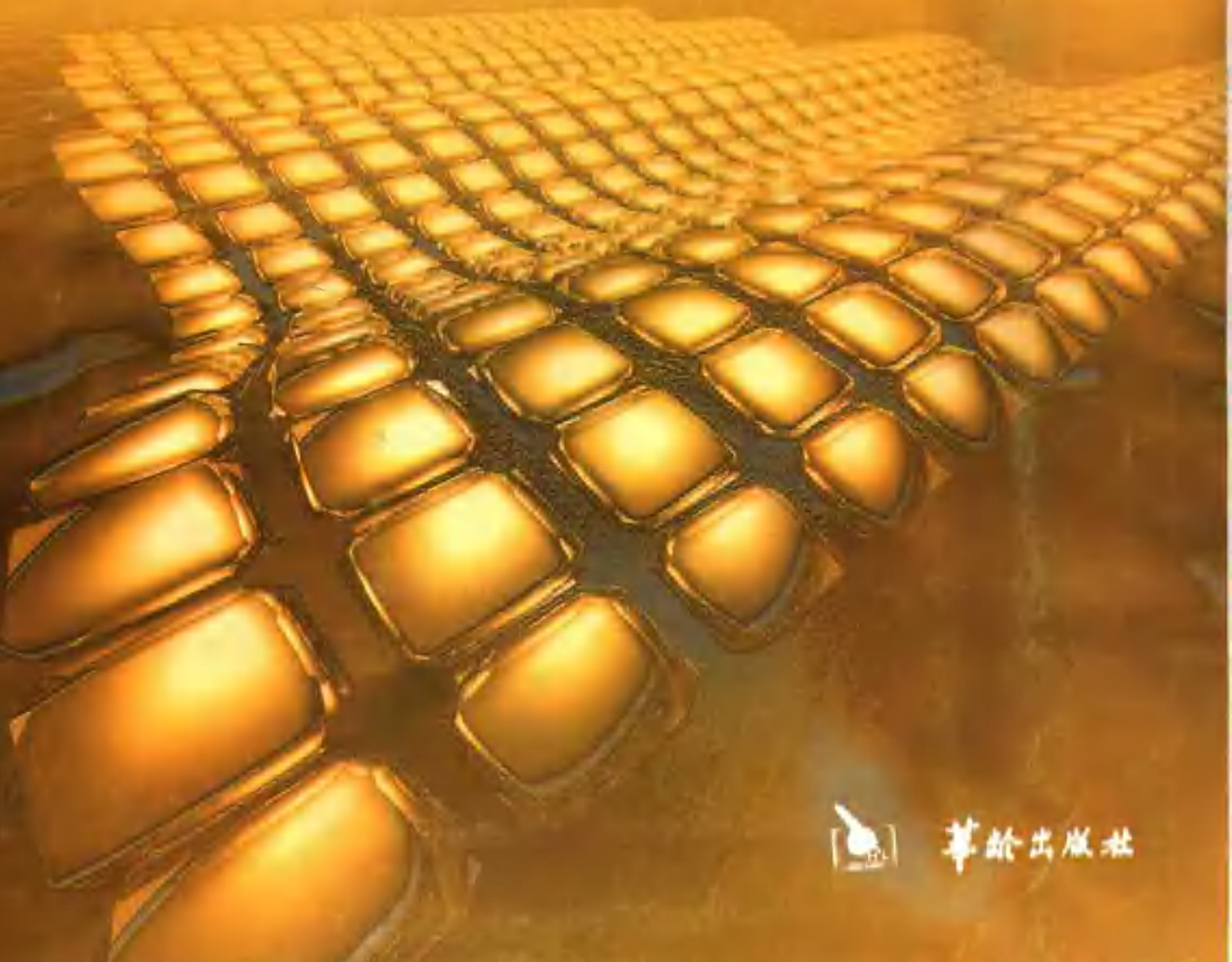
长春市教育局教育教学研究室组编

全程绿色学习
系列丛书

教师用书
（与学生用书配套使用）

高三文科数学（选修I）



华龄出版社

全程绿色学习 权威性 实用性 操作性

系列丛书

高三文科数学 教师用书

(与学生用书配套使用)

(选修Ⅰ)

长春市教育局教育教学研究室 组编

名题举例

题型设计与训练

華齡出版社

责任编辑　苏　辉
封面设计　倪　震

图书在版编目（CIP）数据

全程绿色学习系列丛书．高三文科数学．1：选修/长春市教育局教育教学研究室组编．—北京：华龄出版社，2005.12
教师用书
ISBN 7-80178-315-8

Ⅰ．全…　Ⅱ．长…　Ⅲ．数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ．G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 151759 号

书　　名：全程绿色学习系列丛书·高三文科数学（选修Ⅰ）教师用书
作　　者：长春市教育局教育教学研究室组编
出版发行：华龄出版社
印　　刷：遵化市印刷有限公司
版　　次：2005 年 12 月第 1 版　2005 年 12 月第 1 次印刷
开　　本：850×1168　1/16　　印　　张：1.75
印　　数：1～3000 册
全套定价：32.00 元（共 6 册）

地　　址：北京西城区鼓楼西大街 41 号　　邮　　编：100009
电　　话：84044445（发行部）　　传　　真：84039173

前　言

由北京大视野教科文化发展有限公司策划，长春市教育局教育教学研究室组织编写的《全程绿色学习系列丛书》和大家见面了。它作为师生的良师益友，将伴随师生度过高中宝贵的学习时光。

