◇ 上海东方激光教育文化有限公司 组编

2006年

浙江高考数学 理科

零距离突破

知识梳理篇

● 第一轮复习用 ●

零距离

中国三峡出版社

● 上海东方激光教育文化有限公司 组编

2006年

浙江高考数学理科零距离突破

——知识梳理篇（第一轮复习用）

主　编　符海龙　李刚豪

中国三峡出版社

图书在版编目（CIP）数据

浙江高考数学零距离突破. 1，知识梳理篇：理科
/ 上海东方激光教育文化有限公司 组编.
— 北京：中国三峡出版社，2005. 7
ISBN 7-80099-941-6

Ⅰ. 浙… Ⅱ. 上… Ⅲ. 数学课－高中－升学参考资料
Ⅳ. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 075353 号

中国三峡出版社出版发行
（北京市海淀区太平路 23 号院 12 号楼 100036）
电话：（010）68218553 51933037
http://www.e-zgsx.com
E-mail: sanxiaz@sina.com

上海交大印务有限公司印制 新华书店经销
2005 年 12 月第 1 版 2005 年 12 月第 1 次印刷
开本：787×1092 毫米 1/16 印张：80.5 字数：1932 千字
ISBN 7-80099-941-6 定价：113.00 元（全五册）

前　言

数学作为高考三大工具学科之首，在高考中的地位是显而易见的。数学一直是影响考生成绩的最重要的一环，也是高三复习中令同学们非常头痛的一门学科。大家都知道，高考数学成绩的好坏是影响高考成绩的重要因素。那么怎样才能学好数学呢？怎样才能复习好数学呢？怎样才能考好数学呢？

为此，我们准确把握考纲，在最高点审视、精心挖掘教材；从最深处剖析、解读经典案例，提示解题规律；针对考点命题，细致设计考题，洞察命题方向，探索高分秘诀。我们不仅有丰富的教学经验和科研成果，而且都有极强的责任感、使命感，本着“一切为了学生，为了一切学生，为了学生一切”的宗旨，呕心沥血编著了这套具有时代精神的丛书。

一、编写理念

1. 吸呐最新教研成果，大量选用鲜活、灵活的新话题、新材料，关注社会、贴近生活实际，创设新情境，开发新思维，激发学习兴趣，培养创新精神，使学生学会“自主发展”。

2. 以人为本，面向全体学生，满足不同层次学生的需要，注重学生的整体全面发最，引导学生由被动接受转化为主动学习者，成为学习的主宰，倡导学生主动参与，师生互动平等对话，由“教法”研究转化为“学法”研究。

3. 基础精要，源于课本，高于基础；解题指导，启迪思维，探究规律，提高能力。

二、编写策略

分层深化，层层递进，阶梯发展；以题引路，举一反三，借题发挥。

三、编写目标

励志，重塑成才新理念；点拨，领悟解题新技巧；精练，跑好考前冲刺棒。以基础知识为依托，以升学考试为导向，以发散思维为核心，以能力运用为宗旨。

该丛书第一轮由2本书构成，其中《知识梳理篇》分14章，以课时来梳理基础知识，每章安排了【知识网络】、【考纲要求】、【学法点拨】、【备考建议】，让学生从整体上认识本章的知识与方法。

每课时安排了【考纲要求】、【知识要点】、【基础训练】、【典例分析】、【课堂练习】、【课后反思】六大梳理板块.

【考纲要求】、【知识要点】、【基础训练】板块通过典型的基本的高考基础真题来简明扼要地归纳、概括、整理了考试大纲中要求学生掌握的知识点，提出明确、具体、可测的目标，以便于学生了解复习的要求和范围.

【典例分析】、【课堂练习】板块精选了典型的、有代表性的及难度适中的题目，并尽可能扬弃怪题偏题. 多数例题加有分析、点拨且总结解题方法、规律，便于学生思考、掌握，以提高解题能力.

【课后反思】板块便于学生归纳、概括、整理、总结常用的解题方法、技巧、注意点、易错的知识点和难解的题型

《知识梳理测试卷》为《知识梳理篇》的配套练习册，包括每课相对应的同步精练、测试卷及高考模拟试卷.

本丛书在编写过程中，得到了许多常年奋战在第一线、省内德高望重德资深名师和专家的关怀和指导，在此表示感谢. 限于编著时间，书中难免会有一些缺陷，恳切希望广大师生批评指导.

总之，只要表们重视运算能力的培养，扎扎实实地掌握基础知识，聪明地做题，请使用《2006 年浙江高考数学零距离突破》丛书，必将给你带来板大的帮助。

编　者

E-mail: 0571donghang@sina.com

2005年8月

目 录

《2005年普通高等学校招生全国统一考试数学(浙江卷)》理科试卷评析及2006年命题走向

今年是我省自主命题的第二年，高考数学卷在去年的基础上稳中有变、变中有新，题型思路清晰，试题特点鲜明.

