XIAOXUE SHUXUE QUTI JIEYI

小学数学趣题解疑

（五年级用）

杨春宏　主编

★河北科学技术出版社

小学数学趣题解疑

（五年级用）

杨春宏　主编

河北科学技术出版社

主　编　杨春宏

副主编　杨亚伶　张生春

编　委　李勇惠　乔春美　任立志
成华菊　刘　亮　李金宇
李秀花　苏喜秀　郝国密
栾维华　池秀娟　赵秀平
张会娟

图书在版编目（CIP）数据

小学数学趣题解疑．五年级/杨春宏编．—石家庄：
河北科学技术出版社，2001
ISBN 7-5375-2534-x

Ⅰ.小…　Ⅱ.杨…　Ⅲ.数学课-小学-解题
Ⅳ.G624.505

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第076031号

小学数学趣题解疑
（五年级用）
杨春宏　主编

河北科学技术出版社出版发行（石家庄市和平西路新文里8号）
保定市印刷厂印刷　　新华书店经销

850×1168　1/32　5.125印张　128000字　2002年1月第1版
2002年1月第1次印刷　印数：1-3000　定价：7.50元

前　言

七百多年前，英国伟大的哲学家、思想家罗吉尔·培根曾说："数学是科学大门的钥匙。"时至今日，数学更是各门科学发展的基础，而且现代科学技术的巨大进步主要得益于数学的发展。因此，在小学阶段形成一定的数学能力和数学素养就成为发展儿童科学文化素质的前提。《小学数学趣题解疑》丛书的编写，定位于小学生的第二课堂读物，目的是使小学生在掌握课本基础知识的前提下，拓宽他们的知识视野，挖掘他们的数学潜力，为将来升学及进一步发展作好充分的准备。在编写中力图体现如下三个特色：

1. 本丛书以拓展与深化课堂内容，适当兼顾小学数学奥林匹克为着眼点，恰当处理课本内容与课外内容、知识与能力、广度与深度的关系，使其既便于学生独立学习，又便于教师讲授和家长辅导，真正成为高质量的小学课外读物。

2. 本丛书按专题写作，所涉及内容相对独立，一步到位，各专题一般包括"基本概念与知识"、"典型例题分析"和"强化训练"三部分内容。编写中注重突出基础知识的概括性和指导性、选材的典型性和实效性、解题分析的思想性和启发性、例题与习题的新颖性和多样性，使小

学生通过阅读本书能够学会学习，学会思考，掌握基本的数学思维方法和解题技能，提高运用数学知识的能力。

3. 本丛书分三册编写，分别适合小学四、五、六年级使用。编写过程中注意通俗与趣味相结合，深入浅出，力图对具有中等学力以上的学生均有所裨益。

本丛书在编写过程中参考了一些专家学者的著述，在此一并致谢。由于时间仓促，书中不免有疏漏之处，敬请各位读者不吝指正。

编　者

2001 年 8 月 10 日

目　录

第一讲 十进制与二进制

一、基本概念与知识

在即将进入21世纪的今天，电子计算机已经越来越普及。在电子计算机内部，数的存储和计算都采用的是二进制。那么，什么是二进制数？它有什么特点？它与我们平常所用的十进制数有什么关系？在这一讲里，我们就给同学们介绍一些有关二进制的知识，先从大家最熟悉的十进制谈起。

十进制是应用最广泛的一种记数方法，有三个特点：一是“逢十进一”，即相邻两个记数单位之间的进率都是十；二是使用十个数字符号：0、1、2、3、4、5、6、7、8、9；三是书写遵循位置值原则，即同一个数字在不同数位上代表不同的数值。例如，同一个数字2，若在十位上，则代表20，若在百位上，就代表200。

任何一个十进制数都可用它的各位数字与10的幂的乘积之和的形式来表示。例如：

$$
\begin{aligned}
1998 &= 1000+900+90+8 \\
&= 1\times10^3+9\times10^2+9\times10+8
\end{aligned}
$$