本丛书以人教社最新修订的高中教科书为蓝本，以最新《考试大纲》、《新课程教学大纲》和《新课程课程标准》为依据，集国内最先进的教学观念，精选近五年全国高考试题、近三年各省市的优秀模拟试题，并根据高考最新动向，精心创作了40%左右的原创题，使每道试题都体现出了对高考趋势的科学预测。本丛书采用“一拖一”的编写模式，即一本教师用书，一本学生用书（学生用书包括同步训练和单元同步测试），两本书互为补充。学生用书“同步训练”的编写体例为“名题举例”和“题型设计与训练”两部分，题型设计与训练部分编写适量的基础题及综合性、多元性的试题，意在培养学生的学科思想与悟性，使其对每个知识点的复习落到实处，从而达到“实战演练，能力提升”的目的，并单独装订成册，可作为学生课堂练习本，也可作为学生课后作业本，便于师生灵活使用；学生用书“单元同步测试”是对本单元教与学的总结和验收，既可供教师作考试之用，又可供学生作自我检测之用。教师用书既是教师教学的教案，又是学生学习的学案。教师用书对学生用书“名题举例”和“题型设计与训练”中的每道题进行了全析全解，并给出了“规范解答”，采用“网上机读解答”方式，使学生每做一道题，都是进行高考“实弹演习”。这是本套丛书的一大亮点，在全国教辅用书上也是首次使用这种解答方式。它将有助于学生大幅度提高学习成绩。

《全程绿色学习系列丛书·高三文科数学（选修Ⅰ）教师用书》由长春市教育局教育教学研究室特级教师祝承亮任主编，长春市第十一高中罗彦东任副主编，由长春市第十一高中刘风臣、罗彦东编写。全书由长春市教育局教育教学研究室特级教师祝承亮统编、审定。

长春市教育局教育教学研究室

2005年12月

“高三文科数学（选修Ⅰ）教师用书”读者反馈表

您只要如实填写以下几项并寄给我们，将有可能成为最幸运的读者，丰厚的礼品等着您拿，数量有限（每学期50名）一定要快呀！

您最希望得到的礼品 100元以下（请您自行填写）

A__________ B__________ C__________

您的个人资料（请您务必填写详细，否则礼品无法送到您的手中）

姓名：	学校：	联系电话：
邮编：	通讯地址：	
职业： 教师□	学生□	教研员□
请在右栏列举3本您喜爱的教辅		
您发现的本书错误：		
您对本书的意见或建议：		

信寄：吉林省长春市亚泰大街3658号　长春市教育教学服务中心

邮编：130022　**联系电话：**0431—8633939

目　　录

第一章　统　计

同步训练1　1.1　抽样方法

名题举例

〔例 1〕

〔思路点拨〕有两种方法：

方法一：(抽签法)将 100 个轴编号为 1,2,…100,并做好大小、形状相同的号签,分别写上这 100 个数,可将这些号签放在一起,并进行均匀搅拌,接着连续抽取 10 个号签,然后测量这 10 个号签对应的轴.

方法二：(随机数表法)将 100 个轴编号为 00,01,…,99,据课本上的随机数表:如取第 21 行第 1 个数开始选取 10 个:68,34,30,13,70,55,74,77,40,44,接着测量这 10 个编号对应的轴.

〔解后反思〕抽签法和随机数表法是常见的两种简单随机抽样方法,具体问题应灵活使用这两种方法.随机数表法编号时,位数要一样.

〔例 2〕

〔思路点拨〕(1)不是简单随机抽样,由于被抽取样本的总体的个数是无限的.

(2)不是简单随机抽样,由于它是放回抽样.

〔解后反思〕简单随机抽样具有的特点：

(1)它要求被抽取样本的总体的个体数有限.这样,便于通过随机抽取的样本对总体进行分析.

(2)它是从总体中逐个地进行抽取.这样,便于在抽样实践中进行操作.

(3)它是一种不放回抽样.由于抽样实践中多采用不放回抽样,使其具有较广泛的实用性,而且由于所抽取的样本中没有被重复抽取的个体,便于进行有关的分析和计算.

(4)它是一种等概率抽样.不仅每次从总体中抽取一个个体时,各个个体被抽取的概率相等,而且在整个抽样过程中,各个个体被抽取的概率也相等,从而保证了这种抽样方法的公平性.

〔例 3〕

〔思路点拨〕样本容量与总体的个体数的比为 $60:12000=1:200$,所以分层抽样时,从各类人中应抽出的人数分别为$\frac{4567}{200},\frac{3926}{200},\frac{2435}{200},\frac{1072}{200}$,

即近似为 23,20,12,5.

答:在分层抽样时,应对一中、二中、三中、四中分别抽取 23 人、20 人、12 人、5 人.

〔解后反思〕各层应抽人数计算不为整数时应按"四舍五人"原则进行;若出现样本不足数时,则采用"收尾取整法",但不能超过样本容量.

〔例 4〕

〔思路点拨〕(1)简单随机抽样法:可采取抽签法,将 160 个零件按 1～160 编号,相应地制作 1～160 号的 160 个签,从中随机抽 20 个,显然每个个体被抽到的概率为$\frac{20}{160}=\frac{1}{8}$,也可用随机数表法.

