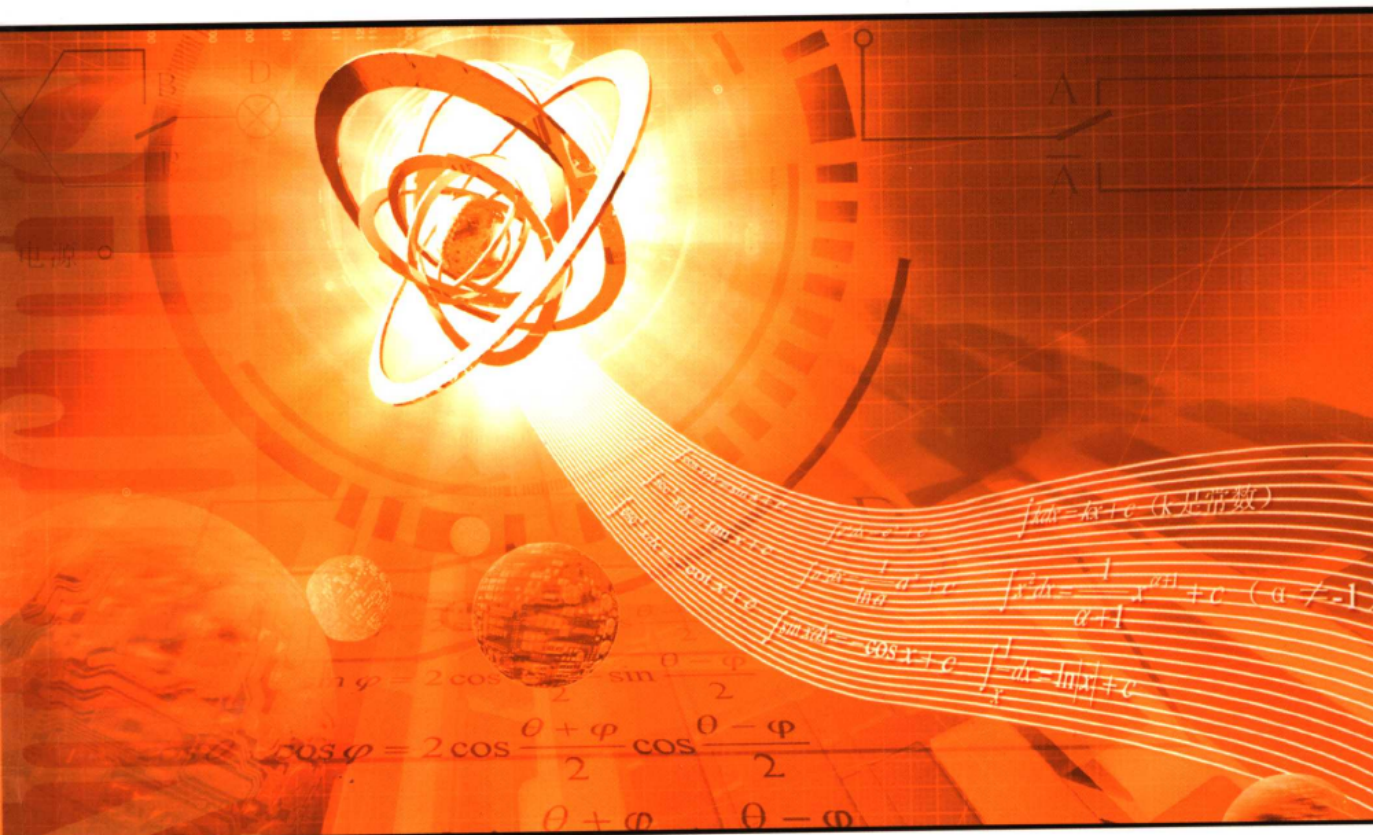


# 电路数学



钟建华 主编



人民邮电出版社  
POSTS & TELECOM PRESS

# 世纪英才模块式技能实训 中职系列教材

(电工电子类专业适用)

- 电路数学
- 电工实训基本功
- 电工电子元器件基础
- 电子元器件的识别与检测
- 复印机维修技能实训
- 电子实训基本功
- 电工基本理论
- 模拟电子技术

ISBN 7-115-14755-8



9 787115 147554 >

ISBN7-115-14755-8/TN · 2774

定价：16.50 元

世纪英才模块式技能实训·中职系列教材

# 电 路 数 学

钟建华 主编

人民邮电出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

电路数学/钟建华主编. —北京: 人民邮电出版社, 2006.7  
(世纪英才模块式技能实训中职系列教材)