二进制也是一种记数法，它有三个特点：一是“逢二进一”，即相邻两个记数单位之间的进率都是二；二是使

用两个数字符合:0、1;三是书写遵循位置值原则,即同一个数字1在不同数位上代表不同的数值。 例如,1在右起第一位上表示1,在第二位上表示2,在第三位上表示2^2,在第四位上表示2^3,……用二进制记出的数叫二进制数。

为了防止混淆,我们在书写二进制数时,常把它括起来,并在它的右下角标一个小2。于是有

$(0)_2=0$,$(1)_2=1$,$(10)_2=2$,

$(11)_2=3$,$(100)_2=4$,$(101)_2=5$,

$(110)_2=6$,$(111)_2=7$,$(1000)_2=8$,

$(1001)_2=9$,$(1010)_2=10$,$(1011)_2=11$,

$(1100)_2=12$,$(1101)_2=13$,……

读二进制数时,只需从左到右依次读出各位上的数字即可。如$(1011)_2$读作"一零一一",不能读作"一千零一十一"。

像十进制数一样,二进制数都可以用它的各位数字与2的幂的乘积之和的形式来表示。

例如,$(11001)_2=1\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+0\times2+1$。

由于二进制数只用0、1两个数字,而0乘以任何数仍得0,1乘以任何数仍得那个数,所以上式可简写成

$$(11001)_2=2^4+2^3+1$$

这表明,二进制数都可以写成2的幂之和的形式。

与十进制、二进制类似,还有三进制、四进制、五进制等等。一般地,可以有k进制,其中k是大于1的任意自然数,叫做进位制的基数。十进制的基数为10,二进制的基数为2。

二、典型例题分析

例 1 化二进制数 $(1101)_2$ 为十进制数。

分析 把二进制数写成 2 的幂之和的形式，然后按通常的方法进行计算即可。

解 二进制数 $(1101)_2$ 共有四位，所以最高位的计数单位是 2^3，从而知

$$\begin{aligned}(1101)_2 &= 2^3+2^2+1\\ &=8+4+1\\ &=13\end{aligned}$$

例 2 把 100 化成二进制数。

分析 十进制数化成二进制数，可以根据二进制数“逢二进一”的原则，用 2 连续去除这个十进制数，直到商是零为止。把每次所得的余数按相反的顺序写出来，就是所化成的二进制数。

解

$$\begin{array}{r|rl}
2 & 100 & \cdots\cdots\cdots\cdots 0 \quad \text{第一余数}\\
2 & 50 & \cdots\cdots\cdots\cdots 0 \quad \text{第二余数}\\
2 & 25 & \cdots\cdots\cdots\cdots 1 \quad \text{第三余数}\\
2 & 12 & \cdots\cdots\cdots\cdots 0 \quad \text{第四余数}\\
2 & 6 & \cdots\cdots\cdots\cdots 0 \quad \text{第五余数}\\
2 & 3 & \cdots\cdots\cdots\cdots 1 \quad \text{第六余数}\\
2 & 1 & \cdots\cdots\cdots\cdots 1 \quad \text{第七余数}\\
 & 0 &
\end{array}$$

所以 $100=(1100100)_2$。

注 这种方法称为“2除取余法”，可概括为八个字：“2除取余，依次倒写”。另外还应注意，余数是0也必须写出来，一直除到商是0为止。

我们可以通过把化成的二进制数还原为十进制数来体会这种方法的正确性。

$$
\begin{aligned}
(1100100)_2 &= 2^6+2^5+2^2 \\
&= 64+32+4 \\
&= 100
\end{aligned}
$$

二进制数也能进行四则运算，我们知道，对于十进制数进行四则运算，是依据“逢十进一”和“借一当十 ”的规则，同时，配合加法和乘法口诀来进行的。与此相仿，对二进制的数进行四则运算就要遵循“逢二进一”和“借一当二”的规则，规则是：