“稳”主要体现在：

1. 试题总体难度适中，与去年相比，相对比较平稳难度略有上升.

2. 考核内容分布为：新增内容占31分；传统内容中代数占73分，立体几何占23分，解析几何占23分. 其所占比例基本合理，没有大的起伏变化.

3. 试题层次分明，梯度合理，坚持多角度、多层次进行考查，试卷中各类题型的起点难度较低，阶梯递进，由浅入深，使考生在解题过程中有拾阶而上的感觉. 选择题、填空题和解答题三种题型结构、排列次序仍然保持不变，选择题、填空题的前几道运用基础知识即可一望而解，而后几题则需要在深刻理解知识的前提下灵机一动；解答题的6个题目中共有13个小题，仍然具有去年的“多问把关”的命题特点.

4. 突出数学知识的基础性和综合性，注重数学主干知识的考查.

5. 做到知识与能力并重，重视数学思维方法的考查. 题目不偏不怪，方法思路常规；强调通性通法，考查解题机智. 多试题有多种不同的解题思路可供选择，这样为学生充分发挥水平提供了机会.

“新”主要表现在：

1. 试题题量、分值配值跟去年有所变化：减少了2个选择题，总题数由22个变为20个；客观题减少了10分，主观题增加了10分. 这样，既更加注重对考生数学思维与表达能力的考查，又符合减轻学生学习负担的改革趋势.

2. 数学思维能力的考查进一步深化，对数学语言的阅读、理解、转化、表达的能力要求有所提高. 如第(7)题考查知识转换、图像识别能力，第(9)题考查材料阅读、理解迁移能力，第(12)题考查几何画图、空间想象能力，第(18)题考查自主探索，逻辑推理能力，第(20)题综合考查等价变换、抽象概括、归纳推理、猜想证明等能力. 这些题目立意都比较新颖，是整份试卷中的“亮点”.

第一部分　试卷评析

一、选择题

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{n^2}$ 的值是　　(　　)

A. 2　　B. 4　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 0

【解】 由 $1+2+3+\cdots+n=\dfrac{1}{2}n(n+1)$，得 $\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{n^2}=\dfrac{1}{2}(1+\dfrac{1}{n})$，

所以 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{n^2}=\dfrac{1}{2}$. 故选择C.

【点评】 本题考查了等差数列求和、极限方面的知识点.

2. 点(1，-1) 到直线 $x-y+1=0$ 的距离是 ( )

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

【解】 由点到直线距离公式 $d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$，得 $d=\frac{|1\times1-1\times(-1)+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}$ $=\frac{3\sqrt{2}}{2}$. 故选择 D.

【点评】 本题考查了点到直线距离公式方面的知识点.

3. 设 $f(x)=\begin{cases}|x-1|-2, & |x|\leqslant 1,\\ \frac{1}{1+x^2}, & |x|>1\end{cases}$，则 $f[f(\frac{1}{2})]$ 等于 ( )

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{4}{13}$　　C. $-\frac{9}{5}$　　D. $\frac{25}{41}$

【解】 由 $x=\frac{1}{2}$，得 $f(\frac{1}{2})=-\frac{3}{2}$，$f[f(\frac{3}{2})]=\frac{4}{13}$. 故选择 B.

【点评】 本题考查了分段函数方面的知识点.

4. 在复平面内，复数 $\frac{i}{1+i}+(1+\sqrt{3}i)^2$ 对应的点位于 ( )

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

【解】 $\frac{i}{1+i}+(1+\sqrt{3}i)^2=\frac{1}{2}(i+1)+(-2+2\sqrt{3}i)=-\frac{3}{2}+(\frac{1}{2}+2\sqrt{3}i)$. 故选择 B.

【点评】 本题考查了复数基本运算方面的知识点.

5. 在 $(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$ 的展开式中，含 x^3 的项的系数是 ( )

A. 74　　B. 121　　C. -74　　D. -121

【解】 展开式中 $-(C_5^3+C_6^3+C_7^3+C_8^3)=-121$. 故选择 D.

【点评】 本题考查了二项式的展开式方面的知识点.

