

高职高专电子信息专业教材

信号与系统

李志菁 主编



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

高职高专电子信息专业教材

信号与系统

李志菁 主编

人民邮电出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

信号与系统/李志蓐主编. —北京: 人民邮电出版社, 2006.4

(高职高专电子信息专业教材)

ISBN 7-115-14352-8

I. 信... II. 李... III. 信号系统—高等学校; 技术学校—教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 019060 号

内 容 提 要

本书是高职高专院校电子信息专业的“信号与系统”课程教材, 全书内容共分为 6 章: 第 1 章信号与系统的概述, 第 2 章连续系统的时域分析, 第 3 章连续时间系统的频域分析, 第 4 章连续时间系统的复频域分析, 第 5 章离散系统的时域分析, 第 6 章离散系统的 Z 域分析。本教材在编写上力求通俗易懂、简化数学推导过程、适当增加例题和习题练习, 适当淡化理论, 强调应用, 使学生通过学习本课程, 掌握连续系统的时域分析、频域分析、复频域分析、离散信号和系统分析等方面的基本理论分析方法, 引导学生从单元电路课程到系统课程的转变, 为学好本专业课程打好理论基础。

本书的特点是系统性强, 内容编排连贯, 突出基本概念、基本原理, 减少不必要的数学推导和计算, 各章均有小结及习题, 并附有习题答案。

本书可以作为通信、电子信息、电子工程、自动化、计算机等专业高职高专、函授和成人教育的教材, 也可供有关专业技术人员参考。

高职高专电子信息专业教材

信 号 与 系 统

◆ 主 编 李志蓐

责任编辑 王晓明

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号

邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

北京艺辉印刷有限公司印刷

新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本: 787×1092 1/16

印张: 10.5

字数: 251 千字

2006 年 4 月第 1 版

印数: 1—3 000 册

2006 年 4 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-115-14352-8/TN · 2675

定价: 18.00 元

读者服务热线: (010) 67129258 印装质量热线: (010) 67129223

丛 书 前 言

随着我国教育事业发展的不断深入,高等职业教育应运而生,并得到迅猛地发展。为了深化职业教育的改革,完善职业教育体系,培养 21 世纪专业应用型人才,急需编写一批适应高职高专教育特色的教材。按照教育部 2004 年底颁布的《普通高等学校高职高专教育指导性专业目录》对高职高专教材编写的要求,人民邮电出版社与天津通信学会高等教育工作委员会共同策划、组织天津市有关高职高专院校的多年来从事第一线教学的骨干教师,编写了这套《高职高专电子信息专业教材》。

本套教材根据高职高专学生的培养目标,着重强调培养学生的基本技能,强化学生的实践能力和动手能力,突出理论联系实际。按照高职高专教学的要求,本套教材在编写时加强了基本概念的讲授,使学生能够运用所学的基本知识分析和解决问题。教材中还适当介绍了一些新技术、新器件和新的实验方法,目的是扩大学生的知识面,培养学生的创新意识。

本套教材根据高职高专学生的特点,在内容安排上力求做到精简内容,突出重点;尽量采用学生易于接受的方法进行编写。教材中的知识点由浅入深,循序渐进;理论性较强的内容尽可能采用图解分析或例题分析的方法。此外,在教材中还编写了较多的例题、思考题与习题,以便学生能够系统地掌握所学的基础理论知识。

本套教材在编写过程中得到天津通信学会高等教育工作委员会领导和天津市有关高职高专院校的大力支持,在此表示衷心的感谢。

目前,本套教材的编写还处于起步阶段,由于缺乏实际的编写经验,在教材的选材和编写过程中难免存在各种问题,衷心希望选用这套教材的院校师生提出批评指正,以便进一步改进这套教材内容,使之更加符合高职高专院校电子信息专业教学的实际要求。

前 言

本书是针对高等职业教育的特点,结合高职学生的特点和多年来高职教育的实践经验编写而成的。在编写上力求通俗易懂、简化数学推导过程、适当增加例题和习题练习,适当淡化理论,强调应用,使学生通过学习本课程,掌握连续系统的时域分析、频域分析、复频域分析、离散信号和系统分析等方面的基本理论分析方法,引导学生从单元电路课程到系统课程的转变,为学好本专业课程打好理论基础。

本书主要讲述信号、系统的基本特性,介绍信号与系统的基本概念、基本分析方法。全书共分为6章,分别讲述了信号与系统的概述、连续系统的时域分析、连续时间系统的频域分析、连续时间系统的复频域分析、离散系统的时域分析和离散系统的Z域分析。参考学时数为60学时。

