



湖北省精品课程教材

21 世纪高职高专数学系列教材

高等数学

第一册 (第三版)

龚友运 郭炳艳 盛集明 主编

GAO DENG SHU XUE

华中科技大学出版社

[http:// www.hustp.com](http://www.hustp.com)

湖北省精品课程教材
21 世纪高职高专数学系列教材

高等数学

第一册

(第三版)

主 编 龚友运 郭炳艳 盛集明
主 审 朱永银 吴高岭

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学·第一册(第三版)/龚友运 郭炳艳 盛集明 主编
武汉:华中科技大学出版社,2006年9月

ISBN 7-5609-3820-5

I. 高…

II. ①龚… ②郭… ③盛…

III. 高等数学-高等学校-教材

IV. O13

高等数学·第一册(第三版) 龚友运 郭炳艳 盛集明 主编

责任编辑:徐正达 柯 贝
责任校对:周 娟

封面设计:刘 卉
责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录 排:佳年华科技有限公司

印 刷:湖北新华印务有限公司

开本:850×1168 1/32

印张:10

字数:235 000

版次:2006年9月第3版

印次:2006年9月第1次印刷

定价:17.80元

ISBN 7-5609-3820-5/O·395

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 简 介

本书是“21 世纪高职高专数学系列教材”之一,内容包括函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分及其应用等5章,带“*”的章节,供不同专业选学.每节附有习题;每章末对内容进行了小结,并配有与内容紧密联系的复习题和阅读材料;书末附有所有习题的答案.附录中介绍了高等数学软件包 Mathematica 和简易积分表.

本书可作为高职高专学校文、理科专业的教材,也可供高等师范专科学校非数学专业使用.

21 世纪高职高专数学系列教材 编审委员会

顾 问	齐民友	费浦生	
主 任	安志鹏		
副主任	朱永银	李乐成	袁黎明
	马晓明	龚友运	杨绍业
秘书长	魏 莹		
委 员	(以姓氏笔画为序)		
	王 玲	向世斌	罗银舫
	孙长国	易同贺	刘古胜
	匡水发	李学银	欧阳兴
	郭文秀	郭炳艳	盛集明
	彭瑞华	康希祁	

序

在“21 世纪高职高专数学系列教材”即将出版之际，我谈几点意见，作为这套系列教材的序。

高等职业教育的出现是我国高等教育改革发展中的大事。高职应该办好，办出特色，真正培养出高素质的复合型、应用型人才。近来报纸上有很多讨论有关问题的文章，其中提到在发达国家高级技工的比例占到 40%，而我国只有百分之几。这一现象已经严重地影响了国民经济的发展。高职院校虽然不是培养高级技工的场所，但它培养的各类技术人才，将会弥补这个不足，使“高学历”人才与“应用型”人才的比例趋向合理。目前有一种追求“高学历”教育的倾向，用一句话来概括，就是中国的高等教育重心偏高。有一种流传很广的成见，认为“高学历等于高质量”，实践证明这是不对的。过分强调高学历，反而会造成有限教育资源的极大浪费。

近年来，人们又开始讨论所谓高等教育大众化的问题。高等教育由以前的“精英教育”向“大众化教育”转变，这是高等教育发展的必然结果。这样一来，不免使人怀疑，便有了这是不是以数量换质量的说法。由于进入高等学校的学生越来越多，录取分数线一定会下降，这也会引起人们的疑惑：入学分数较低的学生质量是不是一定就差？这种误解与“高学历等于高质量”的性质是相同的。教育的功能在于，能用有限的资源把更多的学生提高到更

高的水平。因此,我提出这样一个问题:怎样根据高职教育的性质与实际可能将高等职业教育搞得更好、更有特色?怎样利用我们的有限的资源,培养出更多的合格人才?做到了这一点就是高质量的教育。正是从这点出发,我在多种场合中提到了“必需、够用”和“易教易学”两个标准。对于这一点,如果说在微积分基础方面比较容易做到的话,那么要在以后较高层次的专业数学方面做到就难多了。如果前面基础课的内容讲得很少,似乎皆大欢喜,但到后来学习专业数学,知识就不够用了。反之,对前面的基础课程提出了不合理的过高的要求,学生们接受不了,也就谈不上再学习后续内容了。所以,还是重申那两句话:“必需、够用”与“易教易学”。我知道,这是很不容易达到的标准。如果说我这些年来从事教学工作还有一些体会的话,那就是办教育不能说空话。许多事,说起来容易,但做起来就难了,只有经过多年的实践才知道其艰辛。正因如此,我愿对这套系列教材的作者们孜孜不倦的努力,对他们编出“精品”教材、为培养21世纪的高素质人才做贡献的精神,表示我的敬意。也希望他们继续努力,做得更好。