6. 设 α、β 为两个不同的平面，l、m 为两条不同的直线，且 $l\subset\alpha$，$m\subset\beta$，有如下的两个命题：① 若 $\alpha\parallel\beta$，则 $l\parallel m$；② 若 $l\perp m$，则 $\alpha\perp\beta$. 那么 ( )

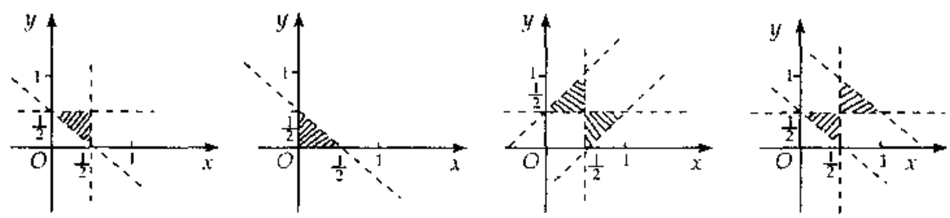
A. ① 是真命题，② 是假命题　　B. ① 是假命题，② 是真命题

C. ①② 都是真命题　　D. ①② 都是假命题

【解】 ① 若 $\alpha\parallel\beta$，则 $l\parallel m$；② 若 $l\perp m$，则 $\alpha\perp\beta$. 都是假命题，故选择 D.

【点评】 本题考查了简易逻辑和直线与平面平行垂直方面的知识点.

7. 设集合 $A=\{(x,y)\mid x,y,1-x-y$ 是三角形的三边长$\}$，则 A 所表示的平面区域(不含边界的阴影部分)是 ( )



A.　　B.　　C.　　D.

【解】 由三角形的定义得，$x,y,1-x-y$ 三边都大于 0，$\begin{cases}x+y>1-x-y\\x+(1-x-y)>y\\x+(1-x-y)>x\end{cases}$，易得

$\begin{cases}x<\frac{1}{2}\\y<\frac{1}{2}\\x+y>\frac{1}{2}\end{cases}$．故选择 A.

【点评】 本题考查了三角形和线性规划方面的知识点.

8. 已知 $k<-4$，则函数 $y=\cos 2x+k(\cos x-1)$ 的最小值是 （ ）

A. 1　　B. -1

C. $2k+1$　　D. $-2k+1$

【解】 函数 $y=\cos 2x+k(\cos x-1)=2\cos^2 x-1+k(\cos x-1)=2\cos^2 x+k\cos x-(1+k)$，设 $t=\cos x$，即 $f(t)=2t^2+kt-(1+k)(-1\leqslant t\leqslant 1)$，函数 $f(t)$ 的对称轴方程是 $t=-\frac{k}{4}$，由 $k<-4$，得 $t>1$，所以当 $t=1$（即 $\cos x=1$）时，函数的最小值是 1. 故选择 A.

【点评】 本题考查了三角函数二倍角公式、有界性，二次函数求最值方面的知识点.

9. 设 $f(n)=2n+1(n\in N)$，$P=\{1,2,3,4,5\}$，$Q=\{3,4,5,6,7\}$，记 $\neg P=\{n\in N\mid f(n)\in P\}$，$\neg Q=\{n\in N\mid f(n)\in Q\}$，则 $(\neg P\cap \complement_N\neg Q)\cup(\neg Q\cap \complement_N\neg P)$ 等于 （ ）

A. $\{0,3\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{1,2,6,7\}$

【解】 由 $\neg P=\{n\in N\mid f(n)\in P\}=\{0,1,2\}$，得 $\neg P\cap \complement_N\neg Q=\{0\}$，

又由 $\neg Q=\{n\in N\mid f(n)\in Q\}=\{1,2,3\}$，得 $\neg Q\cap \complement_N\neg P=\{3\}$，

所以 $(\neg P\cap \complement_N\neg Q)\cup(\neg Q\cap \complement_N\neg P)=\{0,3\}$. 故选择 A.

【点评】 本题考查了集合中交集、并集和补集，及一次函数等方面的知识点.

10. 已知向量 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{e}$，$|\boldsymbol{e}|=1$，对任意 $t\in\mathbf{R}$，恒有 $|\boldsymbol{a}-t\boldsymbol{e}|\geqslant|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e}|$，则 （ ）

A. $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{e}$　　B. $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e})$

C. $\boldsymbol{e}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e})$　　D. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{e})\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e})$

【解】 由 $|\boldsymbol{a}-t\boldsymbol{e}|\geqslant|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e}|$，得 $|\boldsymbol{a}-t\boldsymbol{e}|^2\geqslant|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e}|^2$，化简 $t^2-2t\boldsymbol{ae}+2\boldsymbol{ae}-1\geqslant 0$，对任意 $t\in\mathbf{R}$，$\Delta=(-2\boldsymbol{ae})^2-4(2\boldsymbol{ae}-1)\leqslant 0$，解得 $\boldsymbol{ae}=1=\boldsymbol{e}^2$，所以 $\boldsymbol{e}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e})$ 成立. 故选择 C.

【点评】 本题考查了平面向量的数量积，二次函数求最值等方面的知识点.