本书的特点是系统性强,内容编排连贯,突出基本概念、基本原理,减少不必要的数学推导和计算,各章均有小结及习题,并附有习题答案。

本书可以作为通信、电子信息、电子工程、自动化、计算机等专业高职高专、函授和成人教育的教材,也可供有关专业技术人员参考。

本教材由天津电子信息职业技术学院李志菁担任主编,并编写了第1章和第3章(3.6节)内容,并负责全书的统稿工作。天津工业大学韩晓军编写了第3章和第4章内容。天津电子信息职业技术学院王永成、杜金鹏编写了第2章、第5章和第6章内容。

本书在编写过程中得到了天津工业大学研究生王晓明和天津电子信息职业技术学院钱国梁老师的帮助,在此表示衷心的感谢。

限于作者水平有限,书中难免有不妥或错误之处,恳请读者批评指正。

作者

2005年12月

目 录

第 1 章 信号与系统概述	1
1.1 信号与系统的概念	1
1.2 信号的描述及其分类	2
1.2.1 确定性信号与随机信号	2
1.2.2 周期信号与非周期信号	3
1.2.3 连续时间信号与离散时间信号	5
1.3 信号的运算	6
1.3.1 加法和乘法	6
1.3.2 平移	6
1.3.3 反折	7
1.3.4 信号的压缩和扩展 (尺度变换)	7
1.4 系统模型及其分类	9
1.4.1 系统的数学模型	9
1.4.2 系统的互联	12
1.4.3 系统的分类	12
1.5 系统分析方法	15
1.6 线性时不变系统的性质	16
本章小结	17
习题	18
第 2 章 连续系统的时域分析	21
2.1 微分方程式的建立与求解	21
2.1.1 连续系统时域数学模型	21
2.1.2 微分方程的建立	21
2.1.3 微分方程的解法	23
2.2 零输入响应和零状态响应	23
2.2.1 零输入响应 (ZIR)	24
2.2.2 零状态响应 (ZSR)	24
2.3 阶跃响应与冲激响应	26
2.3.1 阶跃函数	26
2.3.2 阶跃响应	27
2.3.3 冲激函数	28
2.3.4 冲激响应	31

2.3.5	阶跃响应 $s(t)$ 与冲激响应 $h(t)$ 的关系	32
2.4	卷积与卷积性质	32
2.4.1	卷积	32
2.4.2	卷积性质	33
2.5	信号与系统的卷积分析法	33
2.5.1	信号的冲激分解	33
2.5.2	系统的卷积分析	34
	本章小结	43
	习题	44
第 3 章	连续时间系统的频域分析	47
3.1	信号分解为正交函数	47
3.1.1	正交函数	47
3.1.2	信号分解为正交函数	48
3.2	傅里叶级数	48
3.2.1	周期信号的分解	48
3.2.2	奇、偶函数的傅里叶系数	51
3.2.3	傅里叶级数的指数形式	52
3.3	信号的频谱	53
3.3.1	信号的频谱	53
3.3.2	周期信号的频谱	53
3.3.3	非周期信号的频谱	54
3.3.4	常见信号的频谱分析举例	55
3.4	傅里叶变换的性质	59
3.4.1	线性	59
3.4.2	奇偶虚实性	60
3.4.3	对称性	60
3.4.4	尺度变换	61
3.4.5	时移特性	61
3.4.6	频移特性	62
3.4.7	卷积定理	63
3.4.8	时域微分和积分	63
3.5	连续时间系统的频域分析	65
3.5.1	频率响应函数	66
3.5.2	无失真传输系统的频域分析	68
3.5.3	理想低通滤波器的频域分析	68
3.6	抽样信号与抽样定理	70
3.6.1	限带信号和抽样信号	70
3.6.2	抽样信号 $f_s(t)$ 的频谱	71

3.6.3 抽样定理	73
3.6.4 频域抽样定理	76
本章小结	76
习题	77
第4章 连续时间系统的复频域分析	81
4.1 单边拉普拉斯变换	81
4.1.1 从傅里叶变换到拉普拉斯变换	81
4.1.2 常用信号的拉普拉斯变换	83
4.2 单边拉普拉斯变换的性质	86
4.2.1 线性特性	86
4.2.2 尺度变换	87
4.2.3 时移特性	87
4.2.4 频移特性	88
4.2.5 时域微分特性	89
4.2.6 时域积分特性	90
4.2.7 复频域微分特性	90
4.2.8 复频域积分特性	91
4.2.9 初值定理	92
4.2.10 终值定理	92
4.2.11 时域卷积定理	93
4.2.12 频域卷积定理	94
4.3 单边拉普拉斯反变换	95
4.3.1 简单函数的拉氏反变换	95
4.3.2 部分分式展开法	95
4.4 复频域分析	97
4.4.1 微分方程的复频域求解	97
4.4.2 系统的 s 域框图	99
4.4.3 电路的 s 域模型	100
4.5 系统函数	102
4.6 系统函数的零、极点分布与时域响应特性的关系	104
4.7 拉普拉斯变换与傅里叶变换	105
本章小结	106
习题	106
第5章 离散系统的时域分析	109
5.1 离散时间信号——序列	109
5.1.1 离散时间信号的表示	109
5.1.2 离散信号的基本运算	109