ISBN 7-115-14755-8

I. 电... II. 钟... III. 电路—数学理论—专业学校—教材 IV. TM13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 041154 号

## 内 容 提 要

本书分为两大部分: 第一部分为初等数学 (第 1 章至第 5 章), 该部分结合电类专业学习的需要, 介绍了相关的数学基础知识; 第二部分为高等数学 (第 6 章至第 7 章), 该部分介绍了行列式与矩阵、微积分定理和公式, 重点讲述结论与方法, 使读者能够运用高等数学中有关概念和计算方法快速准确地解决电学中的一些实际问题。

本书可作为中等职业技术学校电工电子类专业的教材, 同时也可供从事电子技术的人员阅读参考。

世纪英才模块式技能实训·中职系列教材

### 电路数学

- 
- ◆ 主 编 钟建华  
责任编辑 付方明  
执行编辑 穆丽丽
  - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号  
邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn  
网址 <http://www.ptpress.com.cn>  
人民邮电出版社河北印刷厂印刷  
新华书店总店北京发行所经销
  - ◆ 开本: 787×1092 1/16  
印张: 10.25  
字数: 251 千字  
印数: 1-5 000 册
- 2006 年 7 月第 1 版  
2006 年 7 月河北第 1 次印刷

ISBN 7-115-14755-8/TN · 2774

定价: 16.50 元

读者服务热线: (010) 67129264 印装质量热线: (010) 67129223

世纪英才模块式技能实训·中职系列教材

**编 委 会**

(电工电子类专业)

**主 任:** 王国玉 杨承毅

**编 委:** 江华圣 程立群 李世英 柳其春  
王奎英 易法刚 李中显 陈子聪  
张自蕴 王诗平 钟建华 刘起义

**策 划:** 丁金炎 刘玲莉

# 丛书前言

国家《关于大力发展职业教育的决定》的文件中指出,“职业院校要根据市场和社会需要,不断更新教学内容,合理调整专业结构,大力发展新兴产业和现代服务业的专业,大力推进精品专业、精品课程和教材建设”,这不仅给职业院校的办学,同时也为我们开发职业教育教材指明了前进的方向。

对职业教育而言,满足国民经济发展的需要才是职业教育真正的主题。职业教育活动围绕着专业技能的需要而展开,这不仅是就业市场的需求,也是职业院校办学理念上的回归。职业院校“以就业为导向”的办学方针,意味着职业教育办学者必须树立向市场靠拢的职教理念,探索与之对应的职教模式。

本系列教材是我们借鉴加拿大 CBE (Competency-Based Education) 教学思想的一次实践,也是借 DACUM 方法来开发教学计划的具体探索。系列教材包括专业基本理论、专业群技术基本功和专业技能实训 3 个类别。新编教材忠实贯彻了“以就业为导向”的指导思想,克服了“过多强调学科性”及“盲目攀高升格”的倾向,重视知识、技能传授的宏观设计及整体效果,改变了中职教材在原学科体系基础上加加减减的编写方法。

与当今市面上的同类教材相比,本系列教材的主要特点有:

- (1) 教材结构“模块化”。一个模块一个知识点,重点突出,主题鲜明。
- (2) 教材内容“弹性化”。以适应全国各地“生源”水平的差异和订单式职业教育的不同需求。
- (3) 教学内容“本体化”。教材内容不刻意向其他学科扩展,追求系列教材的组合效应。
- (4) 合理控制教学成本。如今,不计教学成本的时代已经离去,针对中职教育投资不足的现状,本系列教材要求作者对每一个技能实训的成本做出估算,以控制教学成本。
- (5) 针对目前中职学生的认知特点,本系列教材强调图文并茂、直观明了、便于自学,充分体现“以学生为本”的教学思想。

综上所述,本系列教材是符合当今中等职业教育发展方向的一个有潜在价值的教学模式。本系列教材的作者都是长期担任相关课程教学工作的有工程背景的教师,他们不仅具备扎实的理论功底,还在职业技能方面积累了丰富的经验。正是由于本系列教材的作者们具备了这些条件,才有了本系列教材的高质量出版。

总之,本系列教材的出版价值不仅在于它贯彻了国家教育部对于中等职业教育的改革思想,而且与当前就业单位“招聘的人能立即上岗”的要求合拍,并为学生毕业后在电工电子类各专业间转岗奠定了最基本的知识和技能基础。同时其新(新思想、新技术、新面貌)、实(贴近实际、贴近国家职业资格标准)、简(文字简洁、风格明快)的编写风格令人耳目一新。

如果您对这个系列的教材有什么意见和建议,或者您也愿意参与到这个系列教材中其他专业课教材的编写,可以发邮件至 [wuhan@ptpress.com.cn](mailto:wuhan@ptpress.com.cn) 与我们联系,也可以进入本系列教材的服务网站 [www.ycbook.com.cn](http://www.ycbook.com.cn) 留言。