(2)分层抽样法:按比例$\frac{20}{160}=\frac{1}{8}$分别在一级品、二级品、三级品、等外品中抽取 $48\times\frac{1}{8}=6$ 个,$64\times\frac{1}{8}=8$ 个,$32\times\frac{1}{8}=4$ 个,$16\times\frac{1}{8}=2$ 个,每个个体被抽到的概率分别为$\frac{6}{48}$,$\frac{8}{64},\frac{4}{32},\frac{2}{16}$,即都是$\frac{1}{8}$.

综上可知,无论采取哪种抽样法,总体的每个个体被抽到的概率都是$\frac{1}{8}$.

〔解后反思〕两种抽样方法都能保证在抽样过程中,每个个体被抽到的概率是相等的,体现了这些抽样方法的客观性和公平性.

题型设计与训练

一、选择题

1.〔解析〕总体是学生的学习成绩.每个学生的学习成绩是个体,按抽取的一个学生的学习成绩是一个样本,故选 D.

〔参考答案〕D.

2.〔解析〕依据随机抽样定义.

〔参考答案〕B.

3.〔解析〕抽签不分先后.

〔参考答案〕C.

4.〔解析〕是等可能概型.

〔参考答案〕B.

5.〔解析〕$\frac{22}{100+50+40+30}\times 50=5$.

〔参考答案〕B.

6.〔解析〕每次被抽到的概率相等是随机抽样的条件.

〔参考答案〕A.

7.〔解析〕符合随机抽样的条件.

〔参考答案〕A.

8.〔解析〕$P=\frac{100}{1000}=\frac{1}{10}$. 故选 B.

〔参考答案〕B.

9.〔解析〕$P=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$.

〔参考答案〕C.

10.〔解析〕$P=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$.

〔参考答案〕D.

11.〔解析〕因为总体数较小,故用简单随机抽样.

〔参考答案〕A.

12.〔解析〕样本定义.

〔参考答案〕C.

二、填空题

13.〔解析〕高收入家庭应抽取$\frac{129}{500}\times 20\approx 5.2\approx 5$(户)中等收入家庭:$\frac{284}{500}\times 20\approx 11.4\approx 11$(户).

低收入家庭:$\frac{87}{500}\times 20\approx 3.5\approx 4$(户).

〔参考答案〕5 户、11 户、4 户.

14.〔解析〕$15\div 5\%=300$

$45\div 5\%=900$

〔参考答案〕300 亩、900 亩.

15.〔解析〕$\frac{80}{10}=8$ 表明 8 人中被抽出 1 人. 管理人员共 8 人,故每个人被抽到的概率为$\frac{1}{8}$.

〔参考答案〕$\frac{1}{8}$.

16.〔解析〕查教材随机数表.

〔参考答案〕50,8,30,42,34,7,54,6.

三、解答题

17.〔解析〕简单随机抽样的方法是:

①将每一名学生编一个号,从 1~2005;

②制作大小相同的标签 2005 个,并分别在每个标签上写上号码;

③将标签放人一个大盒子内搅拌均匀;

④依次抽取 20 个标签.

具有这 20 个编号的学生组成一个样本.

18.〔解析〕每个人被抽取的概率是相同的,为$\frac{135}{1800}=\frac{3}{40}$.

高一年级应抽取 $600\times\frac{3}{40}=45$ 人,

高二年级应抽取 $800\times\frac{3}{40}=60$ 人

高三年级应抽取 $400\times\frac{3}{40}=30$ 人

19.〔解析〕因为样本容量与总体的个体数的比为 $20:2000=1:100$,又因为三个年级的学生数分别为 1000 人,600 人,400 人,所以在各个年级抽取的学生数依次为$\frac{1000}{100}$,$\frac{600}{100}$,$\frac{400}{100}$,即 10 人,6 人,4 人.

20.〔解析〕当从总体中抽取第一个个体时,其中的任意一个个体 a 被抽到的概率 $P_1=\frac{1}{5}$;当从总体中抽取第二个个体时,正好抽到 a,这就是说,个体 a 第一次未被抽到,第二次被抽到这两个事件都发生. 而个体 a 第一次未被抽到的概率是$\frac{4}{5}$,第一次未被抽到而第二次被抽到的概率是$\frac{1}{4}$,根据相互独立事件同时发生的概率公式,个体 a 第二次被抽到的概率(不放回)是 $P_2=\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{5}$.

由于个体 a 在第一次被抽到与在第二次被抽到是互斥事件,在先后抽取 2 个个体的过程中,个体 a 被抽到的概率是 P

提高题

21.〔解析〕样本中高二年级学生数:$45-20-10=15$(人)

∵高二学生共有 300 人

∴从总体中抽取学生比例:

$300\div 15=20$(人)

即从 20 人中抽取一人

∴学校学生总人数为 $45\times 20=900$(人)

同步训练2　1.2　总体分布的估计

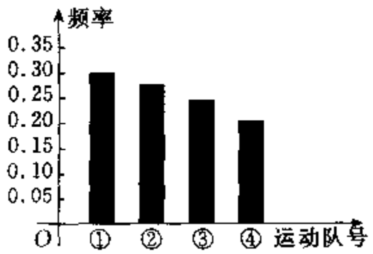
名题举例

〔例1〕

〔思路点拨〕(1)学生参加各种运动队的频率分布表如下：

	频数	频率
足球队①	30	0.30
篮球队②	27	0.27
排球队③	23	0.23
乒乓球队④	20	0.20
合计	100	1.00

(2)所求作的频率分布条形图如下：



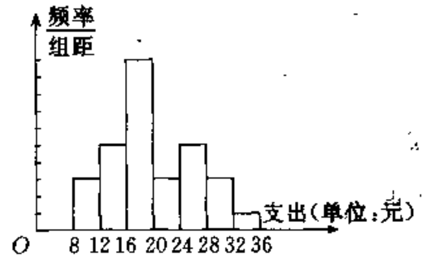
〔解后反思〕频率分布条形图是用其高度来表示取各值的频率.如果改变纵轴的意义,它还可以表示取各值的频数.