5.1.3 基本离散时间信号	112
5.2 线性差分方程的建立与求解	113
5.2.1 差分方程的建立	113
5.2.2 差分方程的解	116
5.2.3 离散系统的时域模拟	117
5.3 单位响应 $h(n)$	118
5.4 卷积及其应用	119
5.4.1 离散信号的分解与卷和	119
5.4.2 卷和性质	120
5.4.3 卷和计算方法	120
5.4.4 卷和应用	123
5.5 系统的响应	125
5.5.1 零输入响应的求法	126
5.5.2 单位响应求法	127
本章小结	132
习题	132
第 6 章 离散系统的 z 域分析	135
6.1 Z 变换	135
6.1.1 Z 变换的定义	135
6.1.2 Z 变换与拉普拉斯变换的关系	136
6.1.3 z 平面与 s 平面的映射关系	137
6.1.4 常用序列的 Z 变换	138
6.2 Z 反变换	139
6.2.1 幂级数展开法 (长除法)	140
6.2.2 部分分式展开法	140
6.3 Z 变换的主要性质	144
6.3.1 线性性质	144
6.3.2 移位特性	145
6.3.3 尺度变换性质	146
6.3.4 卷和定理	146
6.4 系统函数和 z 域模型	148
6.4.1 差分方程的变换域解法	149
6.4.2 系统函数 $H(z)$	152
6.4.3 离散系统的 z 域模拟	154
6.5 离散系统的稳定性	155
本章小结	157
习题	157
参考文献	160

第 1 章 信号与系统概述

1.1 信号与系统的概念

人类在社会活动与日常生活中无时无刻不涉及到信息的获取、存储、传输、处理与再现。可以说,上至天文,下至地理;大到宇宙空间,小到微观粒子的研究乃至工农业生产、社会发展及家庭生活都离不开信息科学。尽管在不同的领域有不同的具体问题,然而信息的传输都是其中的主要任务。当然有时为了更好地完成信息传递的任务,需要将信息进行必要的变换和处理。

我们如何进行信息的传递呢?回答这一问题之前,让我们先来了解一下“消息”与“信息”的概念。在通信中,通常把文字、声音、数据、图像等都看成是“消息”的“集合”。这些消息集合具有一定的统计特性或概率特性。因而将“信息”定义为对消息的统计特性的一种定量描述。广义地说,信号就是随时间和空间变化的某种物理量或物理现象。现在我们再来看一下上面那个问题,答案很明显,我们应该借助一定形式的信号把消息传出去。信号是消息的表现形式,消息则是信号的具体内容。

那么人们如何实现信号的传输呢?中国古代用“烽火台”报警,欧洲人用旗语传递信息。这些都可以看作是原始形式的光通信。但它们传递信息的有效性和可靠性都不高。接着人们利用电信号来传递信息。1837年,莫尔斯(F.B.Morse)发明了电报;1876年,贝尔(A.G.Bell)发明了电话。而19世纪末,人们又开始利用电磁波来传递信息。赫兹(H.Hertz)、波波夫、马可尼(G.Marconi)为此做出了贡献。1901年马可尼成功地实现了横渡大西洋的无线电通信。到此,人们利用信号来传输消息的有效性和可靠性都大大地提高了。

若信号表现为电压、电流、电荷、磁链,则称为电信号,它是现代科学技术中应用最广泛的信号。本书将只涉及电信号。

信号通常是时间变量 t 的函数。信号随时间变量 t 变化的函数曲线称为信号的波形。

应当注意,信号与函数在概念的内涵与外延上是有区别的。信号一般是时间变量 t 的函数,但函数并不都是信号,信号是实际的物理量或物理现象,而函数则可能只是一种抽象的数学定义。

本书对信号与函数两个概念混用,不予区分。例如正弦信号也说成正弦函数,或者相反;凡提到函数,指的均是信号。

信号的特性可从两方面来描述,即时域特性与频域特性。信号的时域特性指的是信号的形,出现时间的先后,持续时间的长短,随时间变化的快慢和大小,重复周期的大小等。信号时域特性的这些表现反映了信号中所包含的信息内容。信号频域特性的内涵,我们将在第3章中阐述。