# 前 言

本书是在“职业教育基础课学习为专业教学服务”的指导思想下,根据当前中等职业学校学生的实际情况,以及电类专业所必须构建的数学知识框架,定位于“强基础,重实践,易操作,可拓展”的平台上编写而成的。目前,本书已列入“世纪英才 NEW IDEA INSIDE”教材建设工程(详情可访问 [www.ycbook.com.cn](http://www.ycbook.com.cn))。

本书分为两大部分。初等数学部分(第1章至第5章)作为基础知识是全书的重点,这部分为读者提供必要的理论基础,并具有鲜明的时代性和现代职业技术性。如逻辑代数和二、八、十六进制的引入,三角函数、向量、复数章节中选用的一些与电类有关的既有个性又有普遍性的例题与习题,将会使读者深切感受到数学作为一种有效工具在电学中有着多么广泛的运用,从而体会到掌握相关数学知识的重要性。高等数学部分(第6章至第7章)介绍了行列式与矩阵、微积分初步定理和公式,主要要求掌握结论与方法,使读者能够运用高等数学中的有关概念和计算方法快速准确地解决电学中的一些实际问题。

本书为模块式结构编排,其内容删繁就简,阐述独到,是一本易教易学的专业性数学教材。希望读者在学习本书后能够为今后进一步学习相关专业课程或在实际应用方面打下一定的基础。

本书由武汉市第二职业教育中心学校钟建华老师主编,此外,参编的人员还有武汉市电子信息技术职业学校的方世芳老师、武汉市第一轻工业学校的饶青老师。本书由原武汉市中等职业教育数学教研中心主任张帆老师和武汉铁路职业技术学院杨承毅老师担任主审。本书在编写过程中参考并吸收了有关教材及著作的成果,在此对为本书做出贡献的同志表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,书中缺点和错误之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

编 者

# 目 录

|                     |    |
|---------------------|----|
| 第 1 章 集合与逻辑代数基础     | 1  |
| 1.1 集合的概念           | 1  |
| 1.2 集合的运算           | 3  |
| 1.3 二进位制            | 6  |
| 1.4 八进位制与十六进位制      | 9  |
| 1.5 逻辑变量与逻辑运算       | 12 |
| 1.6 逻辑运算律与简单电路设计    | 16 |
| 本章小结                | 19 |
| 复习题一                | 20 |
| 第 2 章 函数            | 22 |
| 2.1 函数的概念及表示法       | 22 |
| 2.2 函数的性质           | 24 |
| 2.3 分段函数            | 27 |
| 本章小结                | 30 |
| 复习题二                | 31 |
| 第 3 章 幂函数、指数函数、对数函数 | 33 |
| 3.1 指数              | 33 |
| 3.2 幂函数             | 35 |
| 3.3 指数函数            | 38 |
| 3.4 对数              | 40 |
| 3.5 对数函数            | 45 |
| 3.6 指数函数与对数函数的应用    | 47 |
| 本章小结                | 50 |
| 复习题三                | 51 |
| 第 4 章 三角函数          | 53 |
| 4.1 角的概念的推广         | 53 |
| 4.2 任意角的三角函数        | 56 |
| 4.3 同角三角函数的基本关系式    | 59 |
| 4.4 诱导公式            | 61 |
| 4.5 两角和与差的三角函数      | 64 |
| 4.6 二倍角的三角函数        | 67 |
| 4.7 三角函数的和差化积与积化和差  | 69 |

|            |                                         |            |
|------------|-----------------------------------------|------------|
| 4.8        | 三角函数的图像和性质                              | 71         |
| 4.9        | 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像 | 76         |
| 4.10       | 已知三角函数值求角                               | 79         |
| 4.11       | 三角函数在电学中的应用                             | 81         |
|            | 本章小结                                    | 83         |
|            | 复习题四                                    | 85         |
| <b>第5章</b> | <b>平面向量与复数</b>                          | <b>88</b>  |
| 5.1        | 向量的概念                                   | 88         |
| 5.2        | 向量的线性运算                                 | 91         |
| 5.3        | 向量的坐标运算                                 | 96         |
| 5.4        | 向量的数量积                                  | 99         |
| 5.5        | 正弦定理和余弦定理                               | 102        |
| 5.6        | 向量在电学中的应用                               | 104        |
| 5.7        | 复数的概念                                   | 106        |
| 5.8        | 复数的运算                                   | 110        |
| 5.9        | 复数的三角形式和指数形式                            | 113        |
| 5.10       | 复数在电学中的应用                               | 117        |
|            | 本章小结                                    | 119        |
|            | 复习题五                                    | 121        |
| <b>第6章</b> | <b>行列式与矩阵</b>                           | <b>124</b> |
| 6.1        | 行列式的概念及运算                               | 124        |
| 6.2        | 矩阵及其初等变换                                | 128        |
|            | 本章小结                                    | 132        |
|            | 复习题六                                    | 133        |
| <b>第7章</b> | <b>微积分基础</b>                            | <b>134</b> |
| 7.1        | 导数的概念                                   | 134        |
| 7.2        | 导数的运算法则                                 | 136        |
| 7.3        | 微分                                      | 138        |
| 7.4        | 导数的应用                                   | 140        |
| 7.5        | 积分学在电学中的应用                              | 142        |
| 7.6        | 傅里叶级数简介                                 | 146        |
|            | 本章小结                                    | 149        |
|            | 复习题七                                    | 151        |
| <b>附录</b>  | <b>常用积分公式</b>                           | <b>153</b> |