齐民友

2002年5月5日
于武汉大学

前 言

数学是研究数量关系与空间形式的科学,是科学技术人才科技素质的重要组成部分. 随着计算机技术等高科技的普及和发展,数学的重要性日益显现. 为了提高学生的数学素质,结合高职高专学生的特点,针对高职高专教育的目标——培养高层次、复合型、实用型人才,湖北省高职高专数学研究会与华中科技大学出版社联合组织出版了这套“21 世纪高职高专数学系列教材”,第一批推出的有《高等数学(第一册)》、《高等数学(第二册)》、《线性代数》、《积分变换》、《概率与统计》、《高等数学学习指导(第一册)》、《高等数学学习指导(第二册)》等七本. 为促进实践性教学,还另编写了《高等数学实训(上册·下册·解答)》. 本系列教材保持传统体系,简略理论推导,强调实际应用,渗透建模思想,突出思路分析,强化综合训练;在叙述中注重文字简练,概念准确,由浅入深,引人入胜;力求使学生掌握所学知识,提高应用数学知识的能力,为将来的激烈竞争插上“坚强的翅膀”.

本书共有五章,内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分和定积分及其应用. 每节附有习题,书末附有所有习题的答案;每章末对内容进行了小结,并配有与内容紧密联系的复习题和阅读材料;附录中介绍了高等数学软件包 Mathematica 和简易积分表.

本书由龚友运、郭炳艳、盛集明担任主编,朱永银、吴

高岭担任主审,韩飞、罗银舫、肖洪阳、张早娥担任副主编,参加编写的还有余佑财、左岚、刘唯一、刘平、马芬、申飞、吴利斌、白捍东等。本书由龚友运、朱永银统稿。

武汉大学前校长、全国著名数学家齐民友教授欣然作序,为本系列教材增色不少;武汉大学费浦生教授审阅了本系列教材的部分内容,提出了许多宝贵意见。本系列教材还参考吸收了有关教材及著作的成果。在此一并致谢。

荆门职业技术学院、武汉职业技术学院、武汉电力职业技术学院、长江工程职业技术学院、咸宁职业技术学院、仙桃职业学院、荆州职业技术学院、武汉软件职业学院、武汉工交职业技术学院、武汉警官职业技术学院、沙洋师范高等专科学校、十堰职业技术学院、华中师范大学职业技术学院、襄樊职业技术学院、宜昌职业技术学院等学校为本系列教材的出版发行给予了积极的支持,在此表示由衷的感谢。

由于编者水平有限,本书难免存在疏漏之处,敬请广大读者提出批评建议。

编 者

2006年6月

目 录

序

前言

第一章 函数、极限与连续	(1)
第一节 函数	(1)
一、常量与变量、区间与邻域	(1)
二、函数的概念	(3)
三、函数的几种特性	(6)
四、反函数	(9)
五、复合函数与初等函数	(10)
习题 1-1	(11)
* 第二节 经济学中常用的函数	(12)
习题 1-2	(16)
第三节 数列的极限	(17)
一、数列极限的定义	(18)
二、数列极限的运算法则	(21)
习题 1-3	(22)
第四节 函数的极限	(22)
一、 $x \rightarrow \infty$ 时函数的极限	(23)
二、 $x \rightarrow x_0$ 时函数的极限	(25)
习题 1-4	(28)
第五节 无穷小与无穷大、极限的运算法则	(29)
一、无穷小	(29)
二、无穷大	(30)
三、极限的运算法则	(31)
习题 1-5	(34)
第六节 两个重要极限	(36)