一般认为,系统是指由若干相互关联、互相作用的事物按一定规律组合而成的具有特定功能的整体。

信号的概念与系统的概念是紧密相连的。信号在系统中按一定规律变化,系统在输入信

号的驱动下对它进行“处理”并发出输出信号。

信号理论包括：信号分析、信号处理和信号综合。系统理论包括：系统分析和系统综合。一般而言，信号分析和系统分析是信号处理、信号综合和系统综合的共同理论基础。本书主要研究信号分析和系统分析的基本概念和基本分析方法。

1.2 信号的描述及其分类

宇宙中的一切事物都处在不停的运动中，物质的一切运动或状态的变化，广义地说都是信号（Signal），即信号是物质运动的表现形式。例如，交通路口的红绿灯是光信号、钟声和汽车鸣笛声是声信号、机械振动产生力信号、位移信号及噪声信号；雷电过程产生声、光信号；大脑、心脏运动分别产生脑电和心电信号；电气系统随参数变化产生电磁信号等。在通信系统中，信号就是传送各种消息（Message）的工具。所谓消息，就是通过某种方式传递的声音、文字、图像、符号等所代表的内容。例如，电话中传送的声音的内容是消息；电报中传送的电文的内容是消息；电视系统中传送的图像的内容是消息；雷达测出目标的距离、方位、速度等数据是消息。通过各种消息的传递，使受信者获取各种不同的信息（Information）。一般地说，信息是指具有新内容、新知识的消息，是排除消息中那些不确定性的东西，它既不是物质，也不是能量，但它也必须依附于物质，依附于能量。

通常，传送消息的信号形式都是随时间变化的。如温度信号、压力信号、光信号、电信号等，它们反映了事物在不同时刻的变化状态。由于电信号处理起来比较方便，所以工程上常把非电信号转化为电信号进行传输。基于电信号的重要性，本书仅研究电信号，并把它简称为信号。

描述一个信号可以用函数表达式，也可以用波形，在电系统中，信号的两种主要形式是电压信号和电流信号，可分别用时间函数 $u(t)$ 和 $i(t)$ 表示，或一般地记为 $f(t)$ 、 $y(t)$ 等。

信号随时间变化的规律是多种多样的，下面我们对信号进行分类。

1.2.1 确定性信号与随机信号

确定性信号是指能够表示为确定的时间函数的信号。当给定某一时间值时，信号有确定的数值，其所含信息量的不同是体现在其分布值随时间或空间的变化规律上。电路基础课程中研究的正弦信号、指数信号、各种周期信号等都是确定信号的例子。

随机信号不是时间 t 的确定函数，它在每一个确定时刻的分布值是不确定的，只能通过大量试验测出它在某些确定时刻上取某些值的可能性的分布（概率分布）。空中的噪音、电路元件中的热噪声电流等，都是随机信号的例子。

实际传输的信号几乎都是随机信号。因为若传输的是确定信号，则对接收者来说，就不可能由它得知任何新的信息，从而失去了传送消息的本意。但是，在一定条件下，随机信号也会表现出某种确定性，例如在一个较长的时间内随时间变化的规律比较确定，即可近似地看成是确定信号。