加法规则

0+0=0	**0+1=1**
1+0=1	**1+1=10**

乘法规则

0×0=0	**0×1=0**
1×0=0	**1×1=1**

以上加法表和乘法表必须牢记。

例3 计算 $(101)_2+(110)_2$

解

$$
\begin{array}{r}
1\ 0\ 1 \\
+\ 1\ 1\ 0 \\
\hline
1\ 0\ 1\ 1
\end{array}
$$

原式 $=(1011)_2$

例4 计算 $(10100)_2-(1110)_2$

解

$$
\begin{array}{r}
10100 \\
-\quad 1110 \\
\hline
110
\end{array}
$$

原式＝ $(110)_2$。

例 5 计算 $(1110)_2 \times (1001)_2$

解

$$
\begin{array}{r}
1110 \\
\times\ 1001 \\
\hline
1110 \\
1110 \\
\hline
1111110
\end{array}
$$

原式＝ $(1111110)_2$。

例 6 计算 $(1100011)_2 \div (1001)_2$

解

$$
\begin{array}{r}
1011 \\
1001 \overline{)\,1100011} \\
\underline{1001} \\
1101 \\
\underline{1001} \\
1001 \\
\underline{1001} \\
0
\end{array}
$$

原式＝ $(1011)_2$。

例 7 现有 1 克、2 克、4 克、8 克、16 克的砝码各一

枚，问天平上能称出多少种不同的重量？

解 所给砝码恰好是二进制中从小到大的五个记数单位，所以可考虑应用二进制知识来解决。

用这些砝码称重量时，如果用了1克的砝码，就在二进制数的右数第一位写1，否则写0；如果用了2克的砝码，就在二进制数的右数第二位写1，否则写0，依次类推，这表明所称的每个重量都可用二进制表示。

反过来，用这五个砝码所能称出的最大重量是1＋2＋4＋8＋16＝31（克），而不超过31的数都可用一个不超过5位的二进制数来表示，所以一共能称出31种不同的重量。例如，要称19克的重量，先把19化成二进制数：$19=(10011)_2$，这表明用1克、2克、16克三个砝码即能达到要求。

例8 某军需仓库管理员，将1000发子弹分放在10个盒子里，一旦需要，只需告诉他1000以内的任何子弹数目，他都可以拿出若干盒子，凑出所需数目的子弹，而不必去数子弹。试问：10个盒子里各放多少发子弹？

解 因为十进制中的1，2，4，8，16，32，64，128，256分别是二进制数中的1，10，100，1000，10000，100000，1000000，10000000，100000000。而这九个二进制数可以组成 $(1)_2$ 到 $(111111111)_2$ 的任何一个二进制数，于是用1，2，4，8，16，32，…，256这九个十进制数中的数相加，可以得到1到511中的任何一个十进制数。所以，保管员在9个盒子中分别装入1，2，4，8，16，32，…，256发子弹，一共装入了511发，剩下的489发

装在第十个盒子里，如果需要的子弹数小于或等于511发，可以由前九个盒子中挑选出若干盒来供给。如果需要的子弹数大于511发，可先取第十盒中的489发子弹，其余的由前九盒中的若干盒来补足。

习题 1

1. 填空题

（1）把二进制数化成十进制数。

① $(1110)_2=$____ ② $(100110)_2=$____

（2）把十进制数化成二进制数。

① 92=____ ② 147=____

（3）进行下列二进制数的运算，结果仍用二进制数表示。

① $(11011)_2+(1110)_2=$____

② $(10100)_2-(1011)_2=$____

③ $(1101)_2\times(101)_2=$____

④ $(1000001)_2\div(101)_2=$____

2. 选择题

十进制数 65 化成二进制数是（ ）位数。

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

3. 解答题

（1）有 229 人参加学校乒乓球赛，比赛实行淘汰制，为了尽量减少比赛场次，规定只有在某一轮参赛选手为单数时，才安排一人轮空，此次比赛有几人轮空？

（2）现有 1 千克、2 千克、4 千克、8 千克、16 千克的白糖各一袋，如白糖只整袋卖出，顾客可买白糖的千克数有多少种可能？

（3）一个十进位制的三位数$\overline{abc}$，其中 a、b、c 均代表某个数码，它的二进制表达式是一个七位数$\overline{1abcabc}$，试求这个数。