〔例2〕

〔思路点拨〕(1)分组的组数为7,组距为4,频率分布表如下：

分组	频数	频率
[8,12]	5	0.125
(12,16]	6	0.15
(16,20]	12	0.3
(20,24]	5	0.125
(24,28]	6	0.15
(28,32]	5	0.125
(32,36]	1	0.025
合计	40	1.00

(2)绘制频率分布直方图,纵轴:$\frac{频率}{组距}$横轴:支出(元),如下图：



题型设计与训练

一、选择题

1.〔解析〕在$(-\infty,50)$上的频数为$2+3+4+5=14$.

$\therefore$频率为$\frac{14}{20}=0.7=70\%$,故选D.

〔参考答案〕D.

2.〔解析〕$\frac{40}{n}=0.125\therefore n=320$.

〔参考答案〕B.

3.〔解析〕是等可能概型.

〔参考答案〕D.

4.〔解析〕样本在区间$(20,+\infty)$上的频数为$5+4+2=11$样本容量为35,

$\therefore$频率为$\frac{11}{35}\approx 31\%$.

〔参考答案〕C.

5.〔解析〕样本容量越大,反映总体的误差应越小,故选C.

〔参考答案〕C.

6.〔解析〕验证.在范围11.5～13.5中共有样本个体4个,样本容量20.$\therefore$频率为$\frac{4}{20}=0.2$.故选D.

〔参考答案〕D.

7.〔解析〕$32\times 0.125=4$.故选B.

〔参考答案〕B.

8.〔解析〕$\frac{29}{100}=0.29$,

$\therefore 0.29$是工人的频率.

〔参考答案〕B.

二、填空题

9.〔解析〕频率0.38应是小长方形的面积设长方形高为x,则$2x=0.38$.

$\therefore x=0.19$.

〔参考答案〕0.19.

10.〔解析〕样本容量为20,在7.5～10.5内的频数为8,故概率为$\frac{8}{20}=0.4$.

〔参考答案〕0.4.

11.〔解析〕100名大学生中有28名没有被录用.故没被录取的概率为$\frac{28}{100}=0.28$

〔参考答案〕0.28.

12.〔解析〕由$\frac{2048}{128}=16$知,平均每16件产品中抽取一件,故256件产品中应抽取$\frac{256}{16}=16$(件).

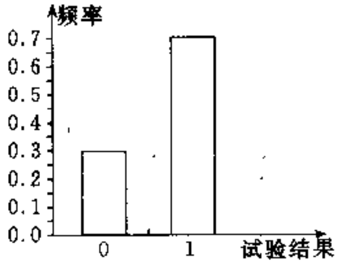
〔参考答案〕16.

三、解答题

13.〔解析〕(1)试验结果的频率分布表为:

试验结果	频数	频率
与一平行线相交(记为0)	318	0.318
与任一平行线都不相交(记为1)	682	0.682

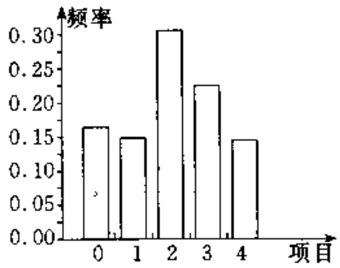
(2)频率分布的条形图如图所示.



14.〔解析〕(1)学生参加各类课题组的频率分布表为:

项目	频数	频率
文学类(记为0)	33	0.165
理化类(记为1)	30	0.15
数学类(记为2)	62	0.31
社会学科类(记为3)	47	0.235
信息类(记为4)	28	0.14
合计	200	1

(2)频率分布的条形图如图所示.



同步训练3　1.3　总体期望值和方差的估计

名题精例

〔例1〕

〔思路点拨〕在上面30个数据中,51出现2次,52出现3次,53出现6次,54出现8次,55出现7次,56出现3次,57出现1次.由于这组数据都比50稍大一点,故将数据51,52,53,54,55,56,57同时减去50,得到1,2,3,4,5,6,7.

它们出现的次数依次是2,3,6,8,7,3,1.

那么,这组新数据的平均数是

$$\overline{x'}=\frac{1\times2+2\times3+\cdots+7\times1}{30}=\frac{118}{30}\approx4.$$

$\therefore \overline{x}=\overline{x'}+a\approx54$(件),

即这个工人30天的平均日产量为54件.

〔解后反思〕"同时减去50"改为"同时减去53"更方便.

〔例2〕

〔思路点拨〕这组数据的平均数不是整数,选用公式$S^2=\frac{1}{n}[(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2)-n\overline{x}^2]$比较方便.

$$S^2=\frac{1}{6}\left[3^2+(-1)^2+2^2+1^2+(-3)^2+3^2-6\times\left(\frac{3-1+2+1-3+3}{6}\right)^2\right]$$

$$=\frac{1}{6}\left[9+1+4+1+9+9-6\times\left(\frac{5}{6}\right)^2\right]$$

$$=\frac{1}{6}\times33-\frac{25}{36}$$

$\approx 5.5-0.7=4.8$.