# 第 1 章

## 集合与逻辑代数基础

集合是数学中重要的基本概念，逻辑代数是现代数学分支——数理逻辑的最基本的组成部分，在电学中有着重要的应用。本章主要学习集合与逻辑代数的基础知识，以提高我们运用数学语言理解和处理问题的能力。

### 1.1 集合的概念

考察下面几组对象：

- (1) 某校的全体学生；
- (2) 某校图书馆的全部藏书；
- (3) 小于 100 的所有自然数；
- (4) 方程  $x^2 - 3x + 2 = 0$  的所有解；
- (5) 到一个角的两边距离相等的所有的点。

它们是由一些事物组成的整体，称为**集合**，而这些事物中的每一个对象称为这个集合的**元素**。如例子中 (1) 是由某校的全体学生组成的集合，这所学校的任何一个学生都是这个集合的元素。

对于一个给定集合，其中的元素是确定的。就是说，任何一个对象或者是这个给定集合的元素，或者不是它的元素。例如 (3) 中，99 是“小于 100 的所有自然数”这个集合中的元素，而 100 则不是这个集合的元素。

对于一个给定集合，其中的元素是互异的，且与排列次序无关。

也就是说，集合中的元素具有：**确定性**，**互异性**，**无序性**。

集合通常用大写英文字母  $A, B, C, \dots$  表示。

用小写字母  $a, b, c, \dots$  表示集合的元素。

如果  $a$  是集合  $A$  的元素，记为“ $a \in A$ ”，读作“ $a$  属于  $A$ ”；如果  $a$  不是集合  $A$  的元素，记为“ $a \notin A$ ”，读作“ $a$  不属于  $A$ ”。

由数组成的集合称为**数集**，常用数集及其记法如下：

自然数集，记为  $\mathbf{N}$ ；

正整数集，记为  $\mathbf{N}^*$  或  $\mathbf{N}_+$ ；

整数集，记为  $\mathbf{Z}$ ；

有理数集, 记为  $\mathbf{Q}$ ;

实数集, 记为  $\mathbf{R}$ .

集合的表示方法, 常用的有列举法和描述法.

列举法是把集合中的元素一一列举出来写在大括号内的方法, 例如, 方程  $x^2 - 3x + 2 = 0$  的所有解组成的集合可以表示为  $\{1, 2\}$ .

描述法是把集合中元素的公共属性描述出来, 写在大括号内的方法. 这时往往在大括号内先写上这个集合元素的一般形式, 再画一条竖线, 在竖线右边写上这个集合元素的公共属性. 例如, 不等式  $x - 3 > 2$  的解集可以表示为

$$\{x \mid x - 3 > 2\}$$

又如, 方程  $x^2 - 3x + 2 = 0$  的所有解组成的集合可以表示为  $\{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ .

一般地, 含有有限个元素的集合称为有限集, 含有无限个元素的集合称为无限集, 不含任何元素的集合称为空集, 记为  $\emptyset$ .

集合与集合之间, 存在着“包含”与“相等”关系, 如设  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $A$  是集合  $B$  的一部分, 我们就说集合  $B$  包含集合  $A$ .

一般地, 对于两个集合  $A$  与  $B$ , 如果集合  $A$  的任何一个元素都是集合  $B$  的元素, 那么集合  $A$  称为集合  $B$  的子集, 记作

$$A \subseteq B (\text{或 } B \supseteq A)$$

读作“ $A$  含于  $B$ ”, 或“ $B$  包含  $A$ ”.

空集  $\emptyset$  是任何集合的子集, 即对任何一个集合  $A$ , 有

$$\emptyset \subseteq A$$

任何集合是它本身的子集, 即

$$A \subseteq A$$

对于两个集合  $A$  与  $B$ , 如果  $A$  的任何一个元素都是  $B$  的元素, 同时集合  $B$  的任何一个元素都属于  $A$ , 那么称  $A$  与  $B$  相等, 记作

$$A = B$$

对于两个集合  $A$  与  $B$ , 如果  $A \subseteq B$ , 并且有  $A \neq B$ , 那么称  $A$  是  $B$  的真子集, 记为

$$A \subsetneq B (\text{或 } B \supsetneq A)$$

**【例】** 写出集合  $\{a, b\}$  的所有的子集, 并指出其中哪些是真子集.

**解** 集合  $\{a, b\}$  的所有子集是  $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$ , 其中  $\emptyset, \{a\}, \{b\}$  是它的真子集.