全对

答案与提示

1. (1) ①14　②38

(2) ① $(1011100)_2$　② $(10010011)_2$

(3) ① $(101001)_2$　② $(1001)_2$

③ $(1000001)_2$　④ $(1101)_2$

2. C

3. (1) 此次比赛有 4 人轮空。

229 人不是 2 的整数次幂，一定有人轮空，如果有 256 人就不会有人轮空。假设补上 27 名假选手，每轮比赛尽可能安排真对真，只有在真选手剩一个时，才安排真假对阵，当然真的必胜，如同轮空一样，这样，假选手碰真的人数和真选手轮空的人数是一样的。下面来计算假选手碰真的人数。

27 除以 2 得 13，余 1 人（1 人碰真）；

13 除以 2 得 6，余 1 人（又 1 人碰真）；

6 除以 2 得 3；

3 除以 2 得 1，余 1 人（又 1 人碰真）；

1 除以 2 得 0，余 1 人（又 1 人碰真）。

共有 4 人碰真，即比赛中有 4 人轮空，上面计算假选手碰真的过程，与把 27 表示成二进制数的过程完全相同，而碰真人数就是 27 的二进制数 $(11011)_2$ 中所含“1”的个数。所以此次比赛共有 4 人轮空。

(2) 共有 31 种千克数。

(3) $\overline{abc}=100$

第二讲 尾数的规律

一、基本概念与知识

大家都熟悉 a 的平方 a^2 表示 $a\times a$，类似地，我们把 $a\times a\times a$ 记作 a^3，叫做 a 的三次方或 a 的立方，把 $a\times a\times a\times a$ 记作 a^4，叫做 a 的四次方。一般地，我们把 n 个 a 相乘之积 $a\times a\times a\times\cdots\cdots\times a$ 记作 a^n，叫做 a 的 n 次方。

例如：$5^4=5\times5\times5\times5=625$

$2^7=2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$

$=128$

二、典型例题分析

例 1　1998^{1999}的个位数是多少？

分析　1998^{1999}表示 1999 个 1998 相乘之积，如果你想通过计算先求出 1999 个 1998 相乘的积，再得出要求的个位数是几，那几乎是不可能的。因为这个积是个非常大的数，要把它准确地计算出来十分困难。怎么办？这就需要去研究自然数的 n 次方的个位数的规律。

为了说话方便，我们把一个整数的个位数叫做它的尾数。这样，小于 10 的整数的尾数就是它本身。一般地，

一个整数的尾数就等于它除以10所得的余数。可知：

①两个整数的和的尾数，等于这两个整数尾数之和的尾数。

②两个整数的积的尾数，等于这两个整数尾数之积的尾数。

例如，387×294 的尾数，就等于两个因数的尾数 7 与 4 的积 28 的尾数 8。由此可进一步推得：

③一个整数的 n 次方的尾数，就等于它的尾数的 n 次方的尾数。

例如，37^4 的尾数就等于 7^4 的尾数 1。

根据结论③，可以把求 1998^{1999} 的尾数转化成求 8^{1999} 的尾数。

为了求出 8^{1999} 的尾数，我们分别求 8^1、8^2、8^3、8^4、……的尾数，从中探索规律。

8^1 的尾数是 8，8^2 的尾数是 4，8^3 的尾数是 2，8^4 的尾数是 6，

8^5 的尾数是 8，8^6 的尾数是 4，8^7 的尾数是 2，8^8 的尾数是 6，

……

这表明 8 的 n 次方的尾数按 8、4、2、6 的顺序循环出现：8、4、2、6、8、4、2、6、……应用这一规律，就可使问题得到解决。

解　1998^{1999} 的尾数等于 8^{1999} 的尾数，而 8 的 n 次方的尾数按 8、4、2、6 的顺序循环出现，所以根据 $1999 \div 4 = 499 \cdots\cdots 3$ 知 8^{1999} 的尾数等于 8^3 的尾位数 2，从而知