第三节 拉格朗日方程第一积分	280
小 结	283
思考题	284
习 题	284
第十七章 机械振动	288
第一节 振动的概念	288
第二节 单自由度系统的自由振动	288
第三节 计算固有频率的能量法	292
第四节 单自由度系统有阻尼自由振动	293
第五节 单自由度系统无阻尼受迫振动	297
第六节 单自由度系统的有阻尼受迫振动	300
第七节 转子的临界转速	302
第八节 减振和隔振的概念	304
小 结	305
思考题	306
习 题	306
参考答案	309
索 引	323
参考文献	327

绪 论

第一节 理论力学与工程实例

一、理论力学

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。所谓机械运动,是指物体在空间的位置随时间的变化。物体的平衡是机械运动的特殊情况。

机械运动是自然界和工程技术中最常遇到的运动。理论力学也是发展最早的自然科学之一。

本书所研究的内容是以伽利略和牛顿所建立的基本定律为基础,其速度远小于光速的机械运动,属于古典力学的范畴。有关速度接近光速的物体和基本粒子的运动,须运用爱因斯坦的相对论等理论来研究。对于宏观物体,一般速度远小于光速,工程中的物体的运动速度也远小于光速,所以,工程实际中主要应用古典力学。

本课程的内容包括以下三个部分:

静力学——研究物体的平衡规律,同时也研究力的一般性质及其合成法则。

运动学——研究物体运动的几何性质,而不考虑物体运动的原因。

动力学——研究物体的运动变化与其所受的力之间的关系。

二、工程实例

工业革命以来,由于蒸汽机、内燃机、铁路、公路、桥梁、房屋建筑、船舶、军事工业的发展,逐步完成了力学的积累,形成了现代的力学学科:理论力学、材料力学、结构力学等。

中国很早就有了利用经验建造的世界上著名的建筑,如1400年前的赵州桥(图0-1),



图 0-1 赵州桥

明清时期的故宫（图 0-2）。近代也有许多例子，如丹江口大坝（图 0-3）、南京长江二桥（图 0-4）、上海东方明珠（图 0-5）、钻井平台（图 0-6）、三峡大坝（图 0-7）等闻名于世的成就。这样的例子很多，机械、造船、电子方面也取得了很大成就，这里不再过多叙述。