图 1-1 给出了几种简单信号的波形，其中(a)~(e)各信号均是确定性信号，而 (f) 是随机信号，无法掌握它的准确规律。

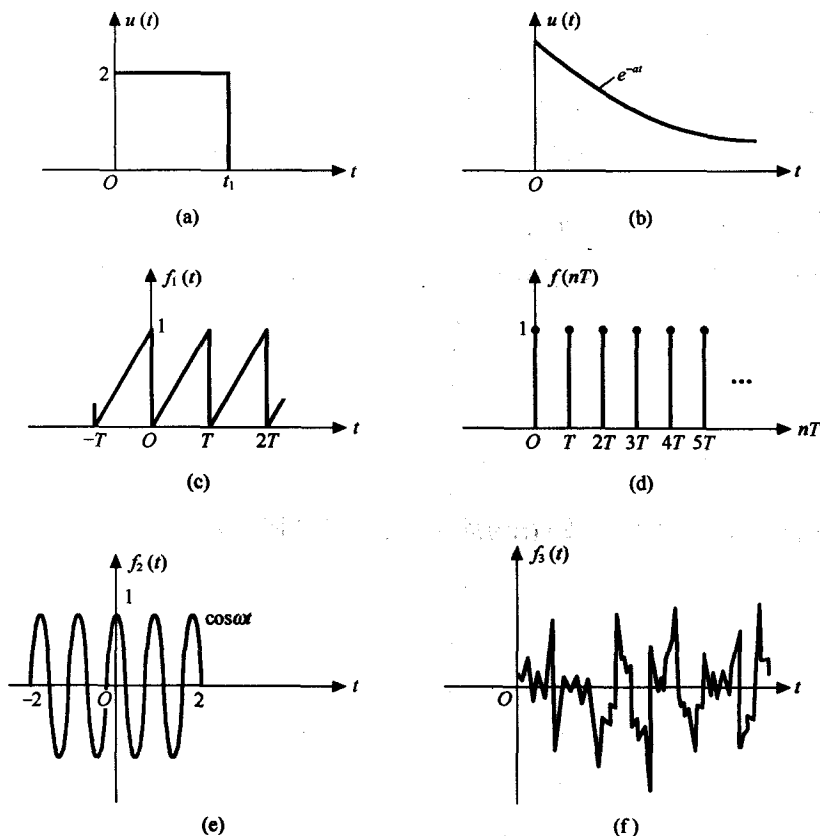


图 1-1 几种简单信号的波形图

1.2.2 周期信号与非周期信号

周期信号是指按某一固定周期重复出现的信号，它的表示式为

$$f(t) = f(t+nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

即信号 $f(t)$ 按一定的时间间隔 T 周而复始、无始无终地变化。式中 T 为周期信号 $f(t)$ 的周期（任意整数）。从此定义可以看出，周期信号有三个特点：

- (1) 周期信号必须在时间上是无始无终的。
- (2) 随时间变化的规律必须具有周期性，其周期为 T 。
- (3) 在各周期内信号的波形完全一样。

只要给出周期信号在任一周期内的函数表达式或波形，便可确知它在任一时刻的值，如图 1-1(c) 所示。

非周期信号不具有周期性。当周期信号的周期 T 值趋向无限大时，它就变成非周期信号了。

例 1-1 试判断下列各信号 $f(t)$ 是否为周期信号。若是，其周期 T 为多少？

(1) $f(t) = \cos(7\pi t + 60^\circ)$

(2) $f(t) = \cos 2t + \sin 3t$

(3) $f(t) = \cos 10t + \sin 10t$

(4) $f(t) = \sin 2t + \cos \pi t$

(5) $f(t) = t^2 + 1$

(6) $f(t) = \sin 2\pi t + \cos 5\pi t$

(7) $f(t) = (\sin 2t)^2$

(8) $f(t) = e^{-2t} \cos(2\pi t + 30^\circ)$

解: (1) 为周期信号, 其周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{7\pi} = \frac{2}{7}\text{s}$

(2) $f(t)$ 为两个子信号 $f_1(t) = \cos 2t$ 与 $f_2(t) = \sin 3t$ 的和, 即 $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$, 且 $f_1(t) = f_1(t - n_1 T_1)$, $f_2(t) = f_2(t - n_2 T_2)$, 其中 $n_1 \in \mathbb{Z}$, $n_2 \in \mathbb{Z}$. 则当 $\frac{T_1}{T_2} = \frac{n_2}{n_1}$ (n_1 与 n_2 必须为不可约的整数) 时, $f(t)$

即为周期信号, 其周期 $T = n_1 T_1 = n_2 T_2$.

令子信号 $\cos 2t$ 的周期为 $T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi\text{s}$, 子信号 $\sin 3t$ 的周期为 $T_2 = \frac{2\pi}{3}\text{s}$. 故有

$$\begin{aligned}\frac{T_1}{T_2} &= \frac{\pi}{\frac{2\pi}{3}} \\ &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

由于 $\frac{3}{2}$ 已为不能再约的整数比, 故 $f(t)$ 为周期信号, 其周期 T 为

$$\begin{aligned}T &= 2T_1 \\ &= 2\pi\text{s}\end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned}T &= 3T_2 \\ &= 3 \times \frac{2\pi}{3} \\ &= 2\pi\text{s}\end{aligned}$$

(3) 子信号 $\cos 10t$ 的周期为 $T_1 = \frac{2\pi}{10} = 0.2\pi\text{s}$, 子信号 $\sin 10t$ 的周期为 $T_2 = \frac{2\pi}{10} = 0.2\pi\text{s}$.

故有

$$\begin{aligned}\frac{T_1}{T_2} &= \frac{0.2\pi}{0.2\pi} \\ &= 1\end{aligned}$$

可见 $f(t)$ 为一周期信号, 其周期 T 为 $T = 1T_1 = 1T_2 = 0.2\pi\text{s}$.

此题也可用下述方法判断, 即 $f(t) = \sqrt{2} \cos(10t - 45^\circ)$, 可见 $f(t)$ 为周期信号, 其周期为 $T = \frac{2\pi}{10} = 0.2\pi\text{s}$.