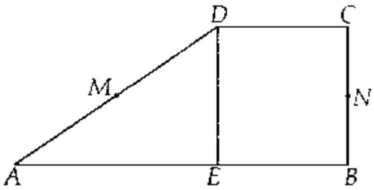
二、填空题

11. 函数 $y=\frac{x}{x+2}(x\in\mathbf{R}$，且 $x\neq-2)$ 的反函数是__________.

【解】 把 $y=\frac{x}{x+2}(x\neq-2)$ 反表示 $x=\frac{2y}{1-y}(y\neq 1)$，所以函数 $y=\frac{x}{x+2}(x\in\mathbf{R}$，且 $x\neq-2)$ 的反函数是 $y=\frac{2x}{1-x}(x\neq 1)$.

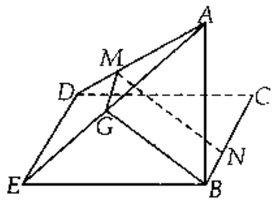
【点评】 本题考查了反函数的概念,求反函数的基本方法方面的知识点.

12. 设 M、N 是直角梯形 $ABCD$ 两腰的中点,$DE \perp AB$ 于 E 如图(a). 现将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起,使二面角 $A—DE—B$ 为 $45°$,此时点 A 在平面 $BCDE$ 内的射影恰为点 B,则 M、N 的连线与 AE 所成角的大小等于________.



(a)

【解】 如图(b),取 AE 的中点 G,连结 MG,BG. 由 $MG \parallel BN$,$MG = BN$,得四边形 $BNMG$ 是平行四边形,所以 $MN \parallel BG$. 即 MN 与 AE 所成的角. 就是 BG 与 AE 所成的角. 又因为 $AE \perp DE$,$BE \perp DE$,所以 $\angle AEB$ 就是二面角 $A—DE—B$ 的平面角. 即 $\angle AEB = 45°$. 又点 A 在平面 $BCDE$ 内的射影恰为点 B,得 $\triangle ABE$ 是直角三角形. 又 G 是 AB 的中点,所以 $BG \perp AE$,MN 与 AE 所成角等于 $90°$.



(b)

【点评】 本题考查了几何中常用折叠、二面角及异面直线所成的角等方面的知识点.

13. 过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点且垂直于 x 轴的直线与双曲线相交于 M、N 两点,以 MN 为直径的圆恰好过双曲线的右顶点,则双曲线的离心率等于__________.

【解】 过双曲线的左焦点且垂直于 x 轴的直线是 $x=-c$,交双曲线于 $M(-c,\frac{b^2}{a})$,$N(-c,-\frac{b^2}{a})$,又双曲线的右顶点 $A(a,0)$,$AM \perp AN$. 即 AM 与 x 轴正半轴的夹角为 $135°$. 得$\frac{b^2}{a}=a+c$,$b^2=c^2-a^2$,化简得 $c^2-ac-2a^2=0$,所以双曲线的离心率是 2.

【点评】 本题考查了直线垂直、圆、双曲线概念及离心率等方面的知识点.

14. 从集合$\{O,P,Q,R,S\}$与$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$中各任限2个元素排成一排(字母和数字均不能重复). 每排中字母 O,Q 和数学 0 至多只能出现一个的不同排法种数是__________.(用数学作答)

【解】 集合$\{O,P,Q,R,S\}$与$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$没出现字母 O,Q 和数学 0 的排列是 $C_3^2C_9^2A_4^4$,出现字母 O,Q 和数学 0 一个的排列是$(C_2^1C_3^1C_9^2+C_3^2C_9^1)A_4^4$,所以不同排法种数是 $C_3^2C_9^2A_4^4+(C_2^1C_3^1C_9^2+C_3^2C_9^1)A_4^4=8424$.

【点评】 本题考查了排列组合等方面的知识点.

三、解答题

15. 已知函数 $f(x)=-\sqrt{3}\sin^2x+\sin x\cos x$.

(1) 求 $f(\frac{25\pi}{6})$ 的值;

(2) 设 $\alpha\in(0,\pi)$,$f(\frac{\alpha}{2})=\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}$,求 $\sin\alpha$ 的值.

【解】 (1) 函数 $f(x)=-\sqrt{3}\sin^2x+\sin x\cos x$

$$=-\sqrt{3}\cdot\frac{1-\cos2x}{2}+\frac{1}{2}\sin2x=\sin(2x+\frac{\pi}{3})-\frac{\sqrt{3}}{2},$$

所以 $f(\frac{25\pi}{6}) = \sin(2 \cdot \frac{25\pi}{6} + \frac{\pi}{3}) - \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$.

(2) $f(\frac{\alpha}{2}) = \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}$,

得 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{4}$，又 $\alpha \in (0,\pi)$，

所以 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{15}}{4}$，$\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{15}}{4}$（不合题意舍去）.