图 0-2 故宫俯瞰全景

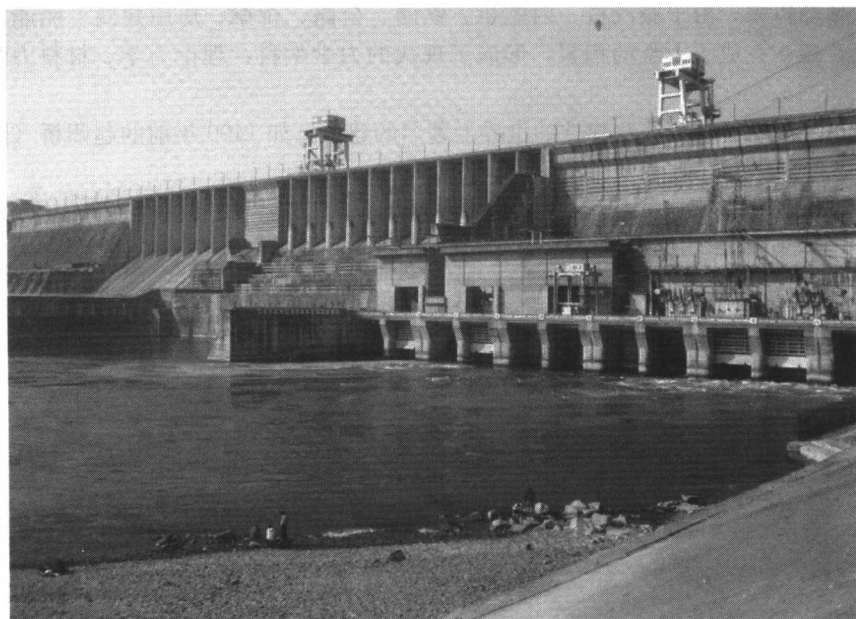


图 0-3 丹江口大坝

除了上面所说的建筑、工业等以外，力学还广泛应用于体育运动等行业。

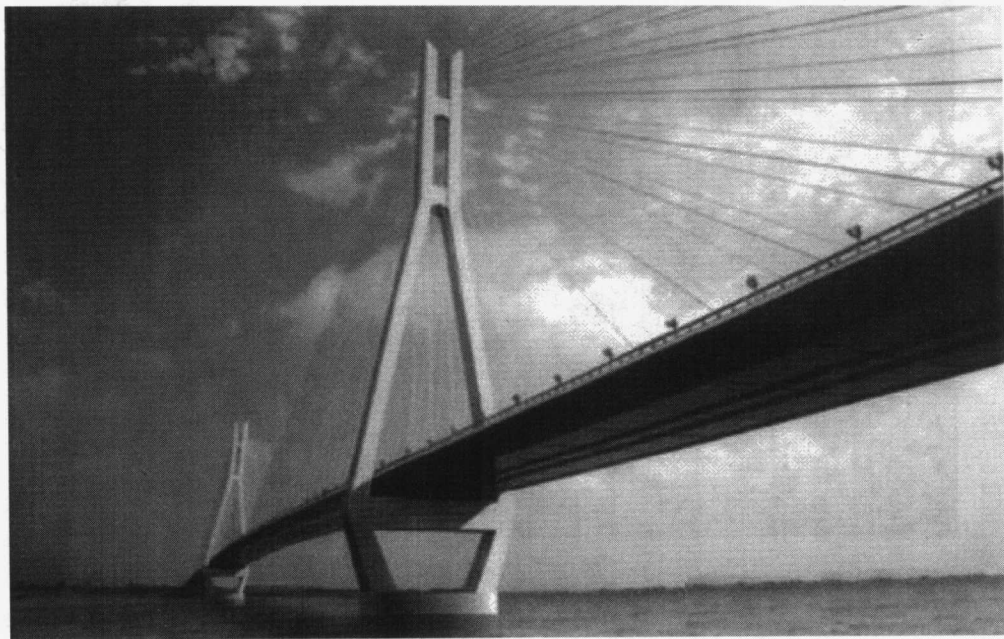


图 0-4 南京长江二桥

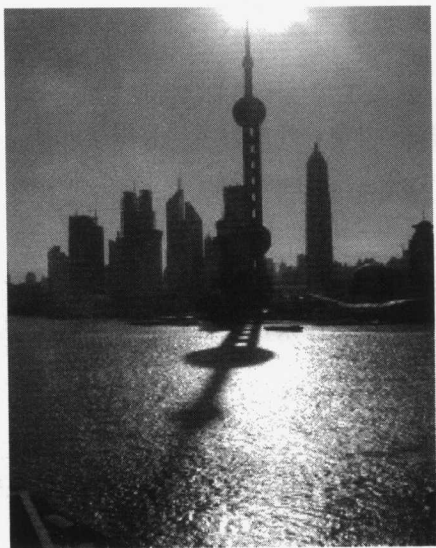


图 0-5 上海东方明珠



图 0-6 钻井平台



图 0-7 三峡大坝

第二节 理论力学的任务及其研究方法

一、理论力学任务

本课程的任务为：

- (1) 运用力学基本知识结合其他有关的课程，解决工程技术中的实际问题；
- (2) 为学习一系列的后续课，如材料力学、结构力学、弹性力学、有限单元法、机械原理、机械零件等课程提供理论基础。

二、研究方法

1. 理论分析

理论力学一般用如下方法研究：从实际出发，经过抽象化、综合、归纳、建立公理，再应用数学演绎和逻辑推理而得到定理和结论，形成理论体系，然后再通过实践来证实理论的正确性。

本书主要研究的对象是质点、质点系和刚体。

2. 实验分析

测定基本力学量，如摩擦因数、速度、位移等有关运动的量，振动频率等有关振动的量。

静力学

引言

静力学的任务是研究力系的简化与平衡条件。力系指作用在物体上的一组力，所谓简化是指用一组最简单的力系代替给定的力系，同时保持对物体的作用不变。或者说：用简单的等效力系代替给力系。平衡条件指在物体平衡时作用于物体上的力所应满足的条件。显然，力系简化是寻找力系平衡条件的简洁途径，但力系简化的应用绝不仅限于静力学。在动力学中，当研究在给力系作用下物体如何运动时，力系简化同样重要。

在物理课程中，已经接触过静力学，并建立了一些有关概念。

力：力是物体之间相互的机械作用，它的效应是改变物体的运动状态（外效应）或使物体变形（内效应）。

平衡：物体静止或作匀速直线运动时称物体处于平衡状态。静止、运动都是相对某一参考系而言的。在静力学中，将与地球相固结的坐标系取作参考坐标系。

质点：如果不计物体的大小，只考虑其质量，则称之为质点。质点是为研究物体运动规律而作的一种简化，一组有联系的质点构成质点系。

刚体：一种特殊的质点系，其中各质点间的距离保持不变，亦即刚体是不变形的；所以，刚体又称为不变质点系。刚体也是实际物体的一种经过简化与抽象的物理模型。实际物体都有变形，是变形体，但为保持结构物的坚固性，通常都设计得使结构物各部件的变形很小，在研究某些问题时就可以忽略这些微小的变形而把物体看成刚体。静力学的研究对象主要是刚体。