(4) 子信号 $\sin 2t$ 与 $\cos \pi t$ 的周期分别为 $T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi\text{s}$, $T_2 = \frac{2\pi}{\pi} = 2\text{s}$. 故有

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\pi}{2}$$

可见 $\frac{T_1}{T_2}$ 不是整数比, 故 $f(t)$ 不是周期信号。

(5) 不是周期信号。

(6) 子信号 $\sin 2\pi t$ 与 $\cos 5\pi t$ 的周期分别为 $T_1 = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\text{s}$, $T_2 = \frac{2\pi}{5\pi} = \frac{2}{5}\text{s}$. 故有

$$\begin{aligned}\frac{T_1}{T_2} &= \frac{1}{\frac{2}{5}} \\ &= \frac{5}{2}\end{aligned}$$

可见 $f(t)$ 为周期信号，其周期为 $T = 2T_1 = 5T_2 = 2\text{s}$ 。

(7) 因 $f(t) = (\sin 2t)^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 4t$ ，故 $f(t)$ 为周期信号，其周期 $T = \frac{2\pi}{4} = 0.5\pi\text{s}$ 。

(8) 因 $f(t)$ 的振幅是随时间按指数规律变化的，故 $f(t)$ 不是周期信号。

1.2.3 连续时间信号与离散时间信号

信号按照自变量时间的取值是否连续可以分为连续时间信号和离散时间信号。所谓连续时间信号，是指自变量时间的取值范围是连续的，或者说自变量在实数域内可任意取值的信号。这类信号在某一时间间隔内，对于一切自变量的取值，除了有若干不连续点以外，信号都有确定的值与之对应。如图 1-2 所示。

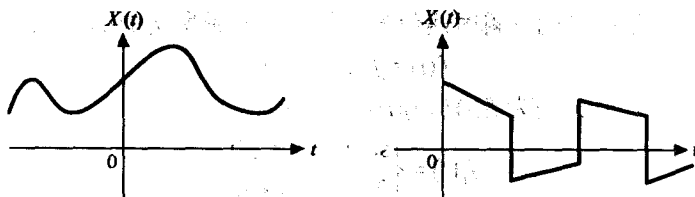


图 1-2 连续时间信号

离散时间信号是指自变量时间只取某时间间隔整数倍的信号。如 $f(n\tau)$ ，其中 τ 为时间间隔， n 取整数，由于时间间隔 τ 处处相同，离散时间信号常略去 τ 写成自变量为 n 的函数 $f(n)$ 。通常也将离散时间信号称为序列，因为它实质上只是一组按顺序排列的数值。离散时间信号的信号值可以是实数域内任意值。如果将离散时间信号的信号值加以量化，并用二进制或十六进制的数码来表示，我们就将这种量化后的离散时间信号称为数字信号。图 1-3 给出了离散时间信号的例子。

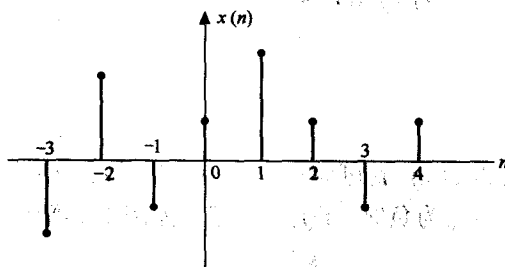


图 1-3 离散时间信号

连续时间信号与离散时间信号是现实世界中客观存在的两大类信号。例如记录在录音磁带或唱片上的音乐信号、电话线上传输的语音信号都是连续时间信号；描述逐年人口统计情况或工厂每月产量的信号都是离散时间信号。有时候信号的自变量并不一定具有时间的物理意义，例如描述大气压随海拔高度变化的信号，其自变量表示海拔高度；描述一幅新闻图片的信号，其自变量表示的是图片上各点的坐标位置，它是一个二维信号，等等。它们虽非时

间信号但是离散信号, 研究方法、结果是一样的。

无论连续时间信号还是离散时间信号, 按信号值随时间变量的变化规律都可以分为周期性信号与非周期信号。连续时间周期性信号满足 $x(t+T)=x(t)$, 其中 T 是信号的周期, 它是正实数; 离散时间周期性信号满足 $x(n+N)=x(n)$, 其中周期 N 是正整数。不满足上述关系的信号则称为非周期信号。

1.3 信号的运算

在系统分析中, 常遇到的信号(连续的或离散的)的基本运算有加、乘、平移、反折、尺度变换等。下面我们依次介绍。

1.3.1 加法和乘法

信号 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 之和是指同一瞬时两信号之值对应相加所构成的“和信号”, 即