## 课堂练习

1. (口答) 下面集合里的元素是什么?

(1) 大于 3 小于 11 的偶数;

(2) 平方后等于 1 的数;

(3) 中国古代四大发明;

(4) 组成中国国旗图案的颜色.

2. 用符号  $\in$  或  $\notin$  填空.

$$1 \text{ \_\_\_\_\_\_ } \mathbf{N}, \quad 0 \text{ \_\_\_\_\_\_ } \mathbf{N}, \quad -3 \text{ \_\_\_\_\_\_ } \mathbf{N}, \quad \sqrt{2} \text{ \_\_\_\_\_\_ } \mathbf{N},$$

$$1 \text{ \_\_\_\_\_\_ } \mathbf{Z}, \quad 0 \text{ \_\_\_\_\_\_ } \mathbf{Z}, \quad -3 \text{ \_\_\_\_\_\_ } \mathbf{Z}, \quad \sqrt{2} \text{ \_\_\_\_\_\_ } \mathbf{Z},$$

$$1 \text{ \_\_\_\_\_\_ } \mathbf{Q}, \quad 0 \text{ \_\_\_\_\_\_ } \mathbf{Q}, \quad -3 \text{ \_\_\_\_\_\_ } \mathbf{Q}, \quad \sqrt{2} \text{ \_\_\_\_\_\_ } \mathbf{Q},$$

1 \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ ,     0 \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ ,      $-3$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ ,      $\sqrt{2}$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ .

3. 用列举法表示下述集合:

- (1) 前 8 个正整数组成的集合;
- (2) 方程  $x+2=0$  的解集;
- (3) 由小于 10 的质数组成的集合;
- (4) 9 的平方根组成的集合.

4. 用描述法表示下述集合:

- (1) 大于 2 的所有实数组成的集合;
- (2) 不等式  $x-3<0$  的解集;
- (3) 所有正偶数组成的集合;
- (4) 所有正奇数组成的集合.

5. 写出集合  $\{1, 2\}$  的所有子集.

6. 用适当符号 ( $\in$ ,  $\notin$ ,  $=$ ,  $\subseteq$ ,  $\supseteq$ ) 填空:

- (1)  $a$  \_\_\_\_\_  $\{a\}$ ;                      (5)  $\{a\}$  \_\_\_\_\_  $\{a, b, c\}$ ;
- (2)  $a$  \_\_\_\_\_  $\{a, b, c\}$ ;                (6)  $\emptyset$  \_\_\_\_\_  $\{1, 2, 3\}$ ;
- (3)  $d$  \_\_\_\_\_  $\{a, b, c\}$ ;                (7)  $\{3, 5\}$  \_\_\_\_\_  $\{1, 3, 5, 7\}$ ;
- (4)  $\{a, b\}$  \_\_\_\_\_  $\{b, a\}$ ;            (8)  $\{2, 4, 6, 8\}$  \_\_\_\_\_  $\{2, 8\}$ .

## 习题 1.1

1. 用符号 “ $\in$ ” 或 “ $\notin$ ” 填空:

- (1) 若  $A = \{x | x^2 = x\}$ , 则  $-1$  \_\_\_\_\_  $A$ ;
- (2) 若  $B = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$ , 则  $3$  \_\_\_\_\_  $B$ ;
- (3) 若  $C = \{x | 1 \leq x \leq 10\}$ , 则  $8$  \_\_\_\_\_  $C$ ;
- (4) 若  $D = \{x \in \mathbf{Z} | -2 < x < 3\}$ , 则  $1.5$  \_\_\_\_\_  $D$ .

2. 把下列各集合用另外一种方法表示出来:

- (1)  $\{\text{太阳系的九大行星}\}$ ;
- (2)  $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ ;
- (3)  $\{x | x^2 - 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ ;
- (4)  $\{x \in \mathbf{N} | 3 < x < 7\}$ .

3. 判断下列各题表示的关系是否正确:

- (1)  $\{2, 4, 6\} \subseteq \{2, 3, 4, 5\}$ ;
- (2)  $\{x | |x| = 5\} = \{x | x^2 = 25\}$ ;
- (3)  $6 \in \{6\}$ ;
- (4)  $2 \subseteq \{1, 2, 3\}$ ;
- (5)  $\emptyset \subseteq \{0\}$ .

4. 写出  $A = \{a, b, c\}$  的所有子集和真子集.

## 1.2 集合的运算

先看下面的例子.