在静力学中，我们研究以下三个问题：

1. 物体的受力分析

分析物体共受几个力，以及每个力的作用位置和方向。

2. 力系的简化（力系的等效代换）

研究力系的简化并不限于静力学问题，也为动力学提供基础。

3. 建立各种力系的平衡条件

研究作用在物体上的各种力系所需满足的平衡条件。力系的平衡条件在工程中有十分重要的意义，是设计结构、构件和机械零件时静力计算的基础。因此，静力学在工程中有着广泛的应用。

第一章 静力学公理及受力分析

本章介绍力及其性质,对物体进行受力分析。画出物体的受力图是研究物体平衡与运动的基础。

第一节 静力学公理

人类对力的认识最初来自自身的体力,经过长期的实践,才认识力的规律。力是物体之间相互的机械作用,其效应是改变物体运动状态或使物体变形。对不变形的刚体,力只改变其运动状态。力具有下列性质:

力对物体的效果取决于三个因素:大小、方向和作用点,称为力的三要素。力是有方向的量,在数学上可以用矢量 $\boldsymbol{F}$ 表示。力可表示为一个有方向带箭头的线段,线段的长度表示力的大小,线段所在直线及箭头表示力的方向,线段的始端(有时用末端)表示力的作用点。在国际单位制中,力的单位是牛顿,符号是 N, $1\text{N}=1\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ 。

公理是人们在生活和生产实践中长期积累的经验总结,又经过实践反复检验,被确认是符合客观实际的最普遍、最一般的规律。

公理 1 力的平行四边形法则

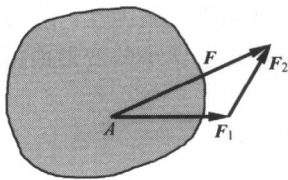
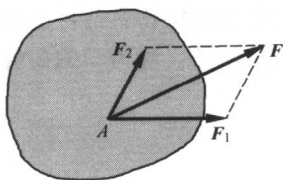


图 1-1

作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点,合力的大小和方向,由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定,如图 1-1 所示。或者说,合力矢等于

这两个力矢的几何和,即

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 \quad (1-1)$$

亦可另作一力三角形,求两汇交力合力的大小和方向(即合力矢),如图 1-1 所示。

公理 2 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力(如 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$),使刚体保持平衡的必要和充分条件是:这两个力的大小相等,方向相反,且作用在同一直线上。这个公理表明了作用于刚体上最简单力系平衡时所必须满足的条件。

公理 3 加减平衡力系原理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用。这个公理是研究力系等效替换的重要依据。根据上述公理可以导出下列推理:

推论 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移动到刚体内任意一点，并不改变该力对刚体的作用。

证明 在刚体上的点 A 作用力 F ，如图 1-2 (a) 所示。根据加减平衡力系原理，可在力的作用线上任取一点 B ，并加上两个相互平衡的力 F_1 和 F_2 ，使 $F = F_2 = -F_1$ ，如图 1-2 (b) 所示。由于力 F 和 F_1 也是一个平衡力系，故可除去；这样只剩下一个力 F_2 ，如图 1-2 (c) 所示，即原来的力 F 沿其作用线移到了点 B 。

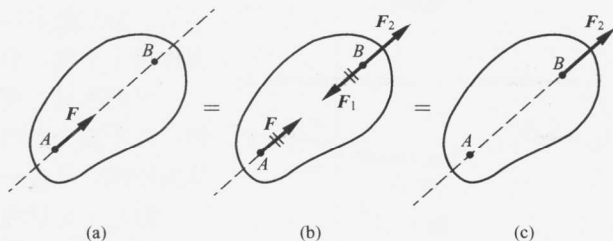


图 1-2 力的可传性

作用于刚体上的力可以沿着作用线移动，这种矢量称为滑动矢量。

推论 2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上三个相互平衡的力，若其中两个力的作用线汇交于一点，则此三力必在同一平面内，且第三个力的作用线通过汇交点。

证明 如图 1-3 所示，在刚体的 A 、 B 、 C 三点上，分别作用三个相互平衡的力 F_1 、 F_2 、 F_3 。根据力的可传性，将力 F_1 和 F_2 移到汇交点 D ，然后根据力的平行四边形法则，得合力 F 。则力 F_3 应与 F 平衡。由于两个力平衡必须共线，所以力 F_3 必定与力 F_1 和 F_2 共面，且通过力 F_1 和 F_2 的交点 D 。于是定理得证。