因此 $\sin\alpha = \sin((\alpha + \frac{\pi}{3}) - \frac{\pi}{3}) = \sin(\alpha + \frac{\pi}{3})\cos\frac{\pi}{3} - \cos(\alpha + \frac{\pi}{3})\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1+3\sqrt{5}}{8}$.

【点评】 本题考查了函数及三角函数的概念，主要是诱导公式、二倍角公式、角的分拆和二角和差的三角函数公式等方面的知识点.

16. 已知函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图像关于原点对称，且 $f(x) = x^2 - 2x$.

(1) 求函数 $g(x)$ 的解析式；(2) 解不等式 $g(x) \geqslant f(x) - |x-1|$.

【解】 (1) 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图像关于原点对称，即函数 $g(x)$ 的图像的任意一点 (x,y) 关于原点对称点是 $(-x,-y)$，那么点 $(-x,-y)$ 在函数 $f(x)$ 的图像上，所以 $g(x) = -x^2 - 2x$.

(2) 由 $g(x) \geqslant f(x) - |x-1|$，得 $-x^2 - 2x \geqslant x^2 - 2x - |x-1|$，

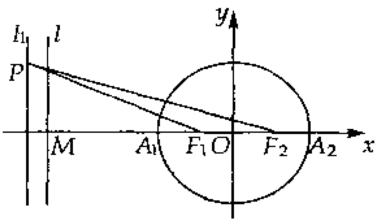
化简得 $|x-1| \geqslant 2x^2$.

由函数 $y_1 = |x-1|$，$y_2 = 2x^2$ 的图像易得 $-1 \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}$.

所以不等式的解集是 $\{x \mid -1 \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}\}$.

【点评】 本题主要考查函数图像的对称、中点坐标公式、解不等式等基础知识，以及运算和推理能力.

17. 如图，已知椭圆的中心在坐标原点，焦点 F_1，F_2 在 x 轴上，长轴 A_1A_2 的长为 4，左准线 l 与 x 轴的交点为 M，$|MA_1| : |A_1F_1| = 2:1$.



(1) 求椭圆的方程；

(2) 若直线 $l_1 : x = m(|m| > 1)$，P 为 l_1 上的动点，使 $\angle F_1PF_2$ 最大的点 P 记为 Q，求点 Q 的坐标（用 m 表示）.

【解】 (1) 长轴 A_1A_2 的长为 4，得 $a = 2$，

左准线 l 与 x 轴的交点为 M，$|MA_1| : |A_1F_1| = 2:1$，得 $\frac{c}{a} = \frac{1}{2}$，即 $c = 1$.

所以椭圆的方程是 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.

(2) 设 $P(m,n)(|m| > 1)$，不妨设 $n \geqslant 0$.

若 $n = 0$ 时，PF_1 与 PF_2 的夹角是 $0°$.

若 $n \neq 0$ 时，$\angle F_1PF_2 = \angle PF_1A_1 - \angle PF_2A_2$，

$\tan\angle PF_1A_1 = \frac{n}{-1-m}$，$\tan\angle PF_2A_2 = \frac{n}{1-m}$，

$\tan\angle F_1PF_2 = \tan(\angle PF_1A_1 - \angle PF_2A_2)$

$$= \frac{2n}{m^2-1+n^2} \leqslant \frac{2n}{2\sqrt{m^2-1}\cdot n} = \frac{1}{\sqrt{m^2-1}},$$

当且仅当 $\sqrt{m^2-1}=n$ 时，$\angle F_1PF_2$ 最大. 由图形大于 x 轴对称，

$\therefore Q(m, \pm\sqrt{m^2-1}), (|m|>1)$.

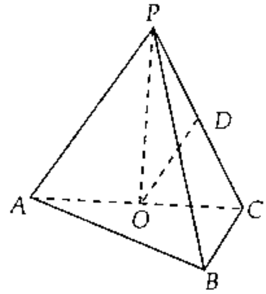
【点评】 本题主要考查椭圆的几何性质、椭圆方程、两条直线的夹角、点的坐标等基础知识，考查了解析几何的基本思想方法和综合解题能力.

18. 如图，在三棱锥 $P—ABC$ 中，$AB\perp BC$，$AB=BC=kPA$，点 O、D 分别是 AC、PC 的中点，$OP\perp$ 底面 ABC.

(1) 求证：OD // 平面 PAB；

(2) 当 $k=\frac{1}{2}$ 时，求直线 PA 与平面 PBC 所成角的大小；

(3) 当 k 取何值时，O 在平面 PBC 内的射影恰好为 $\triangle PBC$ 的重心？



(a)

(1)**【证明】** 如图 (a) 所示，O,D 分别是 AC,PC 的中点，OD // AP，

$\therefore OD$ // 平面 PAB.