〔解后反思〕计算方差时要选用好方差公式.

〔例 3〕

〔思路点拨〕$\because \overline{x}_{数学}=13, \overline{x}_{英语}=13$,

由 $\overline{x}_{数学}=\overline{x}_{英语}$,说明它们的平均水平一样,

又 $s^2_{数学}=\frac{1}{n}[x'^2_1+x'^2_2+\cdots+x'^2_n]-n\overline{x'}^2]$

$=\frac{1}{10}\left[(2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+3^2+1^2+5^2+1^2)-10\cdot\left(\frac{30}{10}\right)^2\right]$

$=\frac{1}{10}(126-90)=3.6$,

$S_{英语}{}^2=\frac{1}{n}[(x'^2_1+x'^2_2+\cdots-x'^2_n)-\overline{n'}^2]$

$=\frac{1}{10}\left[1^2+6^2+7^2+4^2+3^2+9^2+(-4)^2+(-2)^2+6^2-10\cdot\left(\frac{30}{10}\right)^2\right]$

$=\frac{1}{10}(248-90)=15.8$.

得 $s_{数学}{}^2<s_{英语}{}^2$,这说明英语学科各班成绩波动较大,反映了数学组集体备课开展得好一些,应给予表扬.

〔解后反思〕本题中注意理解方差的应用.

题型设计与训练

一、选择题

1.〔解析〕$\overline{x}=\frac{1}{5}(3+5+7+4+6)=5$

$\therefore S^2=\frac{1}{5}[(3-5)^2+(5-5)^2+(7-5)^2+(4-5)^2+(6-5)^2]=2$

〔参考答案〕B.

2.〔解析〕由方差公式计算可得.

〔参考答案〕A.

3.〔解析〕$m+n$ 次射击共打 $ma+nb$ 环,则平均中靶环数为 $\frac{ma+nb}{m+n}$.

〔参考答案〕B.

4.〔解析〕$\frac{1}{3}[(a+1)+(b-15)+(c-2)]=1998$,

$\therefore \frac{1}{3}(a+b+c)=1998+4=2002$.

〔参考答案〕A.

5.〔解析〕期望值公式.

〔参考答案〕B.

6.〔解析〕方差小表示数据波动小,成绩稳定.故选 C.

〔参考答案〕C.

7.〔解析〕与方差公式比较知,10 为样本容量 n,20 为平均数 $\overline{x}$.

〔参考答案〕C.

8.〔解析〕方程 $x^2-4x+3=0$ 的二根为 1,3,依题意,只能是 $a=1,b=3$.

$\therefore \overline{x}=3$.

$\therefore S^2=\frac{1}{5}[(1-3)^2+(4-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(5-3)^2]$

$=2$.

〔参考答案〕A.

二、填空题

9.〔解析〕乙产品比甲产品性能稳定,则体现性能的数据中乙比甲的波动要小.故方差小.

〔参考答案〕$S^2_{甲}>S^2_{乙}$.

10.〔解析〕由平均数为 1,解得 $x=1$,由方差、标准差公式可算得.

〔参考答案〕9,3.

11.〔解析〕由方差公式的变化形式:

$S^2=\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2)$有

$a=\frac{1}{8}(20-8\overline{x}^2)$解得 $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

〔参考答案〕$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

12.〔解析〕设两人所得环数的平均数为$\overline{x}$,

则 $S^2_{乙}=\frac{1}{5}[(x-0)^2+(x-1)^2+(x-5)^2+(x-9)^2+(x-10)^2]$

$=\frac{1}{5}(5x^2-50x+207)$

$=(x-5)^2+16.4>15=S^2_{甲}$

即 $S^2_{乙}>S^2_{甲}$.故甲成绩较稳定.

〔参考答案〕甲.

三、解答题

13.〔解析〕解法一:$\overline{x}=\frac{1}{50}[6\times100+15\times90+18\times80+6\times70+3\times60+2\times50]=81.8$(分).

解法二:取 $a=80$,将原数据都减去 80 得新数据及出现次数为:

新数据	20	10	0	−10	−20	−30
出现次数	6	15	18	6	3	2

$\therefore \overline{x'}=\frac{1}{50}[6\times20+15\times10+18\times0+6\times(-10)+3\times(-20)+2\times(-30)]=1.8$.

$\therefore \overline{x}=\overline{x'}+a=1.8+80=81.8$(分),

即这次测验全班的平均成绩为 81.8 分.

14.〔解析〕根据方差的定义,有

$\frac{1}{10}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_{10}-\overline{x})^2]=8$,

$\therefore \frac{1}{10}(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{10}^2)-\overline{x}^2=8$. ①

又$\because (x_1-3)^2+(x_2-3)^2+\cdots+(x_{10}-3)^2=120$,

$\therefore x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{10}^2-60\overline{x}+90=120$. ②

由①,②得 $\overline{x}^2-6\overline{x}+5=0$,解得 $\overline{x}=5$ 或 $\overline{x}=1$.

〔规律小结〕方差的计算可利用公式:$S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\overline{x}^2$,同学们可以自己给予证明.

四、创新题

11.〔解析〕对于没有具体给出每个数据的分组数据,一般都是采用组数据的中值作为本组数据的代表.

(1)$\overline{x}_1=\frac{1}{400}(20\times 350+60\times 650+\cdots+40\times 1550)=995$,

$S_1^2=\frac{1}{400}[20\times(350-995)^2+60\times(650-995)^2+\cdots+40\times(1550-995)^2]=83475$.