设集合  $A = \{3, 5, 6, 8\}$ ,  $B = \{5, 7, 8, 10\}$ , 把属于  $A$  且属于  $B$  的所有元素组成一个新的集合  $C = \{5, 8\}$ , 把  $A$  与  $B$  的元素合并在一起又可以组成一个新的集合  $D = \{3, 5, 6, 7, 8, 10\}$ , 由此我们引入交集与并集的定义.

一般地, 由所有属于集合  $A$  且属于集合  $B$  的元素所组成的集合, 叫做  $A$  与  $B$  的交集, 记为  $A \cap B$ , 读作“ $A$  交  $B$ ”, 即

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

于是,  $A \cap A = A$ ,  $A \cap \emptyset = \emptyset$ ,  $A \cap B = B \cap A$ .

图 1-1 中的阴影部分表示集合  $A$  与  $B$  的交集.

而由所有属于集合  $A$  或属于集合  $B$  的元素所组成的集合, 叫做  $A$  与  $B$  的并集, 记作  $A \cup B$ , 读作“ $A$  并  $B$ ”, 即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

由并集定义, 有  $A \cup B = B \cup A$ ,  $A \cup A = A$ ,  $A \cup \emptyset = A$ .

图 1-2 中的阴影部分表示集合  $A$  与  $B$  的并集.

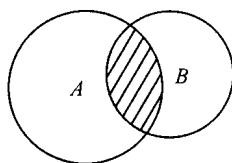


图 1-1

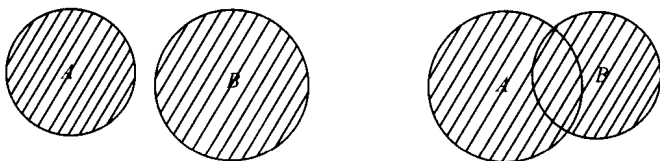


图 1-2

**【例 1】** 设  $A = \{3, 5, 6, 8\}$ ,  $B = \{4, 6, 7, 8\}$ , 求  $A \cap B$  和  $A \cup B$ .

解  $A \cap B = \{6, 8\}$ ;

$$A \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

**【例 2】** 设  $A = \{x \mid x > -2\}$ ,  $B = \{x \mid x < 3\}$ , 求  $A \cap B$  和  $A \cup B$ .

解  $A \cap B = \{x \mid x > -2\} \cap \{x \mid x < 3\} = \{x \mid -2 < x < 3\}$ ;

$$A \cup B = \{x \mid x > -2\} \cup \{x \mid x < 3\} = \mathbf{R}.$$

我们在研究一些集合时, 常常在某个给定的集合里进行讨论, 这些集合都是某个给定的集合的子集, 这个给定的集合可以看作一个全集, 通常用  $U$  表示全集, 例如, 在研究数集时, 一般把实数集  $\mathbf{R}$  作为全集.

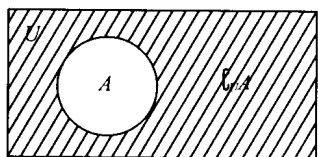


图 1-3

如图 1-3 所示, 如果长方形的内部表示全集  $U$ , 集合  $A$  是  $U$  的子集, 那么由  $U$  中不属于子集  $A$  的所有元素组成的集合, 称为  $A$  在  $U$  中的补集, 记作  $\complement_U A$ , 即

$$\complement_U A = \{x \mid x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$$

由补集定义, 有  $A \cup \complement_U A = U$ ,  $A \cap \complement_U A = \emptyset$ ,  $\complement_U (\complement_U A) = A$ .

**【例 3】** 设  $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ ,  $A = \{a, d, f\}$ , 求  $\complement_U A$ .

解  $\complement_U A = \{b, c, e\}$ .

**【例 4】** 设全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $B = \{x \mid -1 < x < 6\}$ , 求  $\complement_U B$ .

解  $\complement_U B = \{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 6\}$ , 如图 1-4 所示.

在集合的表示中常用区间的概念.

设  $a, b$  是两个实数, 而且  $a < b$ , 我们规定:



图 1-4

(1) 满足  $a \leq x \leq b$  的实数  $x$  的集合叫做闭区间，表示为  $[a, b]$ ，如图 1-5 (a) 所示；

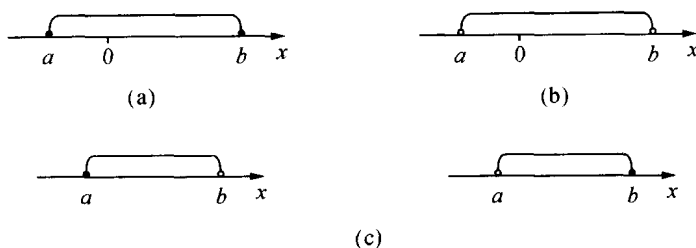


图 1-5

(2) 满足  $a < x < b$  的实数  $x$  的集合叫做开区间，表示为  $(a, b)$ ，如图 1-5 (b) 所示；

(3) 满足  $a \leq x < b$  或  $a < x \leq b$  的实数  $x$  的集合叫做半开半闭区间，分别表示为  $[a, b)$ 、 $(a, b]$ ，如图 1-5 (c) 所示。