(2)**【解】** 如图 (b)，过 O 作 $OE\perp BC$ 于 E，连结 DE、PE，再过 O 作 $OF\perp PE$ 于 F，连结 DF. $\because AB\perp BC$，$\therefore OE$ // AB，

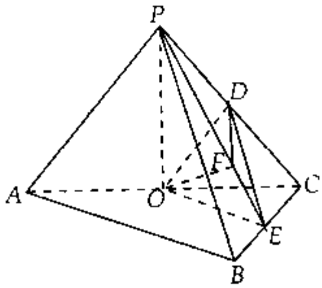
又 $\because OP\perp$ 底面 ABC. $\therefore OP\perp BC$.

$\therefore BC\perp$ 平面 POE，得 $BC\perp OF$，

$\therefore OF\perp$ 平面 PBC，得 $\angle ODF$ 是 OD 与平面 PBC 所成角.

又 $\because O$,P 分别是 AC,PC 的中点，$\therefore OD$ // AP.

$\therefore$ 直线 PA 与平面 PBC 所成角就是 OD 与平面 PBC 所成的角为 $\angle ODF$.



(b)

又 $AB\perp BC$，$AB=BC=\frac{1}{2}PA$，

设 AP 为 2，$AB=BC=\frac{1}{2}PA=1$，$OE=\frac{1}{2}$，$AO=BO=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore PO=\frac{\sqrt{14}}{2}$，在直角三角形 POE 中，$OF=\frac{OE\cdot OP}{PE}=\frac{\sqrt{210}}{30}$，又 $OD=1$.

$\therefore \sin\angle ODF=\frac{\sqrt{210}}{30}$，即 $\angle ODF=\arcsin\frac{\sqrt{210}}{30}$.

第二种解法：

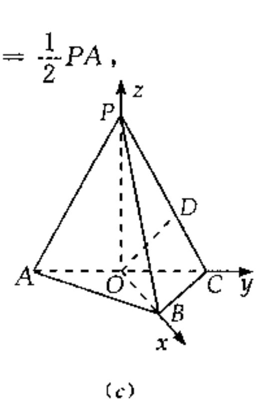
【解】 如图 (c) 建立坐标系，设 $OB=1$，由 $AB\perp BC$，$AB=BC=\frac{1}{2}PA$，

得 $AP=2\sqrt{2}$，$OP=\sqrt{7}$，得 $B(1,0,0)$，$A(0,-1,0)$，$C(0,1,0)$，$P(0,0,\sqrt{7})$，

所以 $\overrightarrow{BC}=(-1,1,0)$，$\overrightarrow{PC}=(0,1,-\sqrt{7})$.

设平面 PAB 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

由 $\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，$\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0$，得 $\begin{cases}-x+y=0\\ y-\sqrt{7}z=0\end{cases}$，



(c)

$\therefore \boldsymbol{n}=(\sqrt{7},\sqrt{7},1)$，又$\overrightarrow{DO}=(0,-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{7}}{2})$.

设 $\boldsymbol{n}$ 与$\overrightarrow{DO}$ 所成的角为 α，又 $\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DO}=|\boldsymbol{n}|\cdot|\overrightarrow{DO}|\cos\alpha$，

得 $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{210}}{30}$，又 OD 与平面 PBC 所成的角为 θ，由向量方向易得 $\alpha=\frac{\pi}{2}+\theta$，

$\therefore \sin\theta=\frac{\sqrt{210}}{30}$，即 $\theta=\arcsin\frac{\sqrt{210}}{30}$.

(3)【解】 若 F 是 $\triangle PBC$ 的重心，$PF=2FE$，由直角三角形中的射影定理得 $PO^2=2OE^2$，再由 $PO^2=AP^2-AO^2=AP^2-\frac{1}{2}AB^2$，$AB^2=4OE^2$，得 $AP^2=AB^2$，即 $k=1$.

【点评】 本题考查了空间中线与平面所成的角，线面垂直，线面平行及直角三角形中的相似三角形的性质，三角函数及反三角函数的有关概念等方面的知识点. 同时考查空间向量的概念、空间想象能力和推理运算能力.

19. 袋子 A 和 B 中装有若干个均匀的红球和白球，从 A 中摸出一个红球的概率是$\frac{1}{3}$，从 B 中摸出一个红球的概率为 p.

(1) 从 A 中有的放矢地摸球，每次摸出一个，有 3 次摸到红球即停止. ① 求恰好摸 5 次停止的概率；② 记 5 次之内(含 5 次) 摸到红球的次数为 ξ，求随机变量 ξ 的分布率及数学期望 $E\xi$.

(2) 若 A、B 两个袋子中的球数之比为 1∶2，将 A、B 中的球装在一起后，从中摸出一个红球的概率是$\frac{2}{5}$，求 p 的值.