(2)$\overline{x}_2=\frac{1}{100}(5\times 350+10\times 650+\cdots+15\times 1550)=1040$,

$S_2^2=\frac{1}{100}[5\times(350-1040)^2+10\times(650-1040)^2+\cdots+15\times(1550-1040)^2]=90900$.

(3)$\overline{x}=\frac{1}{500}(25\times 350+70\times 650+\cdots+55\times 1550)=1004$,

$S^2=\frac{1}{500}[25\times(350-1004)^2+70\times(650-1004)^2+\cdots+55\times(1550-1004)^2]=85284$.

同步测试1　第一章单元测试

一、选择题

1.〔解析〕$\overline{x'}=\frac{1}{10}(1+2-3-1+5+7+10-7-9+8)=1.3$

$\therefore \overline{x}=\overline{x'}+80=81.3$

〔参考答案〕B.

2.〔解析〕$\overline{x}=2$.

$\therefore S^2=\frac{1}{7}[(1-2)^2+(3-2)^2+(5-2)^2+(2-2)^2+(0-2)^2+(-1-2)^2+(4-2)^2]=4$,

$\therefore S=2$.

〔参考答案〕D.

3.〔解析〕$\frac{1}{3}(a+b+c)=5$

$\therefore \overline{x}=\frac{1}{3}[(a-3)+(b-3)+(c-3)]$

$=\frac{1}{3}(a+b+c-9)$

$=5-3=2$

〔参考答案〕B.

4.〔解析〕从平均值及方差计算公式可看出,二者都改变.

〔参考答案〕B.

5.〔解析〕$\overline{x}_甲=86$,$\overline{x}_乙=78$.

故甲枪法命中率高.

〔参考答案〕A.

6.〔解析〕中间小正方形面积占11个小正方形面积的$\frac{1}{5}$,

$\therefore$频数占$\frac{1}{5}$,

$\therefore$频数为$160\times\frac{1}{5}=32$.故选A.

〔参考答案〕A.

7.〔解析〕设第6次成绩为x,前5次成绩和为$68\times 5=340$分.

$\therefore \frac{340+x}{6}\geqslant 70$,解得$x\geqslant 80$.

即第6次考试成绩至少80分.

〔参考答案〕D.

8.〔解析〕$\begin{cases}\frac{1}{5}(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)=20 & ①\\ \frac{1}{5}(40+x_2+x_3+x_4+x_5)=25 & ②\end{cases}$

②−①得 $x_1=15$.

〔参考答案〕C.

9.〔解析〕代入方差公式可解得.

〔参考答案〕A.

10.〔解析〕依据总体、个体、样本、样本容量定义.

〔参考答案〕C.

二、填空题

11.〔解析〕$50-6-20=24$.

〔参考答案〕24.

12.〔解析〕利用方差公式的变形 $S^2=\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}x_i^2-\overline{x}^2=4$,

$\therefore S=2$.

〔参考答案〕2.

13.〔解析〕$\begin{cases}\frac{1}{5}(a+4+2+5+3)=b & ① \\ 3a^2-4ab+b^2=0 & ②\end{cases}$

由②$(3a-b)(a-b)=0$,

$\therefore b=3a$ 或 $b=a$ 代入①

$a=1$ 或 $a=\frac{7}{2}$,

$\therefore S^2=1$ 或 $S^2=2$.

〔参考答案〕1 或 2.

14.〔解析〕是统计学的重要思想.

〔参考答案〕用样本特性去估记总体特性.

三、解答题

15.〔解析〕由于各年级的学习情况不同,因此应采取分层抽样的方法.由于青年志愿者由三个年级的学生组成,故分成三层进行抽样.

$\frac{50}{250}=\frac{1}{5}$,所以可在高一年级抽取 $88\times\frac{1}{5}=17.6\approx18$ 人;在高二年级抽取 $112\times\frac{1}{5}=22.4\approx22$ 人;在高三年级抽取 $50\times\frac{1}{5}=10$ 人.

16.〔解析〕$\frac{1}{4}(19+20+x+43)$

$=\frac{82+x}{4}=20+\frac{x+2}{4}\in\mathbf{N}$,

$\therefore x=4k-2$.

$\because 20<x<28$,

$\therefore k=6$ 或 $k=7$,

$\therefore x=22$ 或 $x=26$.

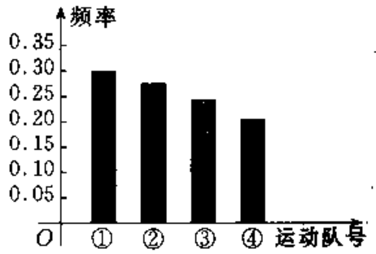
当 $x=22$ 时,$\overline{x}=26$,$S^2=97.5$;当 $x=26$ 时,

$\overline{x}=27$,$S^2=92.5$

17.〔解析〕(1)学生参加各种运动队的频率分布表如下:

	频数	频率
足球队①	30	0.30
篮球队②	27	0.27
排球队③	23	0.23
乒乓球④	20	0.20
合计	100	1.00

(2)所求作的频率分布条形图如下:



第二章　导　数

同步训练4　2.1　导数的背景

名题举例

〔例1〕

〔思路点拨〕由过曲线上点的切线斜率的定义知，在点(a,a^3)处的切线斜率为

$$k=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(a+\Delta x)^3-a^3}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{[a^3+3a^2\cdot\Delta x+3a(\Delta x)^2+(\Delta x)^3]-a^3}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}[3a^2+3a\cdot\Delta x+(\Delta x)^2]=3a^2.$$

故所求切线方程为$y-a^3=3a^2(x-a)$，即$y=3a^2x-2a^3$.