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) \quad (1-1)$$

信号 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 之积是指同一瞬时两信号之值对应相乘所构成的“积信号”, 即

$$f(t) = f_1(t) \times f_2(t) \quad (1-2)$$

例 1-2 已知两个信号分别为 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$, 如下所示:

$$f_1(t) = \begin{cases} \sin \pi t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$f_2(t) = -\sin \pi t$$

试求 $f_1(t) + f_2(t)$ 和 $f_1(t) \times f_2(t)$ 。

解:

$$f_1(t) + f_2(t) = \begin{cases} 0 & t \geq 0 \\ -\sin \pi t & t < 0 \end{cases}$$

$$f_1(t) \times f_2(t) = \begin{cases} -\sin^2 \pi t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

1.3.2 平移

若 $f(t)$ 中自变量 t 更换为 $(t+t_0)$, t_0 可为正也可为负, 则 $f(t+t_0)$ 是由 $f(t)$ 沿 t 轴平移得来的。当 t_0 为正时, $f(t)$ 向左移; 当 t_0 为负时, $f(t)$ 向右移。如图 1-4 所示。

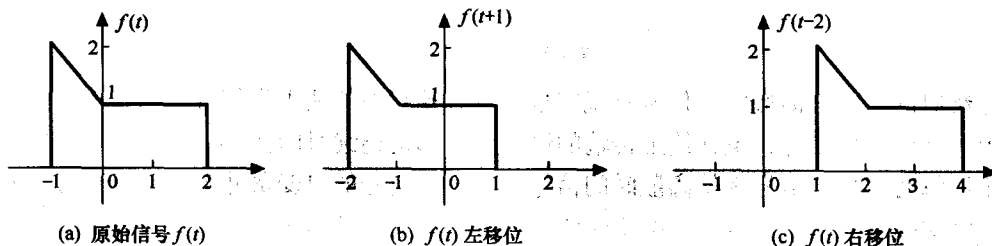


图 1-4 信号的平移

1.3.3 反折

若 $f(t)$ 中自变量 t 更换为 $-t$, 则 $f(-t)$ 是由 $f(t)$ 以 $t=0$ 为轴反折得到的。其波形如图 1-5 所示。

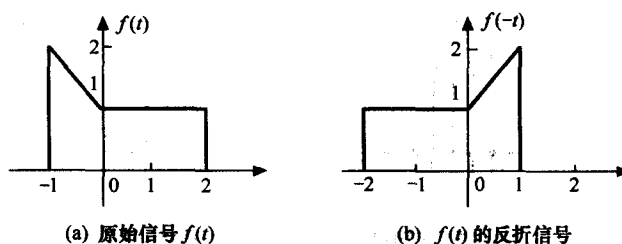


图 1-5 信号的反折

1.3.4 信号的压缩和扩展 (尺度变换)

在信号分析中常用压缩或扩展的方法处理信号, 即改变信号所占有的时域, 故亦称作信号的尺度变换。

尺度变换就是把信号 $f(t)$ 中的自变量 t 更换为 at , 其中 a 为常数, 从而得到另一个时间函数 $f(at)$ 。若 $a>1$, 则信号 $f(at)$ 是将原信号 $f(t)$ 以原点 ($t=0$) 为基准, 沿横轴线性压缩 a 倍, 若 $0<a<1$, 则 $f(at)$ 表示将 $f(t)$ 沿横轴线性展宽 $1/a$ 倍的结果, 如图 1-6 所示。

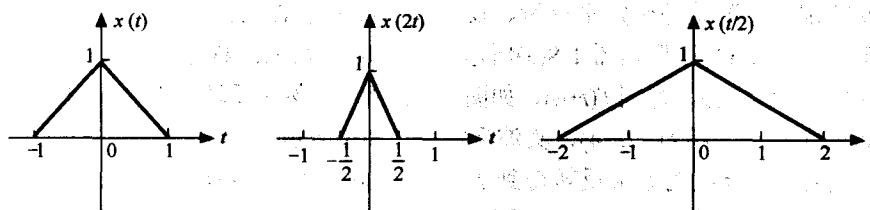


图 1-6 信号的尺度变换

对于离散时间序列, 由于其自变量只能取整数值, 因而严格地说, 不能像连续时间信号那样进行尺度变换。如果需要将信号 $x(n)$ 变换为

$$x_1(n) = x(Nn) \quad (N \text{ 为正整数})$$

则意味着 $x_1(n)$ 是以 $N-1$ 个序号为间隔, 从 $x(n)$ 中选取相应的序列点, 并将所选出的序列点上的信号值重新依次排序所构成的信号。这种过程称为对信号的抽取 (decimation)。