【解】 (1)①$P(A)=C_4^2(\frac{2}{3})^2\cdot(\frac{1}{3})^2\cdot\frac{1}{3}=\frac{8}{81}$.

②ξ 的分布率

ξ 的次数	0	1	2	3
发生 ξ 的概率	$\frac{32}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{40}{243}$	$\frac{17}{243}$

$E\xi=0\cdot\frac{32}{243}+1\cdot\frac{80}{243}+2\cdot\frac{80}{243}+3\cdot\frac{17}{243}=\frac{131}{81}$

(2) 设 A 袋中的球 x 个，即 B 袋中的有球 $2x$ 个，得 A 袋中的红球有$\frac{1}{3}x$ 个，B 袋中的红球 $2xp$ 个. 将 A、B 中的球装在一起后，从中摸出一个红球的概率是$\frac{\frac{1}{3}x+2xp}{3x}=\frac{2}{5}$，得 $p=\frac{13}{30}$.

【点评】 本题主要考查相互独立事件同时发生的概率和随机变量的分布列，同时考查学生的逻辑思维能力.

20. 设点 $A_n(x_n,0)$，$P_n(x_n,2^{n-1})$ 和抛物线 $C_n: y=x^2+a_nx+b_n(n\in\mathbf{N}^*)$，其中 $a_n=-2-4n-\frac{1}{2^{n-1}}$，$x_n$ 由以下方法得到：$x_1=1$，点 $P_2(x_2,2)$ 在抛物线 $C_1: y=x^2+a_1x+b_1$ 上，点 $A_1(x_1,0)$ 到 P_2 的距离是 A_1 到 C_1 上点的最短距离，…，点 $P_{n+1}(x_{n+1},2^n)$ 在抛物线

$C_n: y = x^2 + a_n x + b_n$ 上，点 $A_n(x_n, 0)$ 到 P_{n+1} 的距离是 A_n 到 C_n 上点的最短距离.

(1) 求 x_2 及 C_1 的方程；(2) 证明：$\{x_n\}$ 是等差数列.

(1)【解】 $A_1(x_1, 0), C_1: y = x^2 - 7x + b_1$ 设点 $P(x, y)$ 是 C_1 上任意一点.

则 $|A_1P| = \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (x^2 - 7x + b_1)^2}$,

令 $f(x) = (x-1)^2 + (x^2 - 7x + b_1)^2$,

则 $f'(x) = 2(x-1) + 2(x^2 - 7x + b_1)(2x - 7)$,

由题意得 $f'(x) = 0$，即 $2(x-1) + 2(x^2 - 7x + b_1)(2x - 7) = 0$,

又 $P_2(x_2, 2)$ 在 C_1 上，$\therefore 2 = x_2{}^2 - 7x_2 + b_1$,

解得 $x_2 = 3, b_1 = 14$. 故 C_1 的方程为 $y = x^2 - 7x + 14$.

(2)【证明】 设点 $P(x, y)$ 是 C_n 上任意一点，

则 $|A_nP| = \sqrt{(x - x_n)^2 + y^2} = \sqrt{(x - x_n)^2 + (x^2 + a_n x + b_n)^2}$,

令 $g(x) = (x - x_n)^2 + (x^2 + a_n x + b_n)^2$,

则 $g'(x) = 2(x - x_n) + 2(x^2 + a_n x + b_n)(2x + a_n)$. 由题意得 $g'(x_{n+1}) = 0$,

即 $2(x_{n+1} - x_n) + 2(x_{n+1}{}^2 + a_n x_{n+1} + b_n)(2x_{n+1} + a_n) = 0$. 又 $2^n = x_{n+1}{}^2 + a_n x_{n+1} + b_n$

$\therefore (x_{n+1} - x_n) + 2^n(2x_{n+1} + a_n) = 0 (n \geqslant 1)$ 即 $(1 + 2^{n+1})x_{n+1} - x_n + 2^n a_n = 0$.

下面用数学归纳法证明 $x_n = 2n - 1$.

① 当 $n = 1$ 时，$x_1 = 1$ 等式成立.

② 假设当 $n = k$ 时，等式成立，即 $x_k = 2k - 1$.

则当 $n = k + 1$ 时，由 $(1 + 2^{k+1})x_{k+1} - x_k + 2^k a_k = 0$. $a_k = -2 - 4k - \frac{1}{2^{k+1}}$,

得 $x_{n+1} = \frac{x_k - 2^k a_k}{1 + 2^{k+1}} = 2k + 1$.

即当 $n = k + 1$ 时，等式对 $n \in \mathbf{N}^*$ 成立.

$\therefore \{x_n\}$ 是等差数列.

【点评】 本题主要考查二次函数的求导、导数的应用、等差数列、数学归纳法等基础知识，以及综合运用所学知识分析和解决问题的能力.