〔解后反思〕理解好切线定义.

〔例2〕

〔思路点拨〕(1)$\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{s(0+\Delta t)-s(0)}{\Delta t}=\frac{3\Delta t-(\Delta t)^2}{\Delta t}=3-\Delta t$.

当$\Delta t\to 0$时，$\frac{\Delta s}{\Delta t}\to 3$. 故初速度为$v_0=3$.

(2)$\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{s(2+\Delta t)-s(2)}{\Delta t}=-\Delta t-1$.

当$\Delta t\to 0$时，$\frac{\Delta s}{\Delta t}\to -1$. 故$t=2$时的瞬时速度为$v_2=-1$.

(3)$\bar{v}=\frac{s(2)-s(0)}{2}=\frac{6-4-0}{2}=1$，

即$t=0$到$t=2$时的平均速度为1.

〔解后反思〕注意理解速度的有关概念及极限的定义.

〔例3〕

〔思路点拨〕生产100件产品时，

总成本$C(100)=200+0.03\times 100^2=500$(元).

在这个基础上，产量增加Δx件，那么总成本就相应地增加到

$$C(100+\Delta x)$$
$$=200+0.03\times(100+\Delta x)^2$$
$$=500+6\Delta x+0.03(\Delta x)^2\text{(元)}.$$

总成本的改变量是

$$\Delta C=C(100+\Delta x)-C(100)$$
$$=6\Delta x+0.03(\Delta x)^2\text{(元)}.$$

增加部分的产品的平均成本是$\frac{\Delta C}{\Delta x}=6+0.03\Delta x$(元/件).

$\therefore$边际成本$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(6+0.03\Delta x)=6$(元/件).

题型设计与训练

一、选择题

1.〔解析〕$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{[2(1+\Delta x)^2-4]-[2\cdot 1^2-4]}{\Delta x}$

$=\frac{4\Delta x+2\Delta x^2}{\Delta x}=4+2\Delta x$

〔参考答案〕C.

2.〔解析〕切线斜率$k=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{2(1+\Delta x)^3-2\times 1^3}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(6+6\Delta x^2)=6$.

〔参考答案〕D.

3.〔解析〕依据平均速度定义.

〔参考答案〕A.

4.〔解析〕切线斜率$k=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\left[\frac{1}{2}(1+\Delta x)^2-2\right]-\left[\frac{1}{2}\times 1^2-2\right]}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\left(1+\frac{1}{2}\Delta x\right)=1$$

$\therefore$倾斜角$\alpha=45°$.

〔参考答案〕B.

5.〔解析〕瞬时速度$V=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{3(3+\Delta t)^2-3\times 3^2}{\Delta t}$

$=\lim\limits_{\Delta t\to 0}(18+3\Delta t)=18$.

〔参考答案〕B.

6.〔解析〕边际成本为：

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\frac{1}{4}(2+\Delta x)^2-\frac{1}{4}\times 2^2}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\left(1+\frac{1}{4}\Delta x\right)=1.$$

〔参考答案〕A.

7.〔解析〕极限值为0，说明切线倾斜角为0°，故切线与x轴平行或重合.

〔参考答案〕B.

8.〔解析〕匀速直线运动，瞬时速度与平均速度一定相等.

〔参考答案〕B.

二、填空题

9.〔解析〕$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{[42(1+\Delta x)^2+2]-[42\times 1^2+2]}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(84+42\Delta x)=84.$

〔参考答案〕84.

10.〔解析〕在点$(1,-1)$处的切线斜率

$k=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{[-2(1+\Delta x)^2+(1+\Delta x)]-[-2\times 1^2+1]}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(-2\Delta x-3)=-3,$

∴所求切线方程是 $y+1=-3(x-1)$，

即：$3x+y-2=0$.

〔参考答案〕$3x+y-2=0$.

11.〔解析〕$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{[(2+\Delta x)^3-2]-[2^3-2]}{\Delta x}$

$=(\Delta x)^2+6\cdot\Delta x+12.$

〔参考答案〕$(\Delta x)^2+6\cdot\Delta x+12$.

12.〔解析〕$\Delta y=f(0+\Delta x)-f(0)=(\Delta x)^3$，$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=(\Delta x)^2$.

当 Δx 无限趋近于 0 时，$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$无限趋近于常数 0，这说明割线会无限趋近于一个极限位置，即曲线在 $x=0$ 处的切线存在，此时切线的斜率为 0（$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$无限趋近于 0），又曲线过点$(0,0)$，故切线方程为 $y=0$.

〔参考答案〕$y=0$.

三、解答题

13.〔解析〕$\Delta C=3(30+\Delta q)^2+1-3\times 30^2-1=180\cdot\Delta q+3\cdot(\Delta q)^2$，∴$\dfrac{\Delta C}{\Delta q}=180+3\cdot\Delta q$.

当 Δq 无限趋近于 0 时，$\dfrac{\Delta C}{\Delta q}$无限趋近于 180，即 $q=30$ 时的边际成本为 180.