这里的实数  $a$  与  $b$  都叫做相应的区间的端点。

图中实心点表示包括在区间内的端点，空心点表示不包括在区间内的端点。

实数集  $\mathbf{R}$  也可以用区间表示为  $(-\infty, +\infty)$ ，“ $\infty$ ”读作“无穷大”，“ $-\infty$ ”读作“负无穷大”，“ $+\infty$ ”读作“正无穷大”。我们还可以把满足  $x \geq a$ 、 $x > a$ 、 $x \leq b$ 、 $x < b$  的实数  $x$  的集合分别表示为  $[a, +\infty)$ 、 $(a, +\infty)$ 、 $(-\infty, b]$ 、 $(-\infty, b)$ 。

## 课堂练习

1. 在空格中填写适当的集合：

- (1)  $\{6, 7, 8, 9\} \cap \{5, 6, 7\} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (2)  $\{a, c, f\} \cap \{b, d, e\} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (3)  $\{1, 3, 5, 6\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (4)  $A \cap \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 在下列各小题中，求  $A \cap B$ ：

- (1)  $A = \{x \mid x \geq -2\}$ ,  $B = \{x \mid x \leq 5\}$ ;
- (2)  $A = \{x \mid x^2 = 16\}$ ,  $B = \{x \mid x + 4 = 0\}$ ;
- (3)  $A = \{x \mid x \text{ 是锐角三角形}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{ 是钝角三角形}\}$ .

3. 在空格上填写适当的集合：

- (1)  $\{1, 3, 4, 5\} \cup \{1, 3, 5, 7, 9\} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (2)  $\{a, b, c, d\} \cup \{b, d, f, g\} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (3)  $\{1, 3, 5, 7\} \cup \{2, 4, 6, 8\} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (4)  $A \cup \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 在下列各小题中求  $A \cup B$ ：

- (1)  $A = \{x \mid x + 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x \mid x - 1 > 0\}$ ;
- (2)  $A = \{x \mid x^2 = 16\}$ ,  $B = \{x \mid x + 4 = 0\}$ ;
- (3)  $A = \{x \mid x \text{ 是平行四边形}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{ 是矩形}\}$ .

5. 设  $U = \{x \mid x \text{ 是小于 9 的正整数}\}$ ,  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ , 求  $A \cap B$ ,  $\complement_U(A \cap B)$ .

## 习题 1.2

1. 设  $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{x \mid x > 0\}$ , 则  $A \cap B$  \_\_\_\_\_;  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_.
2. 设  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$ ,  $C = \{0, 3, 6\}$ , 则  $A \cap C =$  \_\_\_\_\_;  $(A \cup B) \cap C =$  \_\_\_\_\_;  $(A \cap C) \cup (B \cap C) =$  \_\_\_\_\_.
3. 设  $A = \{(x, y) \mid 3x + 2y = 4\}$ ,  $B = \{(x, y) \mid 2x + 3y = 1\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.
4. 设  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x \mid x \leq -3\}$ ,  $B = \{x \mid x > 2\}$ , 求  $\complement_U A$ ,  $\complement_U B$  及  $\complement_U A \cap \complement_U B$  (用区间表示).
5. 设  $A = \{\text{直角三角形}\}$ ,  $B = \{\text{等腰三角形}\}$ ,  $C = \{\text{三角形}\}$ , 求  $A \cap B$  和  $A \cup B \cup C$ .
6. 设  $S = \{x \mid x \leq 3\}$ ,  $T = \{x \mid x < 1\}$ , 求  $S \cap T$  和  $S \cup T$ , 并在数轴上表示出来.

## 1.3 二 进 位 制

在数字系统中存在着两种类型的运算, 即逻辑运算和算术运算, 这两种运算都与数有着密切的关系. 用一组统一的符号和规则来表示数的方法, 称为进位计数制, 简称数制. 常用的数制为十进制, 即用 10 个有序的数字符号 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 和一个小数点符号 “.”, 按“逢十进一”的规则进行组合.