第二部分　分析 2006 年的命题走向

一、高中数学新增内容命题走向

新增内容：向量的基础知识和应用、概率与统计的基础知识和应用、初等函数的导数和应用.

命题走向：试卷尽量覆盖新增内容；难度控制与中学教改的深化同步，逐步提高要求；注意体现新增内容在解题中的独特功能.

1. 导数试题的三个层次

第一层次：导数的概念、求导的公式和求导的法则；

第二层次：导数的简单应用，包括求函数的极值、单调区间，证明函数的增减性等；

第三层次：综合考查，包括解决应用问题，将导数内容和传统内容中有关不等式和函数的单调性等结合在一起.

2. 平面向量的考查要求

a. 考查平面向量的性质和运算法则及基本运算技能. 要求考生掌握平面向量的和、差、

数乘和内积的运算法则，理解其直观的几何意义，并能正确地进行运算.

b. 考查向量的坐标表示，向量的线性运算.

c. 和其他数学内容结合在一起，如何和函数、曲线、数列等基础知识结合，考查逻辑推理和运算能力等综合运用数学知识解决问题的能力. 题目对基础知识和技能和考查一般由浅入深，入手不难，但要圆满完成解答，则需要严密的逻辑推理和准确的计算.

3. 概率与统计部分

基本题型：等可能事件概率题型、互斥事件有一个发生的概率题型、相互独立事件的概率题型、独立重复试验概率题型，以上四种与数字特征计算一起构成的综合题.

复习建议：牢固掌握基本概念；正确分析随机试验；熟悉常见概率模型；正确计算随机变量的数字特征.

二、高中数学的知识主干

函数的基础理论应用，不等式的求解、证明和综合应用，数列的基础知识和应用；三角函数和三角变换；直线与平面，平面与平面的位置关系；曲线方程的求解，直线、圆锥曲线的性质和位置关系.

三、传统主干知识的命题变化及基本走向

1. 函数、数列、不等式

a. 函数考查的变化

函数中去掉了幂函数、指数方程、对数方程和不等式中去掉了“无理不等式的解法、指数不等式和对数不等式的解法”等内容，这类问题的命题热度将变冷，但仍有可能以等式或不等式的形式出现.

b. 不等式与递归数列的综合题解决方法

化归为等差或等比数列问题解决；借助数学归纳法解决；推出通项公式解决；直接利用递推公式推断数列性质.

c. 函数、数列、不等式命题基本走向：创造新情境，运用新形式，考查基本概念及其性质；函数具有抽象化趋势，即通过函数考查抽象能力；函数、数列、不等式的交汇与融合；利用导数研究函数性质，证明不等式；归纳法、数学归纳法的考查方式由主体转向局部.

2. 三角函数

结合实际，利用少许的三角变换（尤其是余弦的倍角公式和特殊情形下公式的应用），考查三角函数性质的命题；与导数结合，考查三角函数性质及图像；以三角形为载体，考查三角变换能力，及正弦定理、余弦定理灵活运用能力；与向量结合，考查灵活运用知识能力.

3. 立体几何

由考查论证和计算为重点，转向既考查空间观念，又考查几何论证和计算；由以公式、定理为载体，转向对观察、实验、操作、设计等的适当关注；加大向量工具应用力度；改变设问方式.

4. 解析几何

a. 运算量减少，对推理和论证的要求提高.

b. 考查范围扩大，由求轨迹、讨论曲线本身的性质扩大到考查曲线与点、曲线与直线的关系，与曲线有关的直线的性质；运用曲线与方程的思想方法，研究直线、圆锥曲线之外的其他曲线；根据定义确定曲线的类型.

c. 注重用代数的方法证明几何问题，把代数、解析几何、平面几何结合起来.

d. 向量、导数与解析几何有机结合.

四、关注试题创新

1. 知识内容出新：可能表现为高观点题；避开热点问题、返璞归真.

a. 高观点题指与高等数学相联系的问题，这样的问题或以高等数学知识为背景，或体现高等数学中常用的数学思想方法和推理方法. 高观点题的起点高，但落点低，也就是所谓的"高题低做"，即试题的设计来源于高等数学，但解决的方法是中学所学的初等数学知识，所以并没将高等数学引进高中数学的必要. 考生不必惊慌，只要坦然面对，较易突破.

b. 避开热点问题、返璞归真：回顾近年来的试题，那些最有冲击力的题，往往在我们的意料之外，而又在情理之中.

2. 试题形式创新：可能表现为：题目情景的创设、条件的呈现方式、设问的角度改变等题目的外在形式. 另请注意：研究性课题内容与高考命题内容的关系、应用题的试题内容与试题形式.

3. 解题方法求新：指用新教材中的导数、向量方法解决旧问题.