14.〔解析〕$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\dfrac{1}{(x+\Delta x)^2}-\dfrac{1}{x^2}}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{x^2-(x+\Delta x)^2}{\Delta x x^2(x+\Delta x)^2}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{-2x-\Delta x}{x^2(x+\Delta x)^2}$

$=\dfrac{-2x}{x^4}=-\dfrac{2}{x^3}.$

∵$x=1$，

∴切线在$(1,1)$处的斜率为-2，

∴曲线在点 $P(1,1)$处的切线方程为 $y-1=-2(x-1)$，即 $2x+y-3=0$.

三、提高题

15.〔解析〕由过曲线上点的切线斜率的定义知，$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{x+\Delta x}-\sqrt[3]{x}}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{0+\Delta x}-\sqrt[3]{0}}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\sqrt[3]{\dfrac{1}{(\Delta x)^2}}$

不存在，即切线的斜率不存在.

∵切线过点$(0,0)$，

∴所求切线为 y 轴，方程为 $x=0$.

〔规律小结〕曲线上一点处的导数不存在，即过该点的切线的斜率不存在，因此切线垂直于 x 轴，然后由该点坐标写出切线方程.

16.〔解析〕$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{(x+\Delta x)-x}{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x})}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{1}{\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x}}=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}.$

∵$y=x-1$ 的斜率为 1，又切线与直线 $y=x-1$ 平行，

∴曲线在点 P 处的切线的斜率为 1.

令 $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=1$，得　$x=\dfrac{1}{4}$. 这时，$y=\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}$.

∴点 P 的坐标为$\left(\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2}\right)$.

同步训练5　2.2　导数的概念

考题举例

〔例1〕

〔思路点拨〕
$$f'(1)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$$
$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\frac{1-(1+\Delta x)^3}{1-(1+\Delta x)^2}-\frac{3}{2}}{\Delta x}$$
$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{3\Delta x+(\Delta x)^2}{4\Delta x+2(\Delta x)^2}$$
$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{3+\Delta x}{4+2\Delta x}$$
$$=\frac{3}{4}.$$

〔解后反思〕要理解好导数定义.然后才能举一反三.

〔例2〕

〔思路点拨〕

(1)
$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2+a(x+\Delta x)+b-(x^2+ax+b)}{\Delta x}$$
$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{x^2+2x\cdot\Delta x+(\Delta x)^2+ax+a\cdot\Delta x+b-x^2-ax-b}{\Delta x}$$
$$=\lim_{\Delta x\to 0}(2x+a+\Delta x)=2x+a.$$

(2)
$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^4-x^4}{\Delta x}$$
$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{x^4+C_4^1\cdot x^3\cdot\Delta x+C_4^2\cdot x^2(\Delta x)^2+C_4^3\cdot x(\Delta x)^3+(\Delta x)^4-x^4}{\Delta x}$$
$$=\lim_{\Delta x\to 0}[C_4^1\cdot x^3+C_4^2\cdot x^2\cdot\Delta x+C_4^3\cdot x\cdot(\Delta x)^2+(\Delta x)^3]$$
$$=4x^3.$$

〔解后反思〕做此题的目的是加深对导数定义的理解.

题型设计与训练

一、选择题

1.〔解析〕自变量的增量 Δx 是正或负都可以,但不允许等于0.

〔参考答案〕D.

2.〔解析〕A选项中极限符号后面的分式中分母 Δx 前应加负号.

B选项中有A选项的错误,还有 $f(x_0)$ 前应是负号.

C选项中 $f(x_0)$ 前应是负号.

D选项可化为 $f'(x_0)=\dfrac{f(x_0-\Delta x)-f(x_0)}{-\Delta x}$.

〔参考答案〕D.

3.〔解析〕$x=x_0$ 附近是指区间 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$,其中 δ 可以是任意小的正数.

〔参考答案〕D.

4.〔解析〕$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(1+\Delta x)-f(1)}{3\Delta x}$
$$=\frac{1}{3}\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=\frac{1}{3}f'(1).$$

〔参考答案〕C.

5.〔解析〕由导数定义,可求得:

$f'(x)=a$　由 $f'(1)=2$ 知 $a=2$.

〔参考答案〕A.

6.〔解析〕由导数定义可求得.

〔参考答案〕C.

二、填空题

7.〔解析〕由导数定义求得

$f'(x)=3x^2$.又 $f'(x_0)=3$,

$\therefore 3x_0^2=3$,

$\therefore x_0=\pm 1$.

〔参考答案〕± 1.

8.〔解析〕依导数定义求得,$y'=2x-2$.

〔参考答案〕$2x-2$.

9.〔解析〕$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0-\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$
$$=-\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0-\Delta x)-f(x_0)}{-\Delta x}$$
$$=-f'(x_0)=-11.$$

〔参考答案〕-11.

10.〔解析〕由导数定义可得.

〔参考答案〕$3x^2+1$.

三、解答题

11.〔解析〕当 $x=1$,$\Delta x=0.1$ 时,

$\Delta y=2(1+0.1)^3-(1+0.1)^2+1-(2\times 1^3-1^2+1)=0.452$.

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{0.452}{0.1}=4.52$.

当 $x=1$ 时,
$$\Delta y=2(1+\Delta x)^3-(1+\Delta x)^2+1-(2\times 1^3-1^2+1)$$
$$=6\Delta x+6(\Delta x)^2+2(\Delta x)^3-2\Delta x-(\Delta x)^2$$
$$=4\Delta x+5(\Delta x)^2+2(\Delta x)^3,$$
$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=4+5\Delta x+2(\Delta x)^2,$$