例如 326.52, 其中各位数字代表的意义如下:

$$\begin{array}{cccccc} 3 & & 2 & & 6 & & 5 & & 2 \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ 3 \times 100 & & 2 \times 10 & & 6 \times 1 & & 5 \times \frac{1}{10} & & 2 \times \frac{1}{100} \end{array}$$

可以看出, 处在不同位置的数字符号, 有着不同的意义, 或者说各位的权不同, 十进制数 326.52 从左到右各位的权分别是  $10^2$ 、 $10^1$ 、 $10^0$ 、 $10^{-1}$ 、 $10^{-2}$ , 这样 326.52 按权展开的形式如下:

$$326.52 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$$

这样看来, 一种进位计数制包含两个基本因素: **基数和位权**.

(1) **基数**: 一个数制中所允许使用的数字符号的个数称为该数制的基数, 如十进制的基数是 10.

(2) **位权**: 在一个进位计数制中, 表示数时不同数位上的固定常数称为位权, 如十进制的个位权为  $10^0$ .

### 1. 二进制制

当进位基数是 2 时, 称为二进制计数制, 简称二进制. 它是数字系统中被广泛采用的一种数制, 在二进制中只有 0、1 两个数字符号, 如  $(1101)_2$ , 就是一个二进制数.

二进制的计数规则是“逢二进一”, 即每位计满 2 就向相邻高位进 1. 表 1-1 是二进制数与十进制数的前 10 个自然数的对照表.

表 1-1

二进制数与十进制数的前 10 个自然数的对照表

| 十 进 制 | 二 进 制 |
|-------|-------|
| 0     | 0     |
| 1     | 1     |
| 2     | 10    |
| 3     | 11    |
| 4     | 100   |
| 5     | 101   |
| 6     | 110   |
| 7     | 111   |
| 8     | 1000  |
| 9     | 1001  |

## 2. 二进制与十进制的转换

把一个二进制数改写成十进制数，只要把这个二进制数写成不同数位上的基数与 2 的幂的乘积的和的形式即可，即按权展开。如  $(10011.01)_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = (19.25)_{10}$ 。

把一个十进制数改写成二进制数，可以采用“除 2 取余法”，即用 2 连续除十进制数，然后把每次所得的余数按自下到上的顺序依次写出来。如把 39 转化为二进制数，具体步骤如下：

$$\begin{array}{rcl}
 2 & \overline{) 39} & \text{余 } 1 \\
 2 & \overline{) 19} & \text{余 } 1 \\
 2 & \overline{) 9} & \text{余 } 1 \\
 2 & \overline{) 4} & \text{余 } 0 \\
 2 & \overline{) 2} & \text{余 } 0 \\
 2 & \overline{) 1} & \text{余 } 1 \\
 & 0 & 
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \uparrow \\
 \text{(最高位)}
 \end{array}$$

$$\therefore (39)_{10} = (100111)_2.$$

又如把 0.25 转化为二进制数，利用“乘 2 顺取整法”，即将十进制小数部分逐次乘以基数，然后顺次写出整数。

$$\begin{array}{r}
 0.25 \\
 \times 2 \\
 \hline
 0.50 \\
 \times 2 \\
 \hline
 1.00
 \end{array}$$

$$\therefore (0.25)_{10} = (0.01)_2.$$

## 3. 二进制的四则运算

二进制的一位数加法：

$$0+0=0 \quad 0+1=1$$

$1+0=1$        $1+1=10$  (同时向相邻高位进 1)

二进制的一位数减法:

$0-0=0$        $0-1=1$  (同时向相邻高位借 1)

$1-0=1$        $1-1=0$

二进制的一位数乘法:

$0\times 0=0$        $0\times 1=0$

$1\times 0=0$        $1\times 1=1$

二进制的一位数除法:

$0\div 1=0$        $1\div 1=1$

**【例 1】** 计算  $(101)_2 + (110)_2$

解

$$\begin{array}{r} 101 \\ + 110 \\ \hline 1011 \end{array}$$

原式  $= (1011)_2$ .

**【例 2】** 计算  $(10100)_2 - (1110)_2$

解

$$\begin{array}{r} 10100 \\ - 1110 \\ \hline 110 \end{array}$$

原式  $= (110)_2$ .

**【例 3】** 计算  $(1110)_2 \times (1101)_2$

解

$$\begin{array}{r} 1110 \\ \times 1101 \\ \hline 1110 \\ 0000 \\ 1110 \\ 1110 \\ \hline 10110110 \end{array}$$

原式  $= (10110110)_2$ .

**【例 4】** 计算  $(11100)_2 \div (1001)_2$

解

$$\begin{array}{r} 11 \\ 1001 \overline{) 11100} \\ \underline{1001} \phantom{0} \\ 1010 \phantom{0} \\ \underline{1001} \phantom{0} \\ 1 \phantom{0} \end{array}$$

原式  $= (11)_2 \cdots \cdots (1)_2$ .

### 课堂练习

1. 把下面的二进制数改写为十进制数:

(1)  $(101)_2$ ;      (2)  $(1010)_2$ ;      (3)  $(11101)_2$ ;