如果要将序列 $x(n)$ 变换为

$$x_2(n) = \begin{cases} X(n/N) & (n \text{ 为 } N \text{ 的整数倍}) \\ 0 & (\text{其他 } n) \end{cases}$$

则意味着 $x_2(n)$ 是在 $x(n)$ 相邻两序号之间插入 $N-1$ 个零值后所构成的序列。这种过程称为对信号的内插。一般说来, 在对信号进行内插时, 插入的值是可以按需要定义的, 并不一定插入

零值。当 $N=2$ 时, 图 1-7 示出了对 $x(n)$ 进行抽取和内插的例子。只是由于抽取的过程使原序列的长度有所缩短, 内插使序列的长度有所加长, 仅仅从这个意义上讲, 类似于连续时间信号的尺度变换。

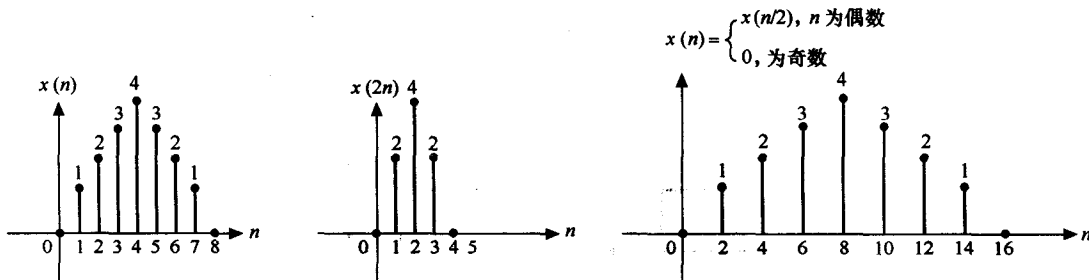


图 1-7 离散时间信号序列抽取和内插的例子

尺度变换是将信号在时间轴上进行压缩或展宽的一种变换。对于连续时间信号, 这种变换是可逆的, 把一个被压缩(或展宽)了 a 倍的连续时间信号, 以同样的尺度展宽(或压缩), 即可恢复成原来的信号。对于离散时间信号, 情况则不同。对于一个经过内插的信号, 可以通过抽取恢复成原信号; 但不能从一个经过抽取得到的信号通过内插恢复成原信号。这是因为在对离散时间信号进行抽取时, 未被抽到的序列点上的信号值被丢掉了, 在已经过抽取的信号中无法得到反映, 这一点是连续时间信号与离散时间信号尺度变换的重大区别。

当已知信号 $x(t)$, 求 $x(at+b)$ 时, 可以先将 $x(t)$ 平移 $x(t+b)$, 然后用常数 a 进行尺度变换; 也可以先将 $x(t)$ 尺度变换为 $x(at)$, 然后将 $x(at)$ 平移 b/a 。总之, 当平移、反转、尺度变换联合使用时, 要特别注意准确地确定平移量、反转轴和展缩中心线。

例 1-3 信号 $f(t)$ 的波形如图 1-8(a) 所示, 画出信号 $f(-2t+4)$ 的波形。

解: 将信号 $f(t)$ 平移, 得到 $f(t+4)$, 如图 1-8(b) 所示, 然后反转, 得 $f(-t+4)$, 如图 1-8(c) 所示; 再进行尺度变换, 得 $f(-2t+4)$, 其波形如图 1-8(d) 所示。

也可以先将信号 $f(t)$ 的波形反转得到 $f(-t)$, 然后对信号 $f(-t)$ 平移得到 $f(-t+4)$ 。需要注意的是, 由于信号 $f(-t)$ 的自变量为 $-t$, 因而应将 $f(-t)$ 的波形沿正 t 轴方向移动 4 个单位, 得图 1-8(c) 的 $f(-t+4)$, 然后再进行尺度变换。

也可以先求出 $f(-2t+4)$ 的表示式(或其分段的区间), 然后画出其波形。由图 1-8(a) 可知, $f(t)$ 可表示为

$$f(t) = \begin{cases} 1/4(t+4) & -4 < t < 0 \\ 1 & 0 < t < 2 \\ 0 & t < -4, t > 2 \end{cases}$$

以变量 $(-2t+4)$ 代替原函数 $f(t)$ 中的变量 t , 得

$$f(-2t+4) = \begin{cases} 1/4(-2t+4+4) & -4 < -2t+4 < 0 \\ 1 & 0 < -2t+4 < 2 \\ 0 & -2t+4 < -4, -2t+4 > 2 \end{cases}$$

将上式稍加整理, 得