一、极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	(36)
二、极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	(37)
习题 1-6	(38)
第七节 无穷小的比较	(39)
习题 1-7	(41)
第八节 函数的连续性与间断点	(41)
一、函数的连续性	(41)
二、函数的间断点	(43)
习题 1-8	(45)
第九节 初等函数的连续性和闭区间上连续函数的性质	(46)
一、连续函数的四则运算	(46)
二、反函数与复合函数的连续性	(47)
三、初等函数的连续性	(48)
四、闭区间上连续函数的性质	(49)
习题 1-9	(51)
本章内容小结	(51)
复习题一	(54)
阅读材料	(55)
第二章 导数与微分	(58)
第一节 导数的概念	(58)
一、引例	(58)
二、导数的定义	(60)
三、导数的几何意义	(63)
四、函数的可导性与连续性的关系	(64)
习题 2-1	(65)
第二节 函数的求导法则及求导公式	(66)
一、导数的运算法则	(67)
二、复合函数的求导法则	(68)

三、反函数的求导法则	(70)
四、隐函数的求导法则	(72)
五、由参数方程所确定的函数的求导法则	(74)
习题 2-2	(75)
第三节 微分	(77)
一、微分的定义	(77)
二、微分的几何意义	(79)
三、微分的运算法则	(79)
四、微分在近似计算中的应用	(82)
习题 2-3	(84)
第四节 高阶导数	(85)
习题 2-4	(87)
本章内容小结	(88)
复习题二	(90)
阅读材料	(92)
第三章 导数的应用	(94)
第一节 中值定理与洛必达法则	(94)
一、罗尔定理	(94)
二、拉格朗日中值定理	(96)
三、柯西中值定理	(98)
四、洛必达法则	(98)
习题 3-1	(101)
第二节 函数的单调性与极值	(102)
一、函数单调性的判别	(102)
二、函数的极值及求法	(104)
习题 3-2	(107)
第三节 函数的最大值与最小值	(108)
习题 3-3	(112)
第四节 曲线的凹凸性与拐点、函数图形的描绘	(114)
一、曲线凹凸性的判别	(114)

二、拐点及其求法	(115)
三、曲线的渐近线	(115)
四、函数图形的描绘	(116)
习题 3-4	(117)
* 第五节 曲率	(118)
一、曲线的曲率的概念	(118)
二、曲率的计算公式	(119)
三、曲率半径与曲率圆	(120)
习题 3-5	(122)
* 第六节 方程的近似根	(122)
一、二分法	(122)
二、切线法	(124)
习题 3-6	(126)
* 第七节 导数在经济分析中的应用举例	(126)
一、边际函数	(126)
二、函数的弹性	(129)
习题 3-7	(131)
本章内容小结	(131)
复习题三	(133)
阅读材料	(135)
第四章 不定积分	(137)
第一节 不定积分的概念与性质	(137)
一、原函数与不定积分的概念	(137)
二、基本积分公式	(139)
三、不定积分的性质	(140)
习题 4-1	(143)
第二节 换元积分法	(144)
一、第一类换元积分法	(144)
二、第二类换元积分法	(150)
习题 4-2	(154)

第三节 分部积分法	(156)
习题 4-3	(161)
第四节 有理函数与三角函数有理式的积分	(162)
一、有理函数的积分	(162)
二、三角函数有理式的积分	(167)
习题 4-4	(169)
第五节 积分表的使用	(170)
习题 4-5	(173)
本章内容小结	(173)
复习题四	(175)
阅读材料	(176)
第五章 定积分及其应用	(179)
第一节 定积分的概念与性质	(179)
一、引例	(179)
二、定积分定义	(182)
三、定积分的几何意义	(184)
四、定积分的性质	(185)
习题 5-1	(189)
第二节 牛顿-莱布尼茨公式	(190)
一、变上限定积分	(190)
二、牛顿-莱布尼茨公式	(193)
习题 5-2	(195)
第三节 定积分的换元积分法与分部积分法	(197)
一、定积分的换元积分法	(197)
二、定积分的分部积分法	(201)
习题 5-3	(204)
* 第四节 定积分的近似计算	(205)
一、矩形法	(206)
二、梯形法	(208)
三、抛物线法	(209)