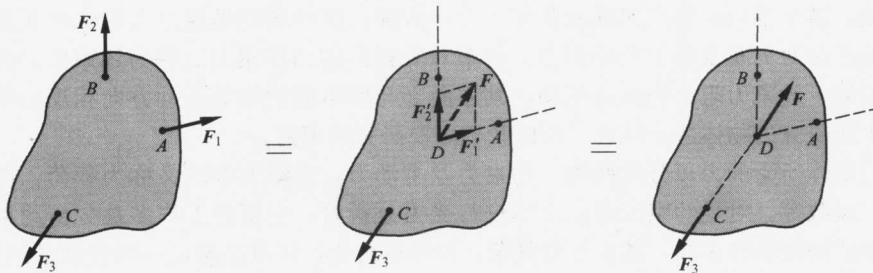


图 1-3

公理 4 作用和反作用定律

作用力和反作用力总是同时存在，两力的大小相等、方向相反，沿着同一直线，分别作用在两个相互作用的物体上。若用 F 表示作用力，又用 F' 表示反作用力，则

$$F = -F'$$

这个公理概括了物体间相互作用的关系，表明作用力和反作用力总是成对出现的。由于作用力和反作用力分别作用于两个物体上，因此，不能视作平衡力系。

公理 5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡，如将此变形体刚化为刚体，其平衡状态保持不变。

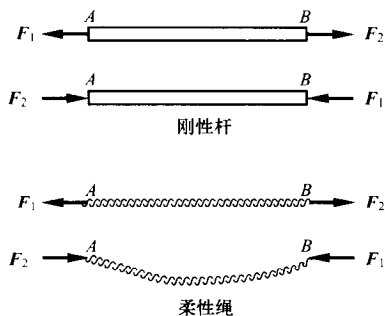


图 1-4

这个公理提供了把变形体看作为刚体模型的条件。如图 1-4 所示, 绳索在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡, 如将绳索刚化成刚体, 其平衡状态保持不变。反之就不一定成立。如刚体在两个等值反向的压力作用下平衡, 若将它换成绳索就不能平衡了。

由此可见, 刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件, 而非充分条件。在刚体静力学的基础上, 考虑变形体的特性, 可进一步研究变形体的平衡问题。

静力学全部理论都可以由上述五个公理推证而得到, 这既能保证理论体系的完整和严密性, 又可以培养读者的

的逻辑思维能力。

第二节 约束和约束力

如果物体在空间的位置不受任何约束, 则称为自由体。如炮弹在空中飞行, 其轨迹只取决于重力、空气阻力及发射速度, 如果改变发射速度的大小及方向, 则从理论上讲炮弹可以占据空间任一位置。但另一类物体则不然, 如在轨道上行驶的火车、在轴承上转动的转子, 它们的位置都受到周围物体预先给定的限制, 火车不能离开轨道、转子不能离开轴承。这种位置受到预先给定的限制的物体就称为非自由体, 而对非自由体运动的限制就称为约束。约束的作用有两个方面, 一方面是限制物体的运动规律, 如火车的运动轨迹只能轨道曲线, 转子轴心上各点速度必为零; 另一方面, 这些限制是通过力的作用实现的, 如轨道及轴承必对火车及转子有作用力。约束对非自由体的作用力就称为约束力。由约束力的性质可知, 约束力阻碍物体的运动, 其方向必与所阻碍的物体运动方向相反。在静力学中, 由于所研究的物体静止状态, 所以我们主要研究约束力。

非自由体所受的力可分为两类: 约束力及主动力, 主动力有时又称为载荷, 如结构物的自重、风载等。对受约束的非自由体进行受力分析时, 主要的工作多是分析约束力。实际工程中的约束多种多样, 甚至十分复杂, 但经过简化, 均可抽象成一些理想的约束模型。下面是一些最基本的理想的约束模型。

1. 柔索约束

不考虑绳索的弯曲刚度, 忽略绳索的自重, 则可简化成柔索, 柔索对物体约束力为沿柔索方向的拉力, 如图 1-5

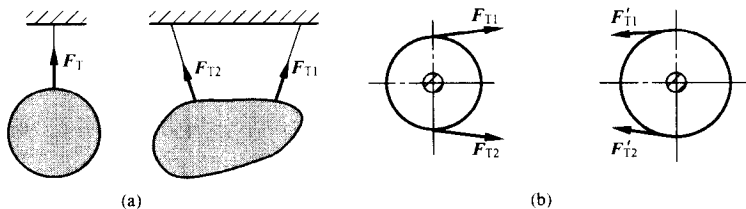


图 1-5

(a) 所示。缆绳、链条、

皮带一类的约束可以简化为柔索约束。由于柔软的绳索本身只能承受拉力, 所以它给物体