习题 5-4	(212)
* 第五节 反常积分	(212)
一、无穷区间上的反常积分	(213)
二、无界函数的反常积分	(216)
习题 5-5	(218)
第六节 定积分的几何应用举例	(219)
一、定积分的微元法	(219)
二、平面图形的面积	(220)
三、体积	(225)
四、平面曲线的弧长	(229)
习题 5-6	(231)
* 第七节 定积分的物理应用举例	(234)
一、变力沿直线所做的功	(234)
二、水的压力	(237)
三、引力	(238)
习题 5-7	(239)
* 第八节 定积分的经济应用举例	(240)
一、成本函数	(240)
二、收益函数	(241)
三、总利润	(242)
习题 5-8	(244)
本章内容小结	(245)
复习题五	(247)
阅读材料	(249)
附录 A 简易积分表	(252)
附录 B 高等数学软件包 Mathematica 4.0 简介	(263)
习题参考答案	(289)

第一章 函数、极限与连续

初等数学研究的对象基本上是不变的量,而高等数学则是以变量为主要研究对象.函数,简言之,就是变量之间的依赖关系,它是数学中的一个重要的基本概念.极限方法是研究变量的一种基本方法.本章将介绍函数、极限和函数的连续性等基本概念以及它们的一些性质.

第一节 函 数

一、常量与变量、区间与邻域

在自然科学和工程技术中,常常会遇到各种不同的量.其中,有的量在过程中不起变化,也就是保持一定的数值,这种量叫做常量;有的量在过程中是变化着的,也就是可以取不同的数值,这种量叫做变量.

例如,把一个密闭容器内的气体加热时,气体的体积和气体的分子个数保持一定,它们是常量;而气体的温度和压力在变化,它们是变量.

一个量是常量还是变量,要根据具体情况作出具体分析.例如,就小范围地区而言,重力加速度可以看作常量,但就广大地区而言,重力加速度则是变量.

通常用字母 a, b, c 等表示常量,用字母 x, y, z 等表示变量.

任何一个变量,都有确定的变化范围.如果变量的变化范围是连续的,常用一种特殊的数集——区间来表示变量的变化范围.下面引进各种区间的名称和记号.

设 a, b 是两个实数, 且 $a < b$. 那么, 数集

$$\{x | a \leq x \leq b\}$$

叫做闭区间, 记为 $[a, b]$; 数集

$$\{x | a < x < b\}$$

叫做开区间, 记为 (a, b) ; 数集

$$\{x | a < x \leq b\} \quad \text{和} \quad \{x | a \leq x < b\}$$

都叫做半开区间, 分别记为 $(a, b]$ 和 $[a, b)$. 在以上各种情形中, a 和 b 叫做区间的端点, 数 $b - a$ 叫做区间的长度.

在数轴上来说, 区间是指介于某两个点之间的线段上的点的全体. 这两点就是区间的端点. 闭区间 $[a, b]$ 和开区间 (a, b) 在数轴上表示出来, 分别如图 1-1(a) 与 (b) 所示.

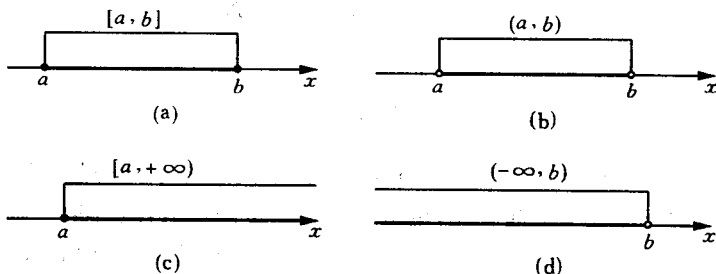


图 1-1

除了上述有限区间外, 还有一类区间叫做无限区间, 如

$$[a, +\infty) = \{x | x \geq a\} \quad (\text{见图 1-1(c)}),$$

$$(-\infty, b) = \{x | x < b\} \quad (\text{见图 1-1(d)}),$$

$$(-\infty, +\infty).$$

$(-\infty, +\infty)$ 表示全体实数的集合 $\mathbf{R}$.

注意, $+\infty$ 和 $-\infty$ 分别读作“正无穷大”和“负无穷大”, 它们不是数, 仅仅是记号.

邻域也是一个经常用到的概念, 设 a 与 δ 是两个实数, 且 $\delta > 0